



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Жуков, А. Б. Абраамянц, Компенсация вихревых токов в быстродействующих сканирующих электронно-оптических системах,  
*ЖТФ*, 1984, том 54, выпуск 11, 2238–2244

<https://www.mathnet.ru/jtf2059>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.85

13 мая 2025 г., 09:28:48



УДК 537.533 32 : 621.3.014 4

## КОМПЕНСАЦИЯ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИХ СКАНИРУЮЩИХ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В. А. Жуков, А. Б. Абрамянц

На основе решения граничной задачи для вектор-потенциала магнитного поля получены выражения для поля вихревых токов, возникающих под действием переменного поля магнитных отклоняющих систем сканирующих электронно-оптических приборов. Получены численные оценки величины поля и времени затухания в нескольких типичных случаях. Из вида полученных аналитических решений найдены условия компенсации влияния поля вихревых токов, более точные, чем полученные ранее в работах Г. А. Вардли.

Как известно, в зондовых электронно-оптических приборах высокого разрешения с большим полем сканирования применяют магнитные системы отклонения электронного пучка [1]. При скоростном строчном или векторном сканировании быстропеременное магнитное поле отклоняющей системы возбуждает в окружающих металлических элементах конструкции (магнитопроводы, каркасы катушек и т. д.) вихревые токи. Характерное время затухания этих токов может оказаться велико по сравнению со временем между двумя последовательными отклонениями пучка. Вихревые токи порождают значительные по величине магнитные поля, искажающие фокусирующее и отклоняющее поля и ухудшающие качество изображения [2-5].

Для борьбы с вихревыми токами в электронной оптике используют следующие средства: 1) помещение отклоняющего устройства вне фокусирующей системы, содержащей массивные проводящие элементы; 2) установка между отклоняющей системой и проводящими поверхностями экранов из магнито-диэлектриков; 3) установка дополнительных источников магнитного поля, компенсирующих вихревые токи.

Применение первого метода, как показано рядом авторов [5, 6], приводит к увеличению aberrаций отклонения по сравнению со случаем пространственного совмещения полей фокусировки и отклонения. Использование второго метода ограничено трудностями изготовления достаточно однородного, обладающего необходимыми частотными характеристиками, феррита. Третий метод рассматривается Вардли в [2-4]. Однако для расчета компенсирующей обмотки автор воспользовался приближенным методом, состоящим в использовании закона Ома для магнитных цепей. Полученная автором форма решения не позволяет заметить возможность полной компенсации 1-й и 3-й гармоник поля вихревых токов. Мы ставим своей целью получить более точные условия компенсации полей вихревых токов на основании более строгого рассмотрения граничной задачи для вектор-потенциала магнитного поля.

### 1. Постановка задачи

На рис. 1 изображен типичный магнитный объектив с отклоняющей системой внутри немагнитного зазора фокусирующей линзы.

Вихревые токи возникают либо в ферромагнитной броне линзы, либо в проводящем каркасе обмотки. Отклоняющая система состоит из витков с токами, параллельными оси системы (отклоняющие) и перпендикулярными оси системы

(лобовые). Поверхности металлических проводников, в которых возникают вихревые токи, в основном представляют собой цилиндры, параллельные оси системы.

В силу симметрии отклоняющей системы имеет место соотношение для плотности токов

$$\dot{i}(\rho, \varphi, z) = -\dot{i}(\rho, \varphi + \pi, z),$$

где  $(\rho, \varphi, z)$  — цилиндрическая система координат.

Пренебрегая краевыми эффектами, связанными с конечной длиной отклоняющих токов и наличием лобовых токов, в качестве модели рассмотрим бесконечный проводящий цилиндр (с магнитной проницаемостью  $\mu$  и удельным электри-

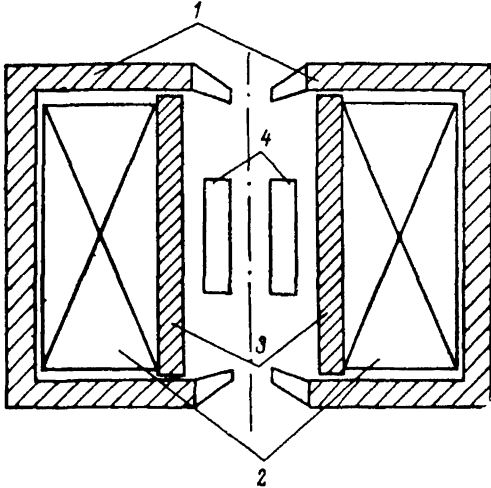


Рис. 1. Магнитный объектив с отклоняющей системой.

1 — ферромагнитная броня фокусирующей линзы, 2 — обмотка линзы, 3 — каркас обмотки, (медь, латунь), 4 — отклоняющая система.

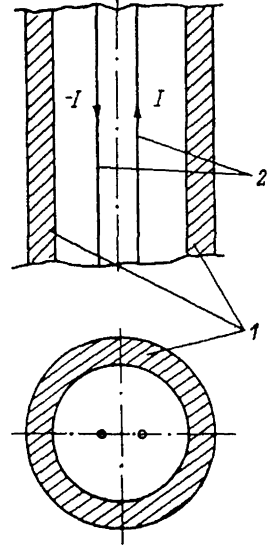


Рис. 2. Модель для расчета поля.

1 — бесконечный проводящий цилиндр, 2 — бесконечные проводники с разнонаправленными токами.

ческим сопротивлением  $\tau$ ), содержащий внутри пару антипараллельных токов, расположенных в одной плоскости на равном расстоянии от оси (рис. 2).

В данном случае вектор-потенциал поля имеет только одну составляющую по оси  $z$

$$\mathbf{A} = (0, 0, A).$$

Мы будем рассматривать поле вихревых токов, появляющихся после выключения источника в момент  $t=0$ . Для  $t < 0$  система описывается уравнением для вектор-потенциала

$$\Delta A^0 = 0, \quad A_{in}^0 = A_{ex}^0,$$

$$\frac{1}{\mu_{in}} \frac{\partial A_{in}}{\partial \rho} = \frac{1}{\mu_{ex}} \frac{\partial A_{ex}^0}{\partial \rho} \quad \text{при } \rho = a, b, \quad (1)$$

где  $A^0$  — поле в статическом случае;  $a$  — внутренний радиус цилиндра;  $b$  — внешний радиус цилиндра. Индексы «in» и «ex» употреблены для обозначения величины внутри и вне металла.

Для  $t \geq 0$  уравнения записываются [7]

$$\Delta A(t) = 0 \quad \text{при } \rho \leq a, \quad \rho \geq b, \quad (2a)$$

$$\Delta A(t) = -\frac{\mu}{\tau} \frac{dA(t)}{dt} \quad \text{при } a \leq \rho \leq b, \quad (2б)$$

$$A_{\text{in}}(t) = A_{\text{ex}}(t),$$

$$\frac{1}{\mu_{\text{in}}} \frac{\partial A_{\text{in}}(t)}{\partial \rho} = \frac{1}{\mu_{\text{ex}}} \frac{\partial A_{\text{ex}}(t)}{\partial \rho} \quad \text{при } \rho = a, b, \quad (2\text{в})$$

$$A(t)|_{t=0+0} = A^0 \quad \text{при } a \leq \rho \leq b. \quad (2\text{г})$$

Поле  $A'(t)$ , появляющееся после включения источников, можно вычислить из соотношения

$$A'(t) = A^0 - A(t).$$

## 2. Расчет поля

Для решения задач (1) и (2) используется метод Фурье в цилиндрической системе координат. Решение задачи (1) записывается в виде

$$A^0 = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} [A^0]_n \cos(2n+1)\varphi,$$

где  $[A^0]_n$  в различных областях по  $\rho$  принимает вид

$$[A^0_0]_n = \frac{k_m^2 - 1}{\gamma_n} \frac{b^{4n+2} - a^{4n+2}}{a^{4n+2}} \rho^{2n+1} + \frac{1}{2n+1} \left(\frac{\rho}{c}\right)^{2n+1} \quad \text{при } \rho \leq c, \quad (3\text{а})$$

$$[A^0_1]_n = \frac{k_m^2 - 1}{\gamma_n} \frac{b^{4n+2} - a^{4n+2}}{a^{4n+2}} \rho^{2n+1} + \frac{1}{2n+1} \left(\frac{c}{\rho}\right)^{2n+1} \quad \text{при } c \leq \rho \leq a, \quad (3\text{б})$$

$$[A^0_2]_n = \left[ (1 - k_m) \left(\frac{\rho}{b}\right)^{2n+1} + (1 + k_m) \left(\frac{b}{\rho}\right)^{2n+1} \right] \frac{2k_m b^{2n+1}}{\gamma_n} \quad \text{при } a \leq \rho \leq b, \quad (3\text{в})$$

$$[A_3]_n^0 = \frac{4k_m}{\gamma_n} \left(\frac{b^2}{\rho}\right)^{2n+1}, \quad (3\text{г})$$

где  $c$  — расстояние от оси до тока,  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума,  $\mu$  — магнитная проницаемость вещества,  $k_m = \mu/\mu_0$  — относительная безразмерная магнитная проницаемость,

$$\gamma_n \equiv (2n+1) [b^{4n+2}(k_m+1)^2 - a^{4n+2}(k_m-1)^2] c^{-2n-1}.$$

Рассмотрим теперь решение задачи (2). Решение ищем в виде

$$A_1(t) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} E_{n,s} \rho^{2n+1} \exp(-q_s t) \cos(2n+1)\varphi \quad \text{при } \rho \leq a, \quad (4\text{а})$$

$$A_2(t) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} F_{n,s} R_{2n+1}(k_s \rho) \exp(-q_s t) \cos(2n+1)\varphi \quad \text{при } a \leq \rho \leq b, \quad (4\text{б})$$

$$A_3(t) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} G_{n,s} \frac{\exp(-q_s t)}{\rho^{2n+1}} \cos(2n+1)\varphi \quad \text{при } \rho \geq b, \quad (4\text{в})$$

где  $R_{2n+1}(k_s \rho)$  — решение уравнения Бесселя;  $k_s = \sqrt{q_s \mu / \tau}$ ;  $q_s$  — постоянная разделения переменных;  $1/q_s$  — постоянная времени затухания, причем  $k_s$  зависит от номера  $n$ .

Из условий сшивания (2в) следует

$$a k_s R'_{2n+1}(k_s a) - k_m (2n+1) R_{2n+1}(k_s a) = 0, \quad (5\text{а})$$

$$b k_s R'_{2n+1}(k_s b) + k_m (2n+1) R_{2n+1}(k_s b) = 0. \quad (5\text{б})$$

Условие (5б) удовлетворим выбором вида решения  $R_{2n+1}$ , а условие (5а) — выбором величин  $k_s$ . Таким образом,

$$R_{2n+1}(k_s \rho) = -[(2n+1)k_m J_{2n+1}(k_s b) + bk_s J'_{2n+1}(k_s b)]Y_{2n+1}(k_s \rho) + [(2n+1)k_m Y_{2n+1}(k_s b) + bk_s Y'_{2n+1}(k_s b)]J_{2n+1}(k_s \rho).$$

Величины  $k_s$  определяются как корни уравнения

$$[(2n+1)k_m Y_{2n+1}(k_s b) + bk_s Y'_{2n+1}(k_s b)][(2n+1)k_m J_{2n+1}(k_s a) - ak_s J'_{2n+1}(k_s a)] - -[(2n-1)k_m J_{2n+1}(k_s b) + bk_s J'_{2n+1}(k_s b)][(2n+1)k_m Y_{2n+1}(k_s a) - ak_s Y'_{2n+1}(k_s a)] = 0.$$

Из остальных условий сшивания (2в) следует

$$F_{n,s} = E_{n,s} \frac{a^{2n+1}}{R_{2n+1}(k_s a)}, \quad G_{n,s} = E_{n,s} \frac{2k_s (ab)^{2n+1}}{\pi R_{2n+1}(k_s a)},$$

$F_{n,s}$  определяется из начального условия (2г)

$$E_{n,s} = 4 \left( \frac{c}{a^2} \right)^{2n+1} \frac{k_m B_{n,s}^2}{(b^2 A_{n,s}^2 - a^2 B_{n,s}^2) k_s^2 + (2n+1)^2 (k_m^2 - 1) (A_{n,s}^2 - B_{n,s}^2)}, \quad (6)$$

где

$$A_{n,s} = (2n+1)(k_m - 1) J_{2n+1}(k_s a) + ak_s J_{2n+2}(k_s a), \\ B_{n,s} = (2n+1)(k_m + 1) J_{2n+1}(k_s b) - bk_s J_{2n+2}(k_s b).$$

Таким образом, потенциал внутри трубы после выключения тока (4а) равен

$$A_1(t) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} f_{2n+1}(a, b, c; t) \rho^{2n+1} \cos(2n+1)\varphi, \quad (7)$$

где

$$f_{2n+1}(a, b, c; t) = \sum_{s=1}^{\infty} E_{n,s} \exp(-q_s t).$$

Как известно, на величину отклонения электронного пучка и aberrации отклонения 3-го порядка влияют члены разложения потенциала отклоняющего поля по степеням расстояния от оси не выше 3-й степени. При этом члены 1-го порядка по  $\rho$  влияют на величину отклонения и aberrации, а 3-го порядка — только на aberrации. Поэтому подавление 1-й и 3-й гармоник поля вихревых токов позволит исключить их влияние на величину отклонения и

