Math-Net.Ru
All Russian mathematical portal

N. A. Zaychikova, Теоремы усреднения дифференциальных включений в экономических исследованиях, *Matem. Mod. Kraev. Zadachi*, 2006, Part 3, 111–113

https://www.mathnet.ru/eng/mmkz651

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
https://www.mathnet.ru/eng/agreement

Download details:
IP: 18.97.9.169
December 11, 2025, 13:12:16

2. *Романовский Ю. М, Степанова Н. В., Чернавский Д. С.* Математическая биофизика. — М.: МГУ, 1983. — 578 с.
3. *Романов М. Ф., Федоров М. П.* Математические модели в экологии. — СПб.: Иван Федоров, 2003. — 240 с.

Самарский государственный технический университет, г. Самара

УДК 517.928

Н. А. Зайчикова

ТЕОРЕМЫ УСРЕДНЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Исследование экономических процессов и систем часто связано с построением моделей, описываемых дифференциальными уравнениями. Более общий подход, учитывающий неточность информации о свойствах системы и множество вариантов ее поведения без использования вероятностных характеристик, приводит к дифференциальным включениям [1]. В теории усреднения дифференциальных включений рассматривались задачи аппроксимации моделей, возникающих в теории управления, физике [2, 3]. Условия теорем из [2, 3] ограничивали возможность применения теории усреднения для анализа экономических систем. В [2] рассматривалась задача усреднения дифференциальных включений с полунепрерывной сверху по x, 2π–периодической по t правой частью. В [3] был обоснован принцип усреднения для дифференциальных включений с быстрыми и медленными переменными и липшицевой правой частью.

Рассмотрим задачу Коши для дифференциальных включений (ДВ)

$$dx/dt \in \mu F(t,x), \quad x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

где $\mu \in (0,a]$, $a > 0$, — малый параметр, $x \in \mathbb{R}^m_+$, $F : D_0 \to Kv(\mathbb{R}^m)$ — выпуклое компактнозначное отображение, $D_0 = \mathbb{R}_+ \times P$, область $P \subset \mathbb{R}^m_+$. $X(t_0, x_0, \mu)$ — множество всех решений типа Каратеодори задачи (1), определенных на отрезке $T(t_0, \mu) = [t_0, t_0 + 1/\mu]$, $\mu > 0$.

Поставим задачу аппроксимации сверху для (1) с помощью более простой задачи

$$d\xi/dt \in \mu F_0(\xi), \quad \xi(t_0) = x_0, \tag{2}$$

где отображение $F_0 : P \to Kv(\mathbb{R}^m)$.

Задача (2) аппроксимирует ДВ (1) сверху, если $\forall \varepsilon > 0\ \exists \mu_0 > 0$: $\forall \mu \in (0, \mu_0]$ выполняется условие: для любого решения $x(t)$ задачи (1) существует решение $\xi(t)$ задачи (2) такое, что $\|x(t) - \xi(t)\| < \varepsilon\ \forall t \in T(t_0, \mu)$

Для построения правой части аппроксимирующего дифференциального включения будем использовать усредненную опорную функцию [3]

$$M\{c(F, \psi)\}(x_0) = \lim_{\Delta \to \infty} \frac{1}{\Delta} \int_{t_0}^{t_0+\Delta} c\big(F(t, x_0), \psi\big)\, dt. \tag{3}$$

Задача аппроксимации сверху для дифференциальных включений с полунепрерывной правой частью рассматривалась в [4]. Принцип усреднения дифференциальных включений в моделировании экономических процессов применялся в [5]. На пути ослабления условий, накладываемых на правые части аппроксимируемого дифференциального включения, возникают задачи с нелипшицевыми правыми частями [6]. В связи с этим рассматривается вопрос об применимости соответствующих теорем в задачах с экономическим содержанием.

В докладе приводятся примеры усреднения дифференциальных включений, демонстрирующие применение теорем из [4], [6]. На основе примеров проводится сравнение теорем.

1. *Воскресенский Е.В.* Методы сравнения в нелинейном анализе. — Саранск: Изд-во Сарат. ун-та. Сар. филиал, 1990. — 224 с.
2. *Плотников В.А., Плотников А.В., Витюк А.И.* Дифференциальные уравнения с многозначными правыми частями. Асимптотические методы. — Одесса: Астропринт, 1999. — 356 с.
3. *Филатов О.П., Хапаев М.М.* Усреднение систем дифференциальных включений. — М.: МГУ, 1998. — 160 с.
4. *Зайчикова Н.А.* Усреднение дифференциальных включений с полунепрерывной правой частью // Научные докл. ежегод. межвуз. 55-ой науч. конф. СамГПУ: Сб. науч.тр. — Самара: СГПУ, 2001. — С. 34–42.

5. *Зайчикова Н. А.* Аппроксимация одной макроэкономической модели точным сверху дифференциальным включением // Вестн. СамГУ. Естественнонауч. сер., 2003. — Спец. вып. — С. 120–130.
6. *Соколовская Е. В.* Обобщение принципа усреднения Крылова-Боголюбова на случай дифференциальных включений с нелипшицевой правой частью// Вестн. СамГУ. Естественнонауч. сер., 2004. — Второй спец. вып. — С. 36–51.

Самарский институт Российского государственного торгово-экономического университета; Самарский государственный университет, г. Самара
zana@ssu.samara.ru

УДК 510.67:554+556.5.072+556.535.8

М. В. Зарецкая

ПОСТАНОВКА КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА ДЛЯ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД*

В работе рассматривается новый подход, позволяющий исследовать процесс распространения и оседания загрязняющих веществ (ЗВ) с учётом неоднородности приземного слоя атмосферы. При оценке концентрации на поверхности принимаются во внимание индивидуальные способности подстилающих поверхностей различного типа аккумулировать ЗВ. Метод позволяет быстро получать необходимые параметры для моделирования природного или техногенного процесса простым экспериментом.

Современная теория турбулентной диффузии показывает, что распространение загрязнений в виде концентраций тех или иных веществ осуществляется за счет переноса их сносящим потоком и диффузии, обусловленной турбулентными флуктуациями скорости сносящего потока. Молекулярным потоком, обусловленным тепловым движением молекул, можно пренебречь. В процессе переноса ЗВ может претерпевать изменения, вступая в физическое и химическое взаимодействие с частицами окружающей среды и другими примесями, которые изменяют механические, физические и химические свойства ЗВ. Свойства подстилающих поверхностей

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 06-01-96805, 06-01-96803, 06-01-00295).