Math-Net.Ru
All Russian mathematical portal

Yu. A. Bahturin, Special varieties of Lie algebras,
Algebra Logika, 1981, Volume 20, Number 5, 522–530

https://www.mathnet.ru/eng/al1742

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
https://www.mathnet.ru/eng/agreement

Download details:
IP: 18.97.14.91
December 16, 2025, 20:23:48

Алгебра и логика, 20, № 5(1981), 522-530

УДК 519.4

СПЕЦИАЛЬНЫЕ МНОГООБРАЗИЯ АЛГЕБР ЛИ

Ю. А. БАХТУРИН

Светлой памяти
Анатолия Илларионовича Ширшова

1. Следуя терминологии А. И. Ширшова, назовем многообразие алгебр Ли $\mathfrak{V}$ над ассоциативно-коммутативным кольцом Φ специальным, если $\mathfrak{V}$ порождается специальной алгеброй Ли, т. е. подалгеброй Ли некоторой ассоциативной PI-алгебры. Из [6] известно, что $\mathfrak{V}$ не может быть многообразием всех алгебр Ли над Φ. Там же, а также в [1, 12] приведены примеры специальных многообразий – многообразий, порожденных конечными над Φ алгебрами, алгебрами с нильпотентным коммутантом и др.

В настоящей работе мы будем рассматривать совокупность $sLie(\Phi)$ всех специальных многообразий над полем Φ характеристики 0 (случай простой характеристики заслуживает особого рассмотрения); покажем, что $sLie(\Phi)$ – идеал решетки $Lie\,\Phi$; найдем необходимые и достаточные условия того, что произведение и коммутатор двух специальных многообразий специальны. Будут даны некоторые новые примеры специальных многообразий и новая информация о базисном ранге многообразий алгебр Ли характеристики 0.

Примем следующие обозначения. Если L – алгебра Ли над Φ, то $Ad(L)$ – ассоциативная подалгебра в алгебре $End_{\Phi}(L)$ всех эндоморфизмов Φ-модуля L, порожденная всеми внутренними дифференцированиями adx, $x \in L$. Если S – некоторое подмножество в L, то $C(S) = \{x \in L : [x, S] = 0\}$ – централизатор множества S в L. Положим $Z = C(L)$. Буквой $\mathfrak{A}$ будем обозначать многообразие всех абелевых алгебр над Φ, $\mathfrak{N}_c$ – многообразие всех Φ-алгебр нильпотентных класса $\leq c$. Если $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$ – два многообразия, то $\mathfrak{U}\mathfrak{V}$ – класс алгебр Ли, содержащих идеал из $\mathfrak{U}$, фактор-алгебра по которому принадлежит многообразию $\mathfrak{V}$. Коммутатор $[\mathfrak{U}, \mathfrak{V}]$ есть класс всех алгебр L, в которых есть два идеала U, V такие, что $[U, V] = 0$, причем $L/U \in \mathfrak{U}$, $L/V \in \mathfrak{V}$.

© Институт математики СО АН СССР, 1981

Будем использовать следующие утверждения из [12, предложения 1.5 и 1.7].

ЛЕММА 1. Пусть специальная алгебра Ли G порождает многообразие $\mathfrak{V}$. Тогда любая свободная алгебра L многообразия $\mathfrak{V}$ является специальной.

ЛЕММА 2. Пусть G – алгебра Ли, для которой $Ad(G)$ является PI-алгеброй. Если H принадлежит многообразию, порожденному алгеброй G, то $Ad(H)$ – PI-алгебра.

Существенными для нашего рассмотрения являются также две леммы С. А. Пихтилькова [7], цитированные в [1].

ЛЕММА 3. Если L – специальная алгебра Ли над полем характеристики 0, то $Ad(L)$ является PI-алгеброй.

ЛЕММА 4. Если L – свободная алгебра некоторого многообразия характеристики 0 и L/Z специальна, то и L специальна.

