

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Г. Высотина, Моделирование течения невязкого газа в осесимметричных каналах с поворотом потока на 180 и 540 градусов, *Матем. моделирование*, 1996, том 8, номер 10, 25–34

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.175

15 февраля 2025 г., 22:14:54



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

том 8 номер 10 год 1996

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ НЕВЯЗКОГО ГАЗА В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КАНАЛАХ С ПОВОРОТОМ ПОТОКА НА 180 и 540 ГРАДУСОВ

© В.Г. Высотина

Москва

В работе продемонстрирована возможность применения и получения достаточно верных результатов при использовании метода Годунова для моделирования дозвукового, в общем случае закрученного, течения невязкого газа в осесимметричных каналах, являющихся элементами турбомашин, с поворотом потока на 180 и 540 градусов. Представлено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными.

SIMULATION OF INVISCID GAS FLOW IN AXISYMMETRIC 180- AND 540-DEGREE TURNAROUND DUCTS

V.G. Vysotina

Russia, Moscow

In this paper the application and receipt of authentic results in a use of Godunov's scheme for model of inviscid gas flow in the axisymmetric 180-degree and 540-degree turnaround duct are presented. Comparison with experimental results is also presented.

Введение

Цель данной работы — показать возможность применения модели невязкого газа и метода Годунова для достаточно верного моделирования дозвуковых, в общем случае закрученных, течений в осесимметричных каналах сложной конфигурации, являющихся необходимым элементом конструкции малоразмерных турбомашин.

Работ, в которых представлены результаты изучения дозвуковых течений в осесимметричных каