

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. А. Берковский, А. А. Валуев, Ю. К. Куриленков, Спектр низкочастотных колебаний в неидеальной плазме, *ТВТ*, 1989, том 27, выпуск 2, 232–239

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.81

11 февраля 2025 г., 09:05:33



УДК 533.951

СПЕКТР НИЗКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЙ
В НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ*Берковский М. А., Валуев А. А., Куриленков Ю. К.*

Обсуждаются особенности низкочастотных (ионно-звуковых) колебаний в изотермической неидеальной плазме. Исследуются характер затухания и дисперсия ионного звука. Рассчитана низкочастотная диэлектрическая проницаемость. Оценка уровня электростатической энергии флуктуаций показывает, что ионно-звуковые колебания могут проявляться в свойствах равновесной неидеальной плазмы.

Коллективным явлениям в разреженной плазме традиционно уделяется большое внимание, и, в частности, спектры продольных колебаний изучены к настоящему времени достаточно хорошо [1]. В последние годы появился и возрос интерес к исследованию коллективных явлений в сильностолкновительной или неидеальной плазме (НП) (параметр неидеальности $\gamma = e^2 n^{1/2} / T \sim 1$, $n = n_e + n_i$, $n_e = n_i$ — концентрация зарядов, T — температура) см., например, [2–6]. При этом основное внимание уделялось электронным плазменным колебаниям на частотах $\omega \cong \omega_{pe} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$. Обсуждались возможность существования этих колебаний в сильностолкновительной плазме, их тепловой уровень $\xi_T = \langle E_T^2 \rangle / 12\pi n_e T$, влияние на электропроводность и излучение в области $\omega \sim \omega_{pe}$ (см. [3] и имеющиеся там ссылки). В [4] начато исследование неравновесных шумов с уровнем $\xi \gg \xi_T$. На примере экспериментов по джоулеву нагреву проводников показана возможность возникновения аномальной электропроводности как следствие раскачки надтепловых колебаний в НП.

Наряду с плазменными колебаниями заслуживает внимания низкочастотная (НЧ) ветвь коллективных возбуждений ($\omega < \omega_{pi} = (4\pi n_i e^2 / m_i)^{1/2}$) [1]. С одной стороны, проявления НЧ-колебаний обнаружены в экспериментах по лазерному рассеянию в умеренно плотной изотермической плазме [7] ($n_e \cong 10^{17}$ см⁻³, $T_e = T_i = 2$ эВ). С другой — расчет динамических структурных факторов на основе обобщенного кинетического уравнения [8], проводившийся в рамках формализма функций памяти Цванцига — Мори, выявил существование хорошо определенных НЧ-мод в изотермической плазме при $\gamma \approx 1$ в широком диапазоне волновых чисел k .

Спектры длинноволновых НЧ-возбуждений рассматривались также в [9] с использованием обобщенного кинетического уравнения. Явные результаты получены лишь в асимптотике $k \rightarrow 0$, где вычисленные спектры имели вид, характерный для акустических колебаний сплошной среды [10]. Отметим, что затухание и дисперсионные зависимости НЧ-колебаний в вырожденной изотермической плотной плазме обсуждались в [11]. Однако физический смысл теоретических результатов [8, 9], полученных формальными методами, не обсуждался, поэтому природа НЧ-колебаний в неидеальной плазме осталась невыясненной.

В данной работе рассматриваются физические особенности НЧ-колебаний в плотной сильностолкновительной изотермической плазме ($\gamma \approx 1$) [12]. Качественно исследуются характер затухания и причины выживаемости колебаний при $T_e = T_i$. С использованием проведенного анализа в рамках гидродинамического подхода получены диэлектрическая проницаемость и спектр НЧ-колебаний. Оценен тепловой уровень энергии колебаний. Проведено сопоставление с имеющимися данными других авторов.

1. Особенности НЧ-колебаний в сильностолкновительной плазме. Известно, что в полностью ионизованной изотропной слабонеидеальной плазме можно условно выделить два типа низкочастотных колебаний: звуковые и ионно-звуковые [1, 13]. Для первых характерны частоты ω_s , меньшие частот межионных столкновений

$$\omega_s = c_s k < \nu_{ii} \quad (1)$$

($c_s \sim (T_e/m_i)^{1/2}$ — скорость звука). Длины волн таких колебаний превышают длину свободного пробега $kl_{ee} \cong kl_{ii} \ll 1$, и плазма проявляет себя в них как сплошная упругая среда. Затухание звуковых колебаний связано с диффузией импульса и температуры (при $k \sim l_{ee}^{-1}$ декремент затухания $\sim \omega_s$). Эти колебания характеризуются очень слабым разделением зарядов ($k^{-1} > l_{ee} \gg r_0 = v_{Te}/\omega_{pe}$, $v_{Te} = (T_e/m_e)^{1/2}$) и могут существовать в изотермической плазме с $T_e = T_i$ [10, 13].

Второй тип колебаний возможен при

$$\omega_{pi} \geq \omega_s > \nu_{ii}, \quad (2)$$

чему соответствует $l_{ee}^{-1} < k < r_0^{-1}$, и необходимым условием их существования является неизотермичность плазмы ($T_e \gg T_i$) [1]. Это связано с тем, что наряду со столкновительным затуханием существенную роль в диссипации ионно-звуковых колебаний может играть затухание Ландау. Этот вид диссипации носит бесстолкновительный характер, при этом энергия колебаний передается частицам, находящимся в резонансе с волной. При $T_e \gg T_i$ число резонансных зарядов невелико, и бесстолкновительное затухание оказывается малым.

С ростом плотности плазмы область спектра, занятого звуковыми колебаниями, расширяется, а ионно-звуковыми — сужается ($r_0 \rightarrow l_{ee}$). В НП ($\gamma \cong 1$) характерным пространственным масштабом корреляций зарядов становится среднее межчастичное расстояние $a = (3/4\pi n_i)^{1/3}$ [3], а для времени $i-i$ -корреляций справедлива оценка

$$\tau_{ii}^{-1} \sim \nu_{Ti}/a \sim \omega_{pi}. \quad (3)$$

Поэтому можно ожидать, что условие существования звуковых колебаний в НП

$$\omega_s < \tau_{ii}^{-1} \quad (4)$$

с учетом (1), (3) и соотношения $c_s \sim \nu_{Ti}(T_e = T_i)^{-1}$ принимает вид

$$ka < 1. \quad (5)$$

Поскольку движения с пространственным масштабом, меньшим a , не могут рассматриваться как коллективные движения сплошной среды, неравенствами (4) и (5) исчерпывается область допустимых k и ω в НП.

Величина a в НП порядка пространственного масштаба разделения зарядов. Поэтому колебания с волновыми числами $k < a^{-1}$ не являются строго электронейтральными: роль упругой возвращающей силы, помимо силы газового давления, играет самосогласованное электрическое поле. По аналогии со случаем разреженной плазмы такие колебания будем называть ионно-звуковыми.

Существенным для анализа ионно-звуковых мод в НП является вопрос о причине и характере их затухания. Поскольку НЧ-колебания не являются электронейтральными, возникает вопрос о возможности бесстолкновительного затухания. В изотермической НП фазовая скорость волны $v_p = \omega_s/k$ одного порядка с тепловой скоростью ионов, что в идеальной плазме привело бы к сильному затуханию Ландау. Однако в НП резонанс волна — частица размыт из-за столкновений [14]. За период колебаний $\sim \omega_s^{-1} > \tau_{ii}$ ионы выбиваются из резонанса, поэтому выделить резонансную группу частиц нельзя. В этих условиях одна из причин затухания состоит в том, что поле \mathbf{E} пространственного заряда

¹ В НП частоты столкновений велики и реальный интерес представляет именно изотермический случай.

в волне совершает работу над всеми колеблющимися зарядами, и приобретаемая частицами энергия направленного движения диссипирует вследствие столкновений. Этот вид диссипации будем в дальнейшем называть нерезонансным. Декремент нерезонансного затухания определяется следующим образом:

$$\delta_{nr} = \langle \mathbf{jE} \rangle / W,$$

где \mathbf{j} — микроскопическая плотность тока; W — полная энергия волны. Декремент затухания на ионах можно оценить как

$$\begin{aligned} \delta_{nr}^{(i)} &= (m_i v_0 n)^{-1} \langle n e^2 \tau_{ii} (\nabla \Phi)^2 / m_i \rangle \cong (T / m_i v_0 n)^2 \tau_{ii} \langle (\nabla \delta n)^2 \rangle = \\ &= (v_{Ti} / v_0)^2 \tau_{ii} \langle (\nabla v)^2 \rangle \sim k^2 \eta_i, \end{aligned} \quad (6)$$