2. Подмножество S решетки R называется идеалом, если для любых $x, y \in S$, $a \in R$ имеем $x \vee y \in S$ и $x \wedge a \in S$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. Совокупность $sLie(\Phi)$ специальных многообразий над полем Φ характеристики 0 является идеалом решетки $Lie(\Phi)$ всех многообразий алгебр Ли над Φ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\mathfrak{U}, \mathfrak{V} \in sLie(\Phi)$, т. е. существуют специальные алгебры $G \in \mathfrak{U}$, $H \in \mathfrak{V}$, порождающие эти многообразия. В этом случае прямое произведение $K = G \times H$ порождает многообразие $\mathfrak{U} \cup \mathfrak{V}$ и, очевидно, является специальной алгеброй. Поэтому $\mathfrak{U} \cup \mathfrak{V} \in sLie(\Phi)$. Допустим, далее, что $\mathfrak{U}$ – подмногообразие в специальном многообразии $\mathfrak{V}$. Рассмотрим свободную алгебру L счетного ранга многообразия $\mathfrak{U}$. Пусть G – специальная алгебра, порождающая многообразие $\mathfrak{V}$. По лемме 3, $Ad(G)$ является PI-алгеброй. По лемме 2, $Ad(L)$ является PI-алгеброй. Наконец, по лемме 4, L является специальной алгеброй Ли. Таким образом, $\mathfrak{U}$ – специальное многообразие, и наше предложение доказано.

3. Пусть G – трехмерная алгебра Ли с базисом $\{x, y, z\}$ и таблицей умножения $[x, y] = z$, $[x, z] = [y, z] = 0$. Превратим алгебру многочленов $\Phi[t]$ в G-модуль, полагая

$$x \circ f = \frac{df}{dt}, \quad y \circ f = tf, \quad z \circ f = f,$$

где $f \in \Phi[t]$. В случае поля Φ характеристики 0 G-модуль $\Phi[t]$ неприводим, и полупрямое произведение $L_0 = G \leftthreetimes \Phi[t]$ не является специальной алгеброй Ли [12] (умножение в идеале $\Phi[t]$ нулевое). Далее, $L_0 \in \mathfrak{A}\mathfrak{N}_2 \subseteq \mathfrak{A}^3$. Алгебра L_0 не имеет центра, следовательно, $L_0 \subset Ad\, L_0$. Если бы $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$ было специально, то $Ad(L_0)$ была бы PI-алгеброй (по леммам 1, 3, 2). Таким образом, $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$ и $\mathfrak{A}^3$ не специальны.

ТЕОРЕМА 1. *Пусть $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$ – два ненулевых многообразия алгебр Ли над полем Φ характеристики 0. Произведение $\mathfrak{U}\mathfrak{V}$ является специальным многообразием тогда и только тогда, когда $\mathfrak{U}$ нильпотентно, а $\mathfrak{V}$ абелево.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Каждое ненулевое многообразие алгебр Ли содержит многообразие $\mathfrak{A}$ абелевых алгебр Ли, а каждое неабелево многообразие алгебр Ли над бесконечным полем содержит многообразие $\mathfrak{N}_2$ (все предварительные сведения о многообразиях алгебр Ли можно найти в [10]). Таким образом, если $\mathfrak{V}$ неабелево, то $\mathfrak{V} \supseteq \mathfrak{N}_2$, а $\mathfrak{U}\mathfrak{V} \supseteq \mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$. По замечанию перед формулировкой теоремы, $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$ не специально. Тогда, по предложению 1, и $\mathfrak{U}\mathfrak{V}$ неспециально. В дальнейшем считаем, что $\mathfrak{V} = \mathfrak{A}$.

Рассмотрим теперь вербальное $\mathfrak{U}$-сплетение двух одномерных алгебр $L = (\Phi a)\, wr_{\mathfrak{U}}\, (\Phi b)$ (его определение можно найти в [9] или в [10]). Алгебра L лежит в $\mathfrak{U}\mathfrak{A}$ и является расширением $\mathfrak{U}$-свободной алгебры счетного ранга при помощи одномерной алгебры. Число порождающих алгебры L равно двум. Допустим, что многообразие $\mathfrak{U}\mathfrak{A}$ специально. Тогда $A = Ad(L)$ является PI-алгеброй. Алгебра A – конечно-порожденная PI-алгебра. Согласно результату А. Р. Кемера [5], радикал Джекобсона этой алгебры нильпотентен.