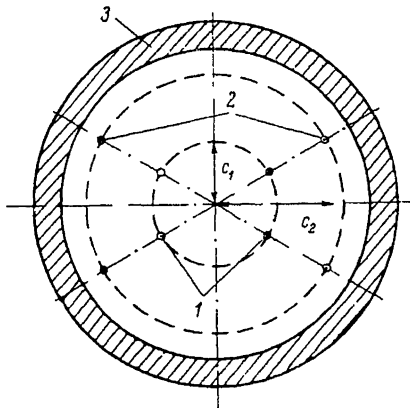


Рис. 3. Отклоняющая система с компенсацией 1-й и 3-й гармоник поля вихревых токов.

1 — две пары отклоняющих токов, развернутых на угол  $\pi/3$ , 2 — компенсирующая обмотка; 3 — проводящий цилиндр.

aberrации 3-го порядка. Заметим, что, согласно формуле (6), первый член в разложении (7) линейно зависит от параметра  $c$

$$f_1(a, b, c; t) = c\varphi(a, b; t).$$

Тогда, поместив еще одну пару проводов с током  $T_2$  на расстоянии  $c_2$  от оси трубы и удовлетворив условию

$$I_1 c_1 = -I_2 c_2, \quad (8)$$

получим, что в результирующем поле вихревых токов компенсируется первый член в разложении по расстоянию от оси. Однако надо отметить, что введение подобной компенсирующей обмотки приводит к снижению эффективности отклонения, поскольку первая гармоника  $A_0^0$  в формуле (3а) принимает вид

$$[A_0^0]_h = \frac{\mu_0 I_1}{\pi} \left( \frac{\rho}{c_1} \right) \left[ 1 - \left( \frac{c_1}{c_2} \right)^2 \right].$$

Поэтому если увеличивать  $c_2$ , то происходит увеличение эффективности отклонения и уменьшения тока в компенсирующей обмотке.

Подавление 3-й гармоники поля осуществляется выбором геометрии отклоняющей системы [6]. Например, на рис. 3 изображена отклоняющая система, состоящая из двух пар проводников с токами, развернутых относительно друг друга на угол  $\pi/3$ . Там же применительно к данному случаю показана компенсирующая обмотка, обладающая той же азимутальной симметрией.

### 3. Примеры

Для примера рассмотрим случай, когда вихревые токи возбуждаются в медном каркасе обмотки фокусирующей линзы. Расчет производился для типичного случая, когда внутренний радиус каркаса  $a=0.06$  м, внешний  $b=0.06$  м, относительная магнитная проницаемость меди  $k_m=0.9999904$ , удельное сопротивление  $\tau=1.72 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

Результаты расчета корней характеристического уравнения приведены в табл. 1, величины  $k_s$  даны в обратных сантиметрах.

Результаты расчета коэффициентов  $E_{n,s}$  приведены в виде

$$E_{n,s} = (c/a)^{2n+1} g_{n,s},$$

а безразмерные величины  $g_{n,s}$  даны в табл. 2.

Таким образом, потенциал поля вихревых токов после выключения источников равен

$$A_1(t) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{c\rho}{a^2} \right)^{2n+1} g_n(t) \cos(2n+1)\varphi,$$

$g_n(t)$  представлена на рис. 4 для 1-й (1), 3-й (2) и 5-й (3) гармоник поля.

В качестве второго примера рассмотрим вихревые токи, возбуждающиеся в ферромагнитной броне фокусирующей линзы. Геометрические размеры:

Таблица 1

n	s					
	1	2	3	4	5	6
1	0.569	3.267	6.335	9.460	12.593	15.729
3	1.034	3.446	6.445	9.534	12.649	15.774
5	1.397	3.653	6.566	9.618	12.712	15.825

Таблица 2

n	s					
	1	2	3	4	5	6
1	0.8960	0.0611	0.0165	0.0074	0.0042	0.0027
3	0.2409	0.0506	0.0156	0.0072	0.0041	0.0027
5	0.1174	0.0421	0.0146	0.0070	0.0041	0.0026

$a=0.105$  м,  $b=0.115$  м. Относительная магнитная проницаемость железа «Армко»  $k_m=15\,000$ , удельное сопротивление  $\tau=10^{-7}$  Ом·м. Из-за большой величины  $k_m$  вихревые токи затухают очень медленно ( $1/q_1 \approx 1.8$  с). Поэтому были рассмотрены вихревые токи для периодического прямоугольного сигнала

