



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

P. M. Gudivok, Sylow subgroups of the general linear group over the ring of integers,
Algebra i Analiz, 1990, Volume 2, Issue 6, 125–131

<https://www.mathnet.ru/eng/aa224>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.172

May 22, 2025, 00:31:33



© 1990 г.

П. М. Гудивок

О СИЛОВСКИХ ПОДГРУППАХ ПОЛНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ГРУППЫ
НАД КОЛЬЦОМ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Решается задача о сопряженности силовских p -подгрупп полной линейной группы над кольцом целых рациональных чисел.

Д. А. Супруненко [1] описал с точностью до сопряженности силовские p -подгруппы полной линейной группы $GL(n, F)$ над алгебраически замкнутым полем F . Этот результат на произвольное поле F обобщил Р. Т. Вольвачев [2]. Как показано в [3], при описании силовских 2-подгрупп в [2] имеются неточности. В. С. Конюх [4] классифицировал с точностью до сопряженности все неприводимые силовские 2-подгруппы группы $GL(n, K)$ (K - произвольное поле). В [1-4] установлено, что при $p \neq 2$ силовские p -подгруппы группы $GL(n, K)$ попарно сопряжены. Это утверждение неверно при $p=2$. В. П. Платонов [5] доказал сопряженность силовских p -подгрупп алгебраических линейных групп над алгебраически замкнутым полем. В [6] изучались силовские p -подгруппы группы $GL(n, R)$, где R - дискретно нормированное кольцо. В частности, показано, что если R - дискретно нормированное кольцо характеристики нуль с конечным полем вычетов характеристики q , то при $p \neq 2$ и $p \neq q$ силовские p -подгруппы группы $GL(n, R)$ попарно сопряжены. В [7] установлено, что существует такое простое число q , что не все силовские q -подгруппы группы $GL(n, Z)$ при $n > 2$ попарно сопряжены (Z - кольцо целых рациональных чисел).

В настоящей работе с помощью теории целочисленных представлений конечных групп доказывается следующая

Теорема А. *Силовские p -подгруппы группы $GL(n, Z)$ попарно сопряжены тогда и только тогда, когда выполняется одно из следующих условий: 1) $n=p-1$ и число классов идеалов поля $\mathbb{Q}(\epsilon)$ равно 1 (\mathbb{Q} - поле рациональных чисел, ϵ - первообразный корень степени p из 1); 2) $n < p-1$, $p \neq 2$; 3) $n=2$.*

§ 1. Введение

В этом параграфе приводятся необходимые для дальнейшего сведения из теории линейных групп и теории целочисленных представлений конечных групп.

Лемма 1.1 (см. [2-4]). *Силовские p -подгруппы группы $GL(n, \mathbb{Q})$ попарно сопряжены.*

Лемма 1.2 (см. [2]). *Силовая p -подгруппа группы $GL(n, \mathbb{Q})$ неприводима тогда и только тогда, когда $n = \varphi(p^r)$ ($r \geq 0$, φ - функция Эйлера).*

Приведем полученное в [2] описание силовских p -подгрупп группы $GL(n, \mathbb{Q})$. Пусть N_{p^r} - силовская p -подгруппа симметрической группы S_{p^r} , H - подгруппа группы $GL(n, \mathbb{Q})$, $H \times N_{p^r}$ - сплетение групп H и N_{p^r} ; ε - первообразный корень степени p из единицы ($\varepsilon \in \mathbb{C}$); $\tilde{\varepsilon}$ - матрица, соответствующая полиному деления круга $\Phi_p(x)$ порядка p , и $P = \langle \tilde{\varepsilon} \rangle$ - циклическая группа, порожденная $\tilde{\varepsilon}$.

Представим натуральное число n в виде

$$n = (p-1)n_0 + t \quad (0 \leq t < p-1),$$

где $n_0 = a_0 + a_1 p + \dots + a_s p^s$ ($a_s \neq 0, 0 \leq a_j < p; j = 0, 1, \dots, s$). Тогда произвольная силовская p -подгруппа группы $GL(n, \mathbb{Q})$ сопряжена с группой

$$B_p = \text{diag} [1^{(t)}, G_{p^0}^{(a_0)}, G_p^{(a_1)}, \dots, G_{p^s}^{(a_s)}], \quad (1.1)$$

где

$$G_{p^r} = P \times N_{p^r}, \quad G_{p^r}^{(a_r)} = \text{diag} [P_1, \dots, P_{a_r}] \quad (1.2)$$

$$(P_i = G_{p^r}; i = 1, \dots, a_r; r = 0, 1, \dots, s).$$

Отметим, что при произвольном p группа B_p является силовской p -подгруппой группы $GL(n, \mathbb{Z})$, а G_{p^r} - неприводимая силовская p -подгруппа группы $GL(\varphi(p^{r+1}), \mathbb{Z})$ ($r \geq 0$).