Если все примитивные факторы алгебры A коммутативны, то алгебра A, а значит, и L/Z, являются лиево-разрешимыми алгебрами. Следовательно, разрешимой является и $\mathfrak{U}$-свободная алгебра счетного ранга, являющаяся подалгеброй алгебры L. Итак, многообразие $\mathfrak{U}$ разрешимо. В этом случае хорошо известно (см., например, [10]), что либо $\mathfrak{U}$

нильпотентно, либо $\mathfrak{A}$ содержит многообразие $\mathfrak{A}^2$ всех метабелевых алгебр Ли. Во втором случае $\mathfrak{A}\mathfrak{A} \supseteq \mathfrak{A}^3$, а это многообразие неспециально.

Допустим теперь, что не все примитивные факторы алгебры A коммутативны. Тогда и у алгебры L/Z имеется гомоморфный образ, изоморфный некоторой некоммутативной алгебре Ли $\bar{L}$, являющейся неприводимой алгеброй Ли линейных преобразований некоторого конечномерного векторного пространства над расширением Φ' поля Φ. Тензорно умножая на алгебраическое замыкание Φ'' поля Φ', мы видим, что в многообразии $\mathfrak{A}\mathfrak{A}$ лежит алгебра $G = sL_2(\Phi)$ матриц второго порядка со следом нуль. В силу определения произведения многообразий, коммутант алгебры $G = sL_2(\Phi)$ должен лежать в $\mathfrak{A}$. Поскольку $G = G^2$, видим, что $G \in \mathfrak{A}$. В алгебре G есть двумерная неабелева подалгебра H. Она ненильпотентна и, значит, порождает многообразие $\mathfrak{A}^2$. Таким образом, $\mathfrak{A}\mathfrak{A} \supseteq \mathfrak{A}^3$, следовательно, многообразие $\mathfrak{A}\mathfrak{A}$ в этом случае не является специальным.

Итак, если $\mathfrak{A}\mathfrak{A}$ специально, то $\mathfrak{A}$ нильпотентно, и теорема в одну сторону доказана.

В обратную сторону утверждение теоремы вытекает из результата В. Н. Латышева [6, теорема 4], доказавшего специальность алгебры с нильпотентным коммутантом. Впрочем, достаточно (в силу предложения 1) использовать тот факт, что многообразие $\mathfrak{N}_c\mathfrak{A}$ порождается алгеброй Ли верхних треугольных матриц порядка $c+1$ (см. [11]).

Тем самым теорема полностью доказана.

4. Негативной стороной теоремы 1 является то, что она не дает новых примеров специальных многообразий. В этом смысле интересной является теорема 2, в изложении которой нам понадобится вспомогательная

ЛЕММА 5. Пусть L – алгебра Ли, M – ее идеал. Рассмотрим L как R-модуль, где $R = Ad(L)$, и положим $P = Ann_R(M)$. Если $Ad(L/M)$ и R/P являются PI-алгебрами, то и $R = Ad(L)$ является PI-алгеброй.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, что $w_1(x_1, \ldots, x_n) \equiv 0$ – некоторое тождество алгебры $Ad(L/M)$. Если $y \in L$, то для любых $u_1, \ldots, u_n \in Ad(L)$ имеем $w_1(u_1, \ldots, u_n)(y) \in M$. Если $w_2(x_1, \ldots, x_m) \equiv 0$ – тождество в R/P, то для любых $u_{n+1}, \ldots, u_{n+m} \in R = Ad(L)$ имеем $w_2(u_{n+1}, \ldots, u_{n+m}) \in P$, значит, $w_2(u_{n+1}, \ldots, u_{n+m}) w_1(u_1, \ldots, u_n)(y) = 0$.