где Φ — потенциал поля ($\mathbf{E} = -\nabla \Phi$); v_0 — амплитуда скорости волны; $\eta_i \sim a v_{Ti}$. При выводе (6) использовались выражение для возмущения плотности зарядов $\delta n \cong n e \Phi / T$ и уравнение непрерывности $\delta n = n v / v_{Ti}$. Скорость затухания на электронах оказывается значительно меньшей:

$$\delta_{nr}^{(e)} = (m_e / m_i)^{1/2} \delta_{nr}^{(i)}, \text{ поэтому общий декремент нерезонансной диссипации}$$

$$\delta_{nr} = \delta_{nr}^{(i)} + \delta_{nr}^{(e)} \cong \delta_{nr}^{(i)}.$$

Заметим, что выражение для декремента нерезонансного затухания имеет ту же форму, что и скорость вязкостного затухания звука в сплошной среде [10] (величина η_i играет роль коэффициента вязкости). Это обстоятельство не случайно, поскольку при обоих механизмах диссипации происходит необратимый перенос импульса в области фазового пространства с малыми гидродинамическими скоростями.

Декремент нерезонансного затухания (6) в области $ka \ll 1$ относительно мал: $\delta_{nr} \sim k^2 a v_{Ti} \ll k v_{Ti} \sim \omega_s$. Это означает, что наличие пространственного заряда в НЧ-колебаниях не является причиной их сильного поглощения. Таким образом, можно сделать качественный вывод о том, что граница спектра колебаний с законом дисперсии типа (1) расширяется в НП до больших значений $k < a^{-1} \sim n_i^{1/2}$.

2. Низкочастотная диэлектрическая проницаемость. Проведенное качественное рассмотрение показывает, что определяющую роль в формировании спектра коллективных НЧ-флуктуаций при $\gamma \approx 1$ играют процессы, в которых участвуют все заряды плазмы (роль резонансных взаимодействий незначительна). В этих условиях анализ НЧ коллективных возбуждений может быть проведен с помощью гидродинамического подхода. Приведенная ниже система гидродинамических уравнений позволяет описать изменение плотностей зарядов импульса и энергии в колебаниях с пространственным и временным масштабами, задаваемыми неравенствами (4), (5) ¹

$$\partial n_j / \partial t + \text{div } n_j \mathbf{v}_j = 0, \quad (7)$$

$$m_j n_j d\mathbf{v}_j / dt = e_j n_j \mathbf{E} - \nabla p_j + \eta_j m_j n_j \Delta \mathbf{v}_j, \quad (8)$$

$$n_j T_j ds_j / dt = \text{div } \chi_j n_j \nabla T_j, \quad (9)$$

где $j = e, i$; $n_j, \mathbf{v}_j, T_j, s_j, p_j$ — плотность, скорость, температура, энтропия и давление j -й компоненты соответственно; $\eta_j, \chi_j \sim a v_{Tj}$ — коэффициенты вязкости и температуропроводности; \mathbf{E} — самосогласованное поле в плазме, которое подчиняется уравнению Пуассона

$$\text{div} (1 - \epsilon) \mathbf{E} = 4\pi e (n_e - n_i), \quad (10)$$

ϵ — диэлектрическая проницаемость.

В уравнениях (7)–(9) опущены слагаемые $n_j m_e v_{\text{eff}} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e)$, описы-

¹ Возможность гидродинамического описания с пространственными масштабами $\geq a$ подтверждается результатами многочисленных расчетов методом молекулярной динамики (см., например, [15]), которые показывают, что уравнения сплошной среды применимы вплоть до масштабов порядка радиуса межчастичной корреляции (в данном случае $\sim a^{-1}$).

вающие обмен импульсом между электронами и ионами при мелко-масштабном ($\sim a$) взаимодействии. Они меньше в $v_{\text{эфф}}\omega/\omega_{pe}^2 \ll 1$ число раз величины $e_j n_j E$. В уравнениях не учтен также тепловой поток между компонентами $\sim n_j v_{\text{эфф}}(m_e/m_i)(T_e - T_i)$, поскольку время теплообмена меньше или порядка времени диссипации ионного звука в изотермической НП.

Система уравнений (7)–(9) отличается от уравнений гидродинамики разреженной плазмы [13, 16] физическим смыслом последнего члена в уравнении (8). Он имеет вид обычного вязкостного члена в уравнениях движения жидкости [16], но в НП обусловлен нерезонансным механизмом диссипации (фактически разделением зарядов в колебаниях). Кроме того, коэффициенты переноса и уравнение состояния в системе (7)–(9), вообще говоря, должны отличаться от соответствующих величин в разреженной плазме.