Лемма 1.3 (см. [8-9]). *Пусть G - конечная p -группа, Δ_1 и Δ_2 - неэквивалентные неприводимые матричные \mathbb{Q} -представления группы G , которые неприводимы и над полем p -адических чисел \mathbb{Q}_p . Тогда группа G обладает неразложимым \mathbb{Z} -представлением Γ вида:*

$$\Gamma : g \longrightarrow \Gamma(g) = \begin{pmatrix} \Delta'_1(g) & A(g) \\ 0 & \Delta'_2(g) \end{pmatrix} \quad (g \in G),$$

где Δ'_i - некоторое неприводимое \mathbb{Z} -представление группы G , \mathbb{Q} -эквивалентное представлению Δ_i ($i=1, 2$). Представление Γ неразложимо также над кольцом целых p -адических чисел \mathbb{Z}_p .

Лемма 1.4. (см. [10]). *Пусть G - конечная группа, R - полное дискретно нормированное кольцо, RG - групповое кольцо группы G над кольцом R . Произвольный RG -модуль с конечным R -базисом однозначно с точностью до изоморфизма разлагается в прямую сумму неразложимых RG -модулей с конечными R -базисами.*

§ 2. Приводимый случай

Пусть силовская p -подгруппа группы $GL(n, \mathbb{Q})$ приводима. Выясним вопрос о сопряженности силовских p -подгрупп группы $GL(n, \mathbb{Z})$. Легко видеть, что группы $G_{p^{-1}} = \langle 1 \rangle, G_{p^0}, G_p, \dots, G_{p^s}$ (см. (1.2)) попарно не изоморфны. Рассмотрим два случая.

1) Пусть в группе B_p вида (1.1) при некоторых i и j ($i < j$) содержатся подгруппы G_{p_i} и G_{p_j} . Обозначим через H_p абстрактную группу, изоморфную группе B_p . В силу (1.1) группа H_p обладает точным \mathbb{Z} -представлением Γ_p степени n вида

$$\Gamma_p : h \rightarrow \text{diag} [\Delta_{-1}(h)^{(t)}, \Delta_0(h)^{(a_0)}, \dots, \Delta_s(h)^{(a_s)}],$$

где $h \in H_p$ и Δ_i - такое неприводимое \mathbb{Z} -представление группы H_p , что $\text{Im } \Delta_i = G_{p_i}$ ($i = -1, 0, 1, \dots, s$).

Ввиду леммы 1.3 существует точное \mathbb{Z} -представление $\tilde{\Gamma}_p$ группы H_p степени n вида

$$\tilde{\Gamma}_p : h \rightarrow \tilde{\Gamma}_p(h) = \text{diag} [\Gamma'_p(h), \Gamma''_p(h)],$$

где $\Gamma'_p(h)$ получается из $\Gamma_p(h)$ отбрасыванием по одному блоку $\Delta_i(h)$ и $\Delta_j(h)$, а

$$\Gamma''_p : h \rightarrow \Gamma''_p(h) = \begin{pmatrix} \Delta'_i(h) & A(h) \\ 0 & \Delta'_j(h) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

является неразложимым \mathbb{Z} -представлением группы H_p (Δ'_i и Δ'_j - некоторые неприводимые \mathbb{Z} -представления группы H_p , \mathbb{Q} -эквивалентные соответственно представлениям Δ_i и Δ_j).