Итак, в $Ad(L)$ есть нетривиальное тождество

$$w_2(x_1,\dots,x_m)\,w_1(x_{m+1},\dots,x_{m+n})\equiv 0.$$

СЛЕДСТВИЕ. Пусть M – идеал алгебры Ли L такой, что $C(M)\supseteq L^2$. Если $Ad(L/M)$ является PI-алгеброй, то и $Ad(L)$ – PI-алгебра.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. В этом случае R/P – коммутативная алгебра, так как если $a=ade_1\dots ade_s$, $b=adf_1\dots adf_t$ – два произвольных одночлена из $Ad(L)$, то

$$[a,b]=\sum ade_1\dots ade_{i-1}\,adf_1\dots adf_{j-1}\,ad[e_i,f_j]\,ade_{i+1}\dots ade_s\,adf_{j+1}\dots adf_t,$$

отсюда $[a,b]\in Ann_R(M)=P$, что и требовалось.

Это следствие содержит в себе в качестве частного случая (при $M=Z$) лемму 2 С. А. Пихтилькова [7].

ТЕОРЕМА 2. Коммутатор $[\mathfrak{A},\mathfrak{B}]$ двух специальных многообразий над полем Φ характеристики 0 специален тогда и только тогда, когда одно из этих многообразий абелево.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Допустим, что ни одно из $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ не является абелевым. Тогда $[\mathfrak{A},\mathfrak{B}]\supseteq[\mathfrak{N}_2,\mathfrak{N}_2]$. Последнее многообразие, по определению, есть не что иное, как $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$, не являющееся специальным. Противоречие.

Для доказательства теоремы в обратную сторону, рассмотрим свободную алгебру L счетного ранга многообразия $[\mathfrak{A},\mathfrak{A}]$. По определению, в L есть идеал M такой, что $L/M\in\mathfrak{A}$, причем $[M,L^2]=0$. По леммам 1, 2, 3, $Ad(L/M)$ является PI-алгеброй, что позволяет применить следствие леммы 5. В результате $Ad(L)$ является PI-алгеброй. По лемме 4, алгебра L специальная. Поскольку многообразие $[\mathfrak{A},\mathfrak{A}]$ порождается алгеброй L, оно специально, и теорема доказана.

5. При изучении специальных многообразий важную роль играют тождества типа стандартного. В. Н. Латышев [6] показал, что во всякой специальной алгебре Ли справедлива степень стандартного тождества, т. е.

$$[S_n(adx_1,\dots,adx_n)]^m(y)\equiv 0. \tag{1}$$

В [12] отмечено, что выполнение стандартного тождества, т. е. тождества вида (1) при $m=1$, уже при $n=4$ не обеспечивает специальнос-

ти многообразия. Стандартное тождество степени $n+1$ является частным случаем тождеств Капелли порядка n. Идеал левых частей таких тождеств порожден (как вербальный идеал) элементами вида

$$\sum_{\sigma\in\gamma_n} |\sigma| \left(ad\, x_{\sigma(1)} A_1 ad\, x_{\sigma(2)} A_2 \ldots ad\, x_{\sigma(n)}\right)(z),$$

где A_i – некоторые слова в алфавите $\{ad\, y,\ y\in Y\}$, Y – некоторое счетное множество букв, не содержащее $x_1,\ldots,x_n$.

Нетрудно видеть, что многообразие $\mathcal{L}_n$, определенное всеми тождествами Капелли порядка $n\geqslant 4$, содержит алгебру L_0 из п. 3 (аналогичный факт отметил Ю. П. Размыслов [8]). Таким образом, даже выполнение всех тождеств Капелли некоторого порядка не обеспечивает специальности многообразия. Поэтому представляет интерес такое

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. Над любым полем Φ многообразие $\mathcal{F}_n$, порожденное всеми n-мерными алгебрами Ли, является специальным.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть L – декартово произведение всех представителей классов изоморфизма n-мерных алгебр L_α, $\alpha\in I$.

В случае поля Φ характеристики $p>0$ конструкция теоремы Ивасавы [4] показывает, что каждая алгебра L_α допускает вложение в ассоциативную алгебру A_α, являющуюся модулем с не более чем $n^{p^{n^2}}$ порождающими над центральным подкольцом, изоморфным кольцу многочленов от n переменных. Поэтому L вкладывается в декартово произведение A алгебр A_α, удовлетворяющее стандартному (в ассоциативном смысле) тождеству степени $n^{p^{n^2}}+1$.