Вычислим диэлектрическую проницаемость НП в области низких частот ($\omega \ll \omega_{pi}$). С этой целью линеаризуем систему (7)–(9) по переменным $n_j, T_j, v_j \sim \exp(-i\omega t + ikr)$ и, воспользовавшись уравнением (10), найдем

$$\varepsilon(k, \omega) = 1 + \varepsilon_e(k, \omega) + \varepsilon_i(k, \omega), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(k, \omega) = & -\omega_{pi}^2 \left[\omega^2 - \frac{k^2}{m_i} \left(\frac{\partial p_i}{\partial n_i} \right)_{T_i} + i\omega k^2 \eta_i + \frac{T_i}{m_i} \left(\frac{\partial s_i}{\partial n_i} \right)_{T_i} \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{\partial p_i}{\partial T_i} \right)_{n_i} k^2 \left[T_i \left(\frac{\partial s_i}{\partial T_i} \right)_{n_i} + ik^2 \chi_i / \omega \right]^{-1} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_e(k, \omega) = & -\omega_{pe}^2 \left[\omega^2 - \frac{k^2}{m_e} \left(\frac{\partial p_e}{\partial n_e} \right)_{T_e} + i\omega k^2 \eta_e + \frac{T_e}{m_e} \left(\frac{\partial s_e}{\partial n_e} \right)_{T_e} \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{\partial p_e}{\partial T_e} \right)_{n_e} k^2 \left[T_e \left(\frac{\partial s_e}{\partial T_e} \right)_{n_e} + ik^2 \chi_e / \omega \right]^{-1} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Упростим (12), (13), используя термодинамические тождества

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial s_j}{\partial n_j} \right)_{T_j} &= -n_j^{-2} \left(\frac{\partial p_j}{\partial T_j} \right)_{n_j}, \quad c_v^j = T_j \left(\frac{\partial s_j}{\partial T_j} \right)_{n_j}, \\ \frac{T_j}{n_j^2} \left(\frac{\partial p_j}{\partial T_j} \right)_{n_j}^2 &= (c_p^j - c_v^j) \left(\frac{\partial p_j}{\partial n_j} \right)_{T_j} \end{aligned}$$

и обозначения

$$\alpha_j = \frac{c_p^j}{c_v^j}, \quad u_j^2 = m_i^{-1} \left(\frac{\partial p_j}{\partial n_j} \right)_{T_j}, \quad \Delta_j = k^2 \eta_j + (\alpha_j - 1) u_j^2 \frac{k^4 \chi_j}{c_v^j \omega^2}$$

($j=e, i$, c_p^j, c_v^j — теплоемкости при постоянном давлении и объеме соответственно, в случае идеальной плазмы $u_i = v_{Ti}$). В результате получим

$$\varepsilon_i(k, \omega) = -\omega_{pi}^2 \left[\omega^2 + i\omega k^2 \eta_i - \left(\frac{\alpha_i \omega c_v^i + ik^2 \chi_i}{\omega c_v^i + ik^2 \chi_i} \right) k^2 u_i^2 \right]^{-1}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_e(k, \omega) = \left(\frac{\omega_{pi}}{k u_e} \right)^2 \left(\frac{\alpha_e \omega c_v^e + ik^2 \chi_e}{\omega c_v^e + ik^2 \chi_e} \right)^{-1}. \quad (15)$$

В (15) учтено, что движение электронов носит безынерционный характер при $\omega \ll \omega_{pi}$.

В дальнейшем ограничимся случаем адиабатических движений ионов $k^2 \chi_i < \omega^4$. Выделяемая этим неравенством область k, ω содержит моды

¹ В случае квазистационарных флуктуаций ($\omega \ll k^2 \chi_i$) из (14), (15) вытекает формула для диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon(k) = 1 + (\omega_{pi}/k)^2 (u_i^{-2} + u_e^{-2})$$

ионно-звуковых колебаний, поскольку неравенство $k^2\chi_i < \omega$ равносильно $ka < 1$. Ионный вклад (14) в ϵ тогда упрощается, и окончательное выражение принимает вид

$$\epsilon(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \alpha_i k^2 u_i^2 + i\omega\Delta_i} + \left(\frac{\omega_{pi}}{ku_e}\right)^2 \frac{\omega c_v^e + ik^2\chi_e}{\alpha_e \omega c_v^e + ik^2\chi_e}. \quad (16)$$

Данное выражение для ϵ отличается от известного в теории слабо-неидеальной плазмы [1]. Во-первых, последний член в (16) содержит вклад электронной теплопроводности, что связано с учетом в системе (7)–(9) уравнения энергии, которое отсутствует в приближении бесстолкновительной гидродинамики [13], обычно используемой для исследования ионно-звука при $\gamma \ll 1$. Во-вторых, диссипативные члены $ik^2\chi_e$, $i\omega\Delta_i$ в выражении (16), полученном для неидеальной плазмы, носят чисто столкновительный характер (затухание Ландау отсутствует).

