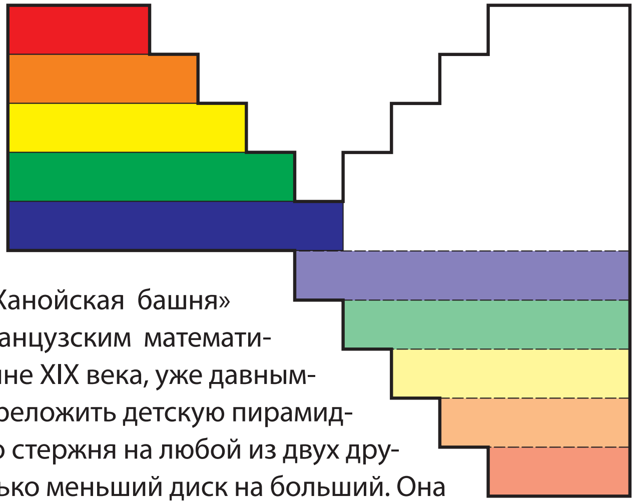
В. Журавлев, Субботник в Ханое,
Квант, 2020, номер 4, 1

СУББОТНИК В ХАНОЕ



Казалось бы, про знаменитую игру «Ханойская башня» (см. рисунок внизу), придуманную французским математиком Эдуардом Люка во второй половине XIX века, уже давным-давно все известно. В ней требуется переложить детскую пирамидку из дисков разного размера с одного стержня на любой из двух других, при условии, что класть можно только меньший диск на больший. Она прочно вошла в список стандартных задачек на применение математической индукции и в пособия для начинающих программистов.

Однако, то и дело на эту тему придумывается что-нибудь новенькое. Одна из вариаций обсуждалась в «Кванте» №11 за 1991 год. Оказывается, изначально диски могут лежать на первом стержне в произвольном порядке, но во всех случаях на одном из двух других стержней можно сложить пирамидку, не нарушая правил игры.

Несколько лет назад свой вариант «Ханойской башни» придумал японский изобретатель Тоши Като (Toshi Junk Kato): он предложил «перейти» из пространства на плоскость. Английское название головоломки — Junk's Hanoi — обыгрывает прозвище автора (в переводе с английского *junk* — хлам, мусор). В ней брусочки из левой части игрового поля (символизирующие гору хлама) надо передвинуть в правую, наведя порядок. На рисунке вверху показана версия головоломки с пятью брусочками, длина самого длинного из них равна 7, самого короткого — 3 (ширина всех брусочков равна 1). Сразу скажем, что для ее решения потребуется сделать не менее 60 ходов (ходом называется передвижение одного брусочка из одной позиции в другую). Какая последовательность действий оптимальная?

Если удлинить каждый брусочек на 1 (чтобы их длины стали 4 и 8) и соответственно увеличить размеры игрового поля, то ходов потребуется уже не менее 161. Попробуйте понять, почему так происходит. Сколько ходов в оптимальном решении для n брусочков с длинами от $n-1$ до $2n-2$? Получится ли у вас найти свои интересные конфигурации?

Желаем успеха!

В.Журавлев