Пусть $\text{Im } \tilde{\Gamma}_p = \tilde{B}_p$. Покажем, что подгруппы B_p и \tilde{B}_p не сопряжены в группе $\text{GL}(n, \mathbb{Z})$. Предположим противное. Тогда существует такая матрица $C \in \text{GL}(n, \mathbb{Z})$, что

$$C^{-1} \tilde{\Gamma}_p(h) C = \Gamma_p(\psi(h)) \quad (h \in H_p), \quad (2.2)$$

где ψ - некоторый автоморфизм группы H_p . Из [4] вытекает, что B_p является также силовской p -подгруппой группы $\text{GL}(n, \mathbb{Q}_p)$ (\mathbb{Q}_p - поле p -адических чисел) и \mathbb{Z} -представление Δ_i группы H_p будет неприводимым и над полем \mathbb{Q}_p . Значит, $\Gamma_p : h \rightarrow \Gamma_p(\psi(h))$ ($h \in H_p$) является вполне приводимым \mathbb{Z}_p -представлением группы H_p (\mathbb{Z}_p - кольцо целых p -адических чисел). Далее, в силу леммы 1.3 \mathbb{Z} -представление $\tilde{\Gamma}_p$ группы H_p (см. (2.1)) будет неразложимым и над кольцом \mathbb{Z}_p . Поэтому $\tilde{\Gamma}_p$ не является вполне приводимым \mathbb{Z}_p -представлением группы H_p . Отсюда и из справедливости теоремы Крулля-Шмидта для \mathbb{Z}_p -представлений конечной группы (см. лемму 1.4) вытекает, что \mathbb{Z}_p -представления $\tilde{\Gamma}_p$ и Γ_p группы H_p не эквивалентны над кольцом \mathbb{Z}_p . Принимая во внимание (2.2), получаем противоречие. Следовательно, силовские p -подгруппы B_p и \tilde{B}_p группы $\text{GL}(n, \mathbb{Z})$ не сопряжены.

2) Пусть $B_p = G_{p_r}^{(a_r)}$ ($p \neq 2, 1 < a_r < p, r \geq 0$). Обозначим через L_p абстрактную группу, изоморфную группе G_{p_r} . Очевидно, группа $H_p = A_1 \times \dots \times A_{a_r}$ ($A_i \cong L_p; i = 1, \dots, a_r$) изоморфна группе B_p . Рассмотрим подгруппу $A = A_1 \times A_2$ группы H_p . Пусть Δ - точное \mathbb{Z} -представление группы L_p с $\text{Im } \Delta = G_{p_r}$. Тогда Δ является неприводимым \mathbb{Z} -представлением группы L_p . Очевидно,

$$\Gamma_1 : h_1 \rightarrow \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & \Delta(h_1) \end{pmatrix}, \quad h_2 \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta(h_2) & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}$$

($h_i \in A_i$; $i=1,2$; E - единичная матрица) - точное Z -представление группы A с $\text{Im } \Gamma_1 = \text{diag}[G_{p^r}, G_{p^r}]$. Z -представления $\Delta_1: h_1 \rightarrow E$, $h_2 \rightarrow \Delta(h_2)$ и $\Delta_2: h_1 \rightarrow \Delta(h_1)$, $h_2 \rightarrow E$ группы A неприводимы и неэквивалентны над \mathbb{Q} . Тогда по лемме 1.3 группа A обладает неразложимым точным Z -представлением Γ_2 вида

$$\Gamma_2 : h \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta'_1(h) & V(h) \\ 0 & \Delta'_2(h) \end{pmatrix} \quad (h \in A),$$

где Δ'_i - некоторое Z -представление группы A , \mathbb{Q} -эквивалентное представлению Δ_i ($i=1,2$). Пусть $\text{Im } \Gamma_2 = S$. Далее такими же рассуждениями, как и в случае 1),

получаем, что подгруппы B_p и $B_p = \text{diag}[S, G_{p^r}^{(a, r-2)}]$ не сопряжены в группе $\text{GL}(n, \mathbb{Z})$.

Таким образом, получен следующий результат.

Предложение 2.1. Пусть силовская p -подгруппа B_p группы $\text{GL}(n, \mathbb{Q})$ приводима и $|B_p| > 1$. Тогда в группе $\text{GL}(n, \mathbb{Z})$ существуют несопряженные силовские p -подгруппы.

§ 3. Неприводимый случай

Пусть силовская p -подгруппа группы $\text{GL}(n, \mathbb{Q})$ неприводима. Тогда $n = \varphi(p^r)$ ($r \geq 0$, φ - функция Эйлера). Исследуем вопрос о сопряженности силовских p -подгрупп группы $\text{GL}(\varphi(p^r), \mathbb{Z})$. Рассмотрим ряд случаев.