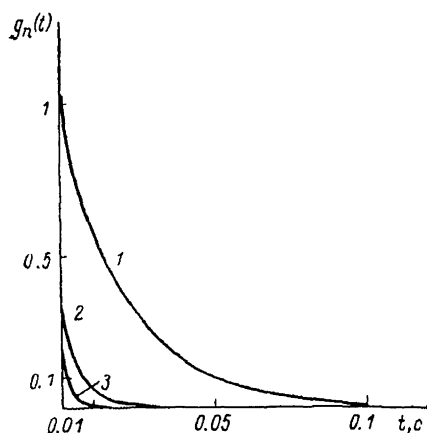


Рис. 4. Затухание поля вихревых токов (функция  $g_n(t)$ ).

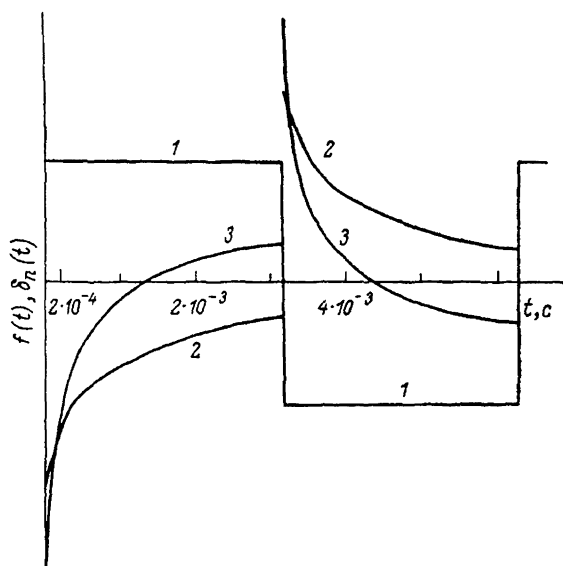


Рис. 5. Искажение формы отклоняющего поля вихревыми токами.

с частотой 100 Гц и скважностью 0.5. Результаты расчета поля представлены в форме

$$A(t) = \frac{\mu I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left( f(t) + \left( \frac{c}{a} \right)^{4n+2} \delta_n(t) \right) \left( \frac{\rho}{c} \right)^{2n+1} \frac{\cos(2n+1)\varphi}{2n+1},$$

где  $f(t)$  — функция, описывающая поведение тока во времени (рис. 5, 1);  $\delta_n(t)$  приведена на рис. 5 для 1-й (2) и 3-й (3) гармоник поля.

Для достижения относительной точности отклонения не хуже  $10^{-4}$  необходимо с той же точностью задавать поле отклонения.

Как видно из результатов, без компенсации поля вихревых токов этого достигнуть невозможно.

### Выводы

Из приведенных типичных примеров следует, что при отсутствии компенсации поля вихревых токов могут возникать большие ошибки отклонения даже для низких частот сканирования ( $\omega=100$  Гц).

Из формы полученных решений следует возможность введения дополнительной обмотки, полностью компенсирующей 1-ю гармонику поля вихревых токов в рассмотренной идеализированной модели отклоняющей системы. Причем в отличие от Г. А. Вардли получены более точные условия компенсации поля вихревых токов. 3-я гармоника достаточно хорошо компенсируется правильным выбором геометрии отклоняющей системы. Остальные гармоники поля не оказывают влияния на величину отклонения и абберации 3-го порядка.

### Литература

- [1] Глазер В. Основы электронной оптики. М.: ГИТТЛ, 1957. 763 с.  
 [2] Wardly G. A. Correction of eddy current errors in electron beam deflection. — J. Appl. Phys., 1973, v. 44, № 8, p. 3766—3769.

- [3] *Wardly G. A.* Eddy-current compensating deflection yokes. — J. Appl. Phys., 1973, v. 44, № 12, p. 5607—5612.
- [4] *Wardly G. A.* Design study of toroidal deflection yokes with eddy-current. — J. Appl. Phys., 1974, v. 45, № 5, p. 2316—2320.
- [5] *Maner J. L., Pfeiffer H. C., Sticbel W.* Electron optics of an Electron-Beam Lithographic System. — IBM J. Res. Develop., 1977, v. 21, № 2, p. 514—521.
- [6] *Смайт В.* Электростатика и электродинамика. М.: ИЛ, 1954. 604 с.

Поступило в Редакцию  
6 декабря 1983 г.

---