3. Спектр ионно-звуковых колебаний. Используя (16), найдем дисперсионную зависимость и декремент затухания ионно-звуковых колебаний в НП. В длинноволновом пределе $ka \rightarrow 0$ из условия $\text{Re } \epsilon = 0$ находим собственную частоту колебаний

$$\omega_s^2 = (kc_{s1})^2/2 - (k^2\chi_e/c_v^e)^2/2\alpha_e + \left\{ [(kc_{s1})^2 - (k^2\chi_e/c_v^e)^2/\alpha_e]^2/4 - (kc_{s2})^2(k^2\chi_e/c_v^e)^2/\alpha_e \right\}^{1/2}, \quad (17)$$

где $c_{s1}^2 = \alpha_i u_i^2 + \alpha_e u_e^2$, $c_{s2}^2 = \alpha_i u_i^2 + u_e^2$. Декремент затухания ионно-звуковых колебаний определяется как

$$\delta_s = -\text{Im } \epsilon / \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re } \epsilon = - \left[\frac{\omega_s \Delta_i \omega_{pi}^2}{(\omega_s^2 - \alpha_i k^2 u_i^2)^2} + \left(\frac{\omega_{pi}}{ku_e}\right)^2 \frac{k^2 \chi_e}{\omega c_v^e} \times \right. \\ \left. \times \frac{\alpha_e - 1}{\alpha_e^2 + (k^2 \chi_e / \omega_s c_v^e)^2} \right] \left\{ \frac{2\omega_s \omega_{pi}^2}{(\omega_s^2 - \alpha_i k^2 u_i^2)} - \frac{2}{\omega_s} \frac{\omega_{pi}^2}{k^2 u_e^2} \frac{k^4 \chi_e^2}{\omega_s^2 (c_v^e)^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\alpha_e (\alpha_e - 1)}{[\alpha_e^2 + (k^2 \chi_e / \omega_s c_v^e)^2]^2} \right\}^{-1}. \quad (18)$$

На рис. 1 представлена зависимость δ_s/ω_s от ka при $\gamma = 1,56$. При расчете использованы оценки $\eta_j, \chi_j \sim av_{Tj}$, $\alpha_e \cong \alpha_i \cong 5/3$, $c_v^e \cong 3/2$, $(\partial p_j / \partial n_j)_{Tj} \cong T_j$ ($j = e, i$). Точками отмечены величины декремента затухания, вычисленного по результатам [8] (полуширины динамических структурных факторов, рассчитанных в этой работе).

Отношение $\delta_s/\omega_s \ll 1$ при всех $ka \ll 1$ и в этом диапазоне моды ионно-звуковых колебаний хорошо определены¹. Затухание колебаний, как видно из (18), обусловлено теплопроводностью обеих компонент и нерезонансной диссипацией. Влияние этих механизмов неодинаково в различных областях спектра. Рассмотрим сначала случай $ka \ll 1$.

а. В области $k^2\chi_e \ll \omega$ (чему соответствует $ka \ll (m_e/m_i)^{1/2}$) движение электронов и ионов адиабатично. Закон дисперсии и декремент затухания получаются из (17), (18) и имеют вид

$$\omega_{s1} \cong kc_{s1}, \quad (19)$$

$$\delta_{s1} = \delta_{e1} + \delta_{i1}, \quad (20)$$

$$\delta_{e1} = -(1/c_v^e - 1/c_p^e) (k^2\chi_e/2) (1 + \alpha_i u_i / \alpha_e u_e)^{-1}, \quad (20a)$$

$$\delta_{i1} = -(1/c_v^i - 1/c_p^i) (k^2\chi_i/2) (1 + \alpha_e u_e / \alpha_i u_i)^{-1} - k^2\eta_i/2. \quad (20b)$$

В этой области спектра затухание колебаний вызвано необратимой диффузией возмущений температуры и импульса в волне.