В случае поля Φ характеристики 0 присоединенная алгебра $Ad(L)$ является PI-алгеброй, так как все $Ad(L_\alpha)$ изоморфны подалгебрам матричной алгебры порядка n^2. По лемме 2, присоединенная алгебра $Ad(M)$ свободной алгебры M счетного ранга в $\mathcal{F}_n = var(L)$ также является PI-алгеброй. По лемме 4, M специальна, значит, многообразие $\mathcal{F}_n$ специально.

Предложение доказано.

6. В работе [11] приведены первые примеры многообразий характеристики 0, имеющих бесконечный базисный ранг. Наименьшим из них оказалось многообразие $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$. И. Б. Воличенко [3] показал, что бесконечный базисный ранг имеет и собственное подмногообразие $\mathfrak{A}$ многообразия $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$, определенное как наименьшее среди всех многообразий алгебр Ли,

в которых не выполняется никакое стандартное тождество.

ТЕОРЕМА 3. *Многообразие $\mathfrak{A}$ специально. Всякое специальное многообразие, содержащее многообразие $\mathfrak{A}$, имеет бесконечный базисный ранг.*

ЗАМЕЧАНИЕ. Первое утверждение теоремы независимо доказал И. Б. Воличенко [2, 3], показав, что для подходящего C любое собственное подмногообразие в $\mathfrak{A}$ лежит в $\mathfrak{N}_c\mathfrak{A}$ и имеет конечный базисный ранг.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. В [12, п. 4. 5] имеется пример специальной алгебры Ли L из многообразия $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$ (следовательно, разрешимой), коммутант которой не является нильпотентной алгеброй. Алгебра L является полупрямым произведением алгебры Грассмана счетного ранга $G(X)$ и левого регулярного модуля $G(Y)$, т. е. если $a, b \in G(Y)$, то $[a,b]=0$; если $a(x)\in G(X)$, $b(y)\in G(Y)$, то $[a(x), b(y)] = a(y)b(y)$. Напомним теперь, что согласно результатам И. Б. Воличенко [2], многообразие $\mathfrak{A}$ лежит в $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2$ и выделяется в нем тождеством

$$\big[[[z_1,z_2],[z_3,z_4]],[z_1,z_3]\big]=0. \tag{2}$$

Согласно замечанию и из того, что коммутант L^2 ненильпотентен, для доказательства первой части теоремы достаточно проверить, что (2) выполняется в L. Тогда L будет порождающей специальной алгеброй многообразия $\mathfrak{A}$.

Выполняя необходимые вычисления с учетом абелевости идеала $G(Y)$ и нильпотентности класса 2 алгебры $G(X)$, получаем, что значение левой части в (2) при $z_i = u_i + a_i$, $u_i\in G(X)$, $a_i\in G(Y)$, $i=1,2,3,4$, принимает вид

$$\begin{aligned}&[[a_1,u_2],[u_3,u_4],[u_1,u_3]]-[[a_2,u_1],[u_3,u_4],[u_1,u_3]]-\\ &-[[a_3,u_4],[u_1,u_2],[u_1,u_3]]+[[a_4,u_3],[u_1,u_2],[u_1,u_3]].\end{aligned} \tag{3}$$

Докажем, что любой одночлен этой суммы равен нулю.

Каждый элемент u_i из $G(X)$ представим в виде линейной комбинации $u_i=\sum_k x_{i_k}c_{ik}$, где c_{ik} принадлежат центру алгебры Грассмана. Поэтому можно считать, что в действительности все u_i суть линейные комбинации порождающих элементов алгебры Грассмана $G(X)$. Далее, легко видеть, что в $G(X)$ справедливо равенство

$$m_1 x_1 m_2 x_2 m_3 = - m_1 x_2 m_2 x_1 m_3$$

(m_1, m_2, m_3 – одночлены от X, $x_1, x_2 \in X$). Следовательно, $m_1 u m_2 u m_3 = 0$, где u принадлежит линейной оболочке множества X. Между тем в записи каждого члена из (3) через ассоциативные одночлены мы как раз имеем совпадение не менее двух букв: либо u_1, либо u_3. Поэтому каждый член в (3) равен нулю, и первая часть теоремы доказана.