1) Пусть $n=2$, $p=2$. Легко видеть, что произвольная силовская 2-подгруппа группы $\text{GL}(2, \mathbb{Z})$ сопряжена с группой

$$H_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

2) Пусть $n=p-1 > 1$ (p - простое число). Очевидно, $P = \langle \tilde{\varepsilon} \rangle$ будет силовской p -подгруппой группы $\text{GL}(p-1, \mathbb{Z})$ (ε - первообразный корень степени p из 1, $\tilde{\varepsilon}$ - матрица, соответствующая полиному деления круга $\Phi_p(x)$ порядка p). Пусть $H = \langle a \rangle$ - циклическая группа порядка p . Из [11] вытекает, что число неэквивалентных неприводимых Z -представлений степени $p-1$ группы $H = \langle a \rangle$ равно числу h классов идеалов поля $\mathbb{Q}(\varepsilon)$. Следовательно, если $h=1$, то произвольная силовская p -подгруппа группы $\text{GL}(p-1, \mathbb{Z})$ сопряжена с группой $P = \langle \tilde{\varepsilon} \rangle$. Пусть $h > 1$. Обозначим через $\Delta: a \rightarrow A$ неприводимое Z -представление степени $p-1$ группы H , которое не эквивалентно над Z представлению $\Delta_1: a \rightarrow \tilde{\varepsilon}$. Покажем, что силовские p -подгруппы $P_1 = \langle A \rangle$ и $P = \langle \tilde{\varepsilon} \rangle$ группы $\text{GL}(p-1, \mathbb{Z})$ не сопряжены. Предположим, что $C^{-1}P_1C = P$, где $C \in \text{GL}(p-1, \mathbb{Z})$. Тогда

$$C^{-1}AC = \tilde{\varepsilon}^r \quad (1 \leq r < p). \quad (3.1)$$

Легко показать, что Z -представления $\Delta_1: a \rightarrow \tilde{\varepsilon}$ и $\Delta_r: a \rightarrow \tilde{\varepsilon}^r$ ($1 \leq r < p$) группы H Z -эквивалентны, т.е. существует такая матрица $C_1 \in \text{GL}(p-1, \mathbb{Z})$, что

$$C_1^{-1} \tilde{\varepsilon}^r C_1 = \tilde{\varepsilon}. \tag{3.2}$$

Из (3.1) и (3.2) получаем, что Z -представления Δ и Δ_1 Z -эквивалентны, что невозможно. Значит, подгруппы P и P_1 группы $GL(p-1, Z)$ не сопряжены.

3) Пусть $n = \varphi(p^{r+1}) = p^r(p-1)$ ($r \geq 1$), $n > 2$. В силу (1.2) группа $G_{p^r} = P_2 N_{p^r}$ является силовской p -подгруппой группы $GL(\varphi(p^{r+1}), Z)$ ($P = \langle \tilde{\varepsilon} \rangle$, $\varepsilon^P = 1$). Из [2] вытекает, что группа $T_{p^r} = \langle \varepsilon \rangle \geq N_{p^r}$ будет силовской p -подгруппой группы $GL(p^r, Z[\varepsilon])$. Группа T_{p^r} мономиальна. Каждая матрица $\tilde{\lambda}$ из группы G_{p^r} получается из некоторой матрицы A из группы T_{p^r} заменой в ней ε^r на $\tilde{\varepsilon}^r$ ($1 \leq r \leq p$).

а) Пусть $n = p(p-1)$, $p \neq 2$. Обозначим через L_p силовскую p -подгруппу группы $GL(p(p-1), Z)$, содержащую абелеву подгруппу $H_1 = \langle A, B \rangle$ порядка p^2 , где

$$A = (\tilde{\varepsilon} \otimes E_p), \quad B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & E_r \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} \tilde{\varepsilon} & E_{p-1} \\ 0 & E_{p-1} \end{pmatrix},$$

E_m - единичная матрица порядка m , $\tilde{\varepsilon} \otimes E_p$ - тензорное произведение матриц $\tilde{\varepsilon}$ и E_p , $r = (p-2)(p-1)$.

Предположим, что подгруппы $G_p = P_2 N_p$ и L_p группы $GL(p(p-1), Z)$ сопряжены, т.е. $C^{-1} L_p C = G_p$, где $C \in GL(p(p-1), Z)$. Тогда

$$C^{-1} A C = \tilde{A}_1, \quad C^{-1} B C = \tilde{B}_1, \tag{3.3}$$

где A_1 и B_1 - матрицы из группы $T_p = \langle \varepsilon \rangle \geq N_p$, а $\tilde{A}_1 \in G_p$, $\tilde{B}_1 \in G_p$.