Соотношения (19), (20) соответствуют результатам феноменологических теорий [8, 9], в которых спектр колебаний исследовался в асимптотике $k \rightarrow 0$.

¹ Этот вывод справедлив при любом соотношении между температурами электронов и ионов, в частности при $T_e = T_i$ (затухание Ландау НЧ-колебаний отсутствует при $\gamma \approx 1$).

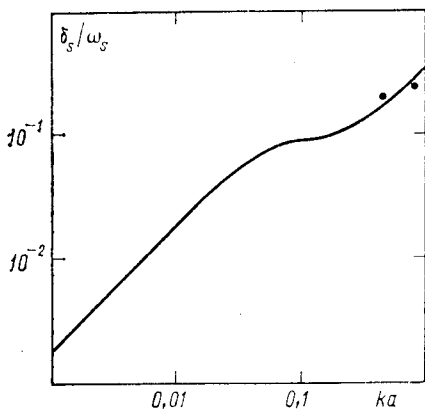


Рис. 1

Рис. 1. Декремент затухания ионно-звуковых колебаний ($\gamma=1,56$): кривая — расчет по формуле (18), точки — расчет по результатам [8]

Рис. 2. Спектры частот ионно-звуковых колебаний в неидеальной плазме (формула (25)): точки — результаты расчета по [8]; а — $1 - r_s = 0,4$; $\gamma = 0,39$; б — $1 - r_s = 1,56$

Рис. 3. Тепловой уровень ионно-звуковых колебаний $\xi_T = \langle E_T^2 \rangle / 12\pi n_e T$ в неидеальной плазме: сплошная кривая — без учета плохо определенных мод, штрихпунктир — с учетом, штриховая — оценка для слабонеидеальной плазмы (27)

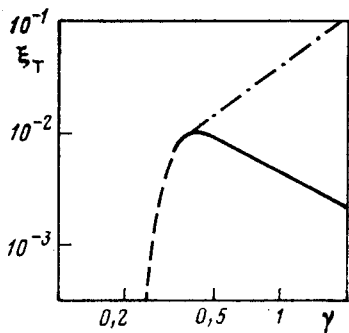


Рис. 3

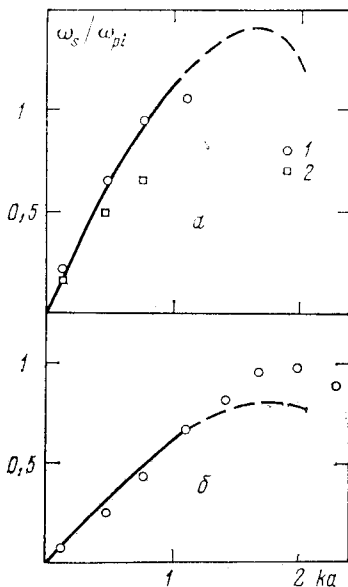


Рис. 2

б. Область $k^2 \chi_e \gg \omega$ ($ka \gg (m_e/m_i)^{1/2}$) охватывает большую часть спектра колебаний. Здесь движения электронов изотермичны (флуктуации T_e подавляются из-за большой электронной теплопроводности). Выражения для ω_s и δ_s принимают вид

$$\omega_{s2} \cong kc_{s2}, \quad (21)$$

$$\delta_{s2} = \delta_{e2} + \delta_{i2}, \quad (22)$$

$$\delta_{e2} = (c_v^e - c_p^e) u_e^2 / 2\chi_e, \quad (22a)$$

$$\delta_{i2} = (1 - \alpha_i) u_i^2 k^4 \chi_i / c_v^i \omega_s^2 - k^2 \eta_i / 2. \quad (22b)$$

Причина затухания колебаний в этой области спектра — необратимая диффузия импульса и температуры ионов (22б), а также флуктуации температуры электронов (возможные благодаря конечности величины коэффициента температуропроводности $\chi_e < \infty$, см. (22a)).

Равенство (21), полученное при $ka \ll 1$, не учитывает влияния на дисперсию пространственного заряда и затухания колебаний, существенных при $k \lesssim 1$. Для учета этих добавок вернемся к выражению (16). Из условия $\varepsilon = 0$ находим

$$\omega^2 = \omega_0^2 - i\omega \delta_{s2}, \quad (23)$$

$$\omega_0^2 = \alpha_i k^2 u_i^2 + \omega_{pi}^2 k^2 u_e^2 / (k^2 u_e^2 + \omega_{pi}^2). \quad (24)$$

Осюда получаем закон дисперсии

$$\omega_s = (\omega_0^2 - \delta_s^2 / 4)^{1/2}, \quad (25)$$

который переходит в (21) при $ka \ll 1$.