Для доказательства второй части нам понадобится одно несложное утверждение, представляющее определенный самостоятельный интерес.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3. Пусть L – конечно-порожденная специальная алгебра Ли над полем Φ характеристики 0. Тогда для некоторого n в L выполняется стандартное тождество

$$S_n(ad x_1, \ldots, ad x_n)(y) \equiv 0. \tag{4}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Из результатов А. Р. Кемера [5] вытекает, что в любой конечно-порожденной PI-алгебре выполняется некоторое стандартное тождество

$$S_n(z_1, \ldots, z_n) \equiv 0. \tag{5}$$

В силу леммы 3, присоединенная алгебра $R = Ad(L)$ является PI-алгеброй. По предыдущему, для элементов $z_1, \ldots, z_n$ алгебры R имеем (5). Положим $z_1 = ad x_1, \ldots, z_n = ad x_n$, где $x_1, \ldots, x_n$ – произвольные элементы из L. Тогда получим тождество (4).

Предложение доказано.

Возвращаясь к доказательству теоремы, заметим, что, согласно работе [2], в многообразии $\mathfrak{U}$ выполняется некоторое стандартное тождество тогда и только тогда, когда $\mathfrak{U} \not\supseteq \mathfrak{A}$. Таким оборазом, если $\mathfrak{U}$ – специальное многообразие конечного базисного ранга, то, по предложению 3, в некоторой порождающей алгебре L этого многообразия, а значит, и в $\mathfrak{U}$, выполняется стандартное тождество. Поэтому $\mathfrak{U} \not\supseteq \mathfrak{A}$.

Теорема доказана.

Новые специальные многообразия и новые многообразия бесконечного базисного ранга можно теперь получать, используя теоремы 2 и 3. Например, таковы многообразия

$$\mathfrak{A}_s = [\mathfrak{A}, \underbrace{\mathfrak{A}, \ldots, \mathfrak{A}}_{s}], \quad s = 1, 2, \ldots .$$

Литература

1. Ю. А. БАХТУРИН, О специальных алгебрах Ли, в сб. "Алгебра", М., изд-во МГУ, 1980, 26-30.

2. И. Б. ВОЛИЧЕНКО, Об одном многообразии алгебр Ли, связанном со стандартными тождествами, I, Весці АН БССР, сер. фіз.-матэм. навук, № 1(1980), 23-30.

3. И. Б. ВОЛИЧЕНКО, Об одном многообразии алгебр Ли, связанном со стандартными тождествами. II, Весці АН БССР, сер. фіз.-матэм. навук, № 2 (1980), 22-70.

4. Н. ДЖЕКОБСОН, Алгебры Ли, М., Мир, 1963.

5. А. Р. КЕМЕР, Тождества Капелли и нильпотентность радикала конечно-порожденной PI-алгебры, ДАН СССР, 255, № 4(1980), 793-797.

6. В. Н. ЛАТЫШЕВ, Об алгебрах Ли с тождественными соотношениями, Сиб. матем. ж., 4, № 4(1963), 821-829.

7. С. А. ПИХТИЛЬКОВ, О специальных алгебрах Ли, Вестник МГУ, Матем., мех., № 4 (1980), 94.

8. Ю. П. РАЗМЫСЛОВ, Алгебры, удовлетворяющие тождественным соотношениям типа Капелли, Изв. АН СССР, сер. матем., 45, № 1 (1981), 143-166.

9. А. Л. ШМЕЛЬКИН, Сплетения алгебр Ли и их применение в теории групп, Труды Моск. матем. о-ва, 29 (1973), 247-260.

10. Ju.A. BAHTURIN, Lectures on Lie algebras, Berlin, Akademie-Verlag, 1978.

11. Ju.A.BAHTURIN, On idential relations in free polynilpotent Lie algebras, J.London Math.Soc.,20, N 1 (1980),39-52.

12. Ju.A. BAHTURIN, On Lie subalgebras of associative PI-algebra,67, N 2 (1980),257-271.

Поступило 3 июня 1981 г.