Нетрудно показать, что существует такая матрица $C_1 \in GL(p, Z[\varepsilon])$, что

$$C_1^{-1} A C_1 = A_2, \quad C_1^{-1} B_1 C_1 = B_2, \tag{3.4}$$

где B_2 одна из матриц:

$$V_1 = \begin{pmatrix} \varepsilon^{r_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ & & \varepsilon^{r_p} \\ 0 & & & \varepsilon \end{pmatrix}, \quad V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ E_{p-1} & 0 \end{pmatrix} \quad (1 \leq r_i \leq p; \quad i=1, \dots, p).$$

В случае $B_2 = V_1$ из (3.4) вытекает, что для некоторой матрицы $C_2 \in GL(\varphi(p^2), Z)$ $C_2^{-1} B C_2 = \tilde{V}_1$. Следовательно, Z -представления $\Gamma_1: b \rightarrow B$ и $\Gamma_2: b \rightarrow \tilde{V}_1$ циклической группы $H = \langle b \rangle$ порядка p эквивалентны над кольцом целых p -адических чисел Z_p . Принимая во внимание лемму 1.4, получаем, что это невозможно, так как представление Γ_2 вполне приводимо над Z_p , а Γ_1 нет.

Значит, $B_2 \neq V_1$. Пусть $B_2 = V_2$. Тогда из условия $V_2 A_2 = A_2 V_2$ (см. (3.3)) находим, что $A_2 = \varepsilon^k E_p$ ($1 \leq k < p$). Обозначим через $H_2 = \langle a_1 \rangle \times \langle a_2 \rangle$ ($a_i^p = 1$, $i=1, 2$) абелеву группу типа (p, p) . Очевидно, отображение $\Gamma: a_1 \rightarrow A_2, a_2 \rightarrow V_2$ является неразложимым $Z[\varepsilon]$ -представлением группы H_2 . Отсюда вытекает, что отображение $\Gamma': a_1 \rightarrow \tilde{A}_2, a_2 \rightarrow \tilde{V}_2$ - неразложимое представление группы H_2 над кольцом Z_p . Из (3.3) и (3.4) получаем, что Z -представления $\Gamma: a_1 \rightarrow A, a_2 \rightarrow B$ и $\Gamma': a_1 \rightarrow \tilde{A}_2, a_2 \rightarrow \tilde{V}_2$ группы H_2 Z_p -эквивалентны. С другой стороны, эти представления не могут быть эквивалентными над Z_p , так как

представление Γ разложимо, а Γ' неразложимо над кольцом \mathbb{Z}_p . Полученное противоречие показывает, что подгруппы G_p и L_p группы $GL(\varphi(p^2), \mathbb{Z})$ не сопряжены ($p \neq 2$).

б) Пусть $n = \varphi(p^{r+1}) = p^r(p-1)$ ($r > 1$).

Рассмотрим силовскую p -подгруппу D_{p^r} группы $GL(p^r(p-1), \mathbb{Z})$, содержащую циклическую подгруппу $\langle A \rangle$ порядка p^2 , где

$$A = \begin{pmatrix} \xi & A_0 & 0 \\ 0 & \tilde{\xi} & 0 \\ 0 & 0 & E \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

E - единичная матрица, ξ - матрица, соответствующая полиному деления круга $\Phi_{p^2}(x)$ порядка p^2 . Покажем, что подгруппы G_{p^r} и D_{p^r} не сопряжены в $GL(p^r(p-1), \mathbb{Z})$. Предположим, что они сопряжены. Тогда существует такая матрица $C \in GL(p^r(p-1), \mathbb{Z})$, что

$$C^{-1}AC = \lambda_1, \quad (3.5)$$

где $A_1 \in \Gamma_{p^r} = \langle \epsilon \rangle \mathbb{Z} N_{p^r}$ и $A_1 \in G_{p^r}$. Так как группа Γ_{p^r} мономиальна, то найдется такая матрица $C_1 \in GL(p^r, \mathbb{Z}[\epsilon])$, что

$$C_1^{-1}A_1C_1 = A_2 = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & B_s \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

где B_i - матрица одного из таких видов:

$$(\alpha) \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ E_m & 0 \end{pmatrix}$$

($\alpha \in \mathbb{Z}[\epsilon]$; $\alpha^p = 1$, E_m - единичная матрица порядка m , $(m+1) \in \{p, p^2\}$ при $\alpha = 1$ и $m+1 = p$ при $\alpha \neq 1$).