Зависимость $\omega_s(k)$ (25) при двух значениях γ представлена на рис. 2. На этом же рисунке точками отмечены положения максимумов динамических структурных факторов, рассчитанных в [8] (расчеты в [8] проводились при двух значениях параметра $r_s = am_e e^2 / \hbar^2$).

Отклонение закона дисперсии $\omega_s(k)$ от прямой (21) связано с двумя причинами: наличием пространственного заряда в колебаниях и с диссипативными механизмами (нерезонансным и теплопроводностью). В разреженной плазме разделение зарядов в волне не влияет на дисперсию колебаний в области (1) и, наоборот, является главной причиной дисперсии в области (2). Совместное влияние указанных факторов для ионного звука специфично в НП. Отличие зависимости ω_s от известной в теории разреженной плазмы $\omega_s(k) = kc_s / (1 + k^2 r_0^2)^{1/2}$ (и справедливой только при $T_e \gg T_i$) связано с наличием диссипативных членов, приводящих к образованию слабого максимума на дисперсионной кривой при $ka \approx 1$ (рис. 2, б).

4. Тепловой уровень колебаний. Плохо определенные моды. Полученный результат (18) показывает, что в области $ka < 1$ декремент затухания $\delta_s < \omega_s$ и ионно-звуковые колебания хорошо определены. Обсудим теперь особенности колебаний при $k \gtrsim a^{-1}$, когда движение плазмы не носит коллективного характера и гидродинамическое описание колебаний необоснованно. Рассмотрение процесса парных столкновений зарядов в НП показывает, что пространственным масштабом корреляций при соударениях служит длина r_0 [3, 6]. Поэтому электростатические флуктуации с волновыми числами в диапазоне $a^{-1} \lesssim k \lesssim r_0^{-1}$ не могут рассматриваться ни как парные столкновения, ни как коллективные возмущения. Их можно интерпретировать как плохо определенные моды. Они порождаются взаимодействием небольшого числа ионов, имеют частоты $\sim \omega_{pi}$ и сильно затухают: $\delta \lesssim \omega_{pi}$.

Таким образом, с ростом γ происходит следующая модификация спектра НЧ-флуктуаций. В области дебаевской плазмы ($\gamma \lesssim 1$) минимальной длиной волны звуковых колебаний является $k_{\max}^{-1} = l_{ee}$. При $\gamma > 0,3$ область коллективных колебаний простирается до $k_{\max}^{-1} = a$, а в диапазоне $r_0 < k^{-1} < a$ моды имеют плохо определенный характер. Роль последних возрастает с увеличением γ , и спектр может существенно продолжаться в область $k > a^{-1}$ (ср. кривые на рис. 2).

Оценим уровень энергии электростатического поля колебаний. В силу флуктуационно-диссипативной теоремы [17] имеем (здесь принято $\alpha_e \approx \alpha_i \approx \alpha$)

$$\frac{\langle E^2 \rangle}{8\pi} = \frac{T}{2\pi} \int \frac{d\omega}{\omega} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \text{Im} \frac{1}{\epsilon(k, \omega)} \approx \frac{T}{20\pi^2} r_0^2 k_{\max}^5 \frac{1}{1 + \alpha}. \quad (26)$$

Во втором равенстве (26) использовано выражение (16) для $\epsilon(k, \omega)$. Согласно (26), уровень флуктуаций в разреженной плазме очень низок, но при увеличении γ величина $\xi_T^s = \langle E^2 \rangle / 12\pi n_e T$ возрастает

$$\xi_T^s \approx 0,004 \gamma^{-1} (a/l_{ee})^5 \quad (27)$$

(принято $l_{ee} > r_0$ при $\gamma < 0,3$). При $\gamma \gtrsim 0,3$ рост ξ_T^s сменяется убыванием ($k_{\max} = a^{-1}$)

$$\xi_T^s \approx 0,004 \gamma^{-1}. \quad (28)$$

Однако, если учесть плохо определенные моды, то суммарный уровень НЧ-флуктуаций ξ_T продолжает расти и при $\gamma > 0,3$, поскольку фазовый объем этих возбуждений $a^{-1} \lesssim k \lesssim r_0^{-1}$ расширяется ($a/r_0 = (18\pi)^{1/2} \gamma^{1/2}$). Для

оценки положим в (26) $k_{\max} = r_0^{-1}$

$$\xi_{\tau} \approx 0,03\gamma^4. \quad (29)$$

Ход зависимостей ξ_{τ}^* , ξ_{τ} от γ представлен на рис. 3.

Проведенное рассмотрение показывает, что в изотермической НП могут существовать достаточно хорошо определенные ионно-звуковые колебания [12]. Выявленный спектр колебаний охватывает максимально широкую (с точки зрения существования коллективных движений) область в пространстве волновых чисел $k \leq a^{-1}$. Из-за сильного межчастичного взаимодействия затухание Ландау на ионах практически отсутствует, и колебания возможны даже в изотермической НП ($T_e = T_i$). Основными причинами затухания ионного звука становятся нерезонансное (вязкостное) затухание и теплопроводность. Результаты проведенного расчета дисперсионной зависимости ионно-звуковых колебаний $\omega(k)$ согласуются с численными данными [8] во всей области спектра $k < r_0^{-1}$, а в длинноволновой области $k \rightarrow 0$ совпадают с асимптотикой $\text{Re } \omega(k) \sim k$, $\text{Im } \omega(k) \sim k^2$, полученной ранее в [8, 9]. Хорошее согласие с результатами [8] указывает на то, что используемая в данной работе гидродинамическая модель может использоваться при анализе как коллективных ($k < a^{-1}$), так и плохо определенных ($k \gtrsim a^{-1}$) мод.

Вычисленная во всей области спектра ионного звука диэлектрическая проницаемость $\epsilon(k, \omega)$ использована, в частности, для оценки уровня электростатической энергии колебаний, который оказался относительно высоким ($\sim 10^{-2}$) даже в равновесных условиях. Поэтому можно ожидать, что тепловые низкочастотные шумы могут проявляться в оптических и переносных свойствах НП. Отметим, что в неравновесных условиях (например в токонесящей или неоднородной НП) возможна раскачка ионного звука до надтеплового уровня, что существенно повлияет на свойства плазмы. Предварительные оценки показывают, что ионно-звуковая неустойчивость имеет относительно низкий порог и может развиваться в условиях, реализуемых экспериментально [18, 19].

Авторы выражают благодарность Б. А. Альтеркопу, А. М. Натанзону, А. А. Рухадзе за интерес к работе и полезные обсуждения.

Институт высоких температур
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
1.IV.1987

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. // Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа. 1988. 424 с.
2. Батенин В. М., Берковский М. А., Валуев А. А., Куриленков Ю. К. // Тр. VI Всес. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Л., 1983. Т. 1. С. 338.
3. Kurilenkov Yu. K., Valuev A. A. // Beitr. Plasmaphys. 1984. V. 24. N 4. P. 161; 1984. V. 24. N 5. P. 529.
4. Батенин В. М., Берковский М. А., Валуев А. А., Куриленков Ю. К. // ТВТ. 1987. Т. 21. № 2. С. 248; № 3. С. 418.
5. Carini P., Calman G., Golden K. I. // Phys. Lett. 1980. V. 78A. N 5, 6. P. 450.
6. Берковский М. А., Куриленков Ю. К. О высокочастотных флуктуациях (колебаниях) электрического поля в неидеальной плазме. Препринт № 1-223. М.: ИВТАН, 1987.
7. Mostovych A. N., Dasilva A. W. // Phys. Rev. 1986. V. A34. N 4. P. 3238.
8. Hansen J. P., Sjögren L. // Phys. Fluids. 1982. V. 25. N 4. P. 617.
9. Baus M. // Physica. 1977. V. A88. N 2. P. 336.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
11. Golden K. I. // Phys. Rev. 1987. V. A35. N 12. P. 5278.
12. Берковский М. А., Валуев А. А., Куриленков Ю. К. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. № 2. С. 90.
13. Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. // Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979. 320 с.
14. Стукс Т. // Теория плазменных волн. М.: Атомиздат, 1965. 343 с.
15. Базылев С. В., Баженов А. М., Десятник В. Н. // ТВТ. 1988. Т. 26. № 1. С. 63.
16. Kuckes A. F. // Phys. Fluids. 1964. V. 7. N 4. P. 511.
17. Бекефи Дж. // Радиационные процессы в плазме. М.: Мир, 1971. 437 с.
18. Finken K. H., Ackerman U. // Physica. 1982. V. 113B. P. 135.
19. Берковский М. А., Куриленков Ю. К. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 7. С. 598.