Из (3.5) и (3.6) вытекает, что существует такая матрица $C_2 \in GL(p^r(p-1), \mathbb{Z})$, что $C_2^{-1}AC_2 = \lambda_2$. Следовательно, \mathbb{Z} -представления $\Delta_1: a \rightarrow \lambda_1$ и $\Delta_2: a \rightarrow \lambda_2$ циклической группы $H = \langle a \rangle$ порядка p^2 \mathbb{Z} -эквивалентны. Они будут эквивалентны и над кольцом \mathbb{Z}_p . Но это невозможно, так как среди неразложимых над кольцом \mathbb{Z}_p компонент представления Δ_2 не содержится неразложимое представление

$$a \rightarrow \begin{pmatrix} \xi & A_0 \\ 0 & \tilde{\xi} \end{pmatrix}.$$

Отметим, что неразложимость этого представления показана в [12]. Следовательно, подгруппы G_{p^r} и D_{p^r} группы $GL(p^r(p-1), \mathbb{Z})$ не сопряжены ($r > 1$).

Таким образом, нами доказана следующая теорема.

Теорема 3.1. Силовские p -подгруппы группы $GL(\varphi(p^r), \mathbb{Z})$ ($r \geq 0$) попарно сопряжены тогда и только тогда, когда выполняется одно из следующих условий: 1) $r=1$ и число классов идеалов поля $\mathbb{Q}(\epsilon)$ равно 1 (ϵ - первообразный корень степени p из 1); 2)

$\varphi(p^r) \leq 2$.

Замечание 1. Из предложения 2.1 и теоремы 3.1 вытекает доказательство теоремы А, сформулированной в начале статьи.

Замечание 2. Из [13-14] следует, что при некоторых n силовские p -подгруппы группы $GL(n, \mathbb{Z})$ могут быть неизоморфны.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Супруненко Д.А. Линейные p -группы // ДАН БССР. 1960. Т.4, N 6. С.233-235.
- [2] Вольвачев Р.Т. p -подгруппы Силова полной линейной группы // Изв.АН СССР. Сер.мат. 1963. Т.27, N 5. С.1031-1054.
- [3] Leedham-Green C.R., Plesken W. Some remarks on sylow subgroups of general linear groups // Math.Z. 1986. Vol.191. P.529-535.
- [4] Конюх В.С. О линейных p -группах // Изв.АН БССР. Сер.физ.-мат.наук. 1987. N 1. С.3-8.
- [5] Платонов В.П. Теория алгебраических линейных групп и периодические группы // Изв.АН СССР. Сер.мат. 1966. Т.30, N 3. С.573-620.
- [6] Гудивок П.М., Кирилук А.А. Силовские p -подгруппы полной линейной группы над дискретно-нормированными кольцами // Докл.АН УССР. Сер.А. 1979. N 5. С.326-329.
- [7] Гудивок П.М., Кирилук А.А., Рудько В.П., Циткин А.И. О конечных подгруппах группы $GL(n, \mathbb{Z})$ // Кибернетика. 1982. N 6. С.71-82.
- [8] Кэртис Ч., Райнфрди. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр. М.: Наука. 1969. 668 с.
- [9] Reiner I. Module extensions and blocks // J.Algebra. 1967. Vol.5, N 3. P.157-163.
- [10] Борович З.И., Фаддеев Д.К. Теория гомологий в группах. II // Вестн. Ленингр.ун-та. 1959. N 7. С.72-87.
- [11] Diederichsen F.E.E. Über die Ausreduktion ganzzahliger Gruppendarstellungen bei arithmetischer Äquivalenz // Hamb.Abh. 1940. Vol.14. P.357-412.
- [12] Берман С.Д., Гудивок П.М. Неразложимые представления конечных групп над кольцом целых p -адических чисел // Изв.АН СССР. Сер.мат. 1964. Т.28, N 4. С.875-910.
- [13] Abold H., Plesken W. Ein Sylowatz für endliche p -Untergruppen von $GL(n, \mathbb{Z})$ // Math. Ann. 1978. Vol.232, N 5. P.183-186.
- [14] Ващук Ф.Г., Гудивок П.М. Целочисленные p -адические представления конечных абелевых p -групп // ДАН УССР. Сер.А. 1986. N 1. С.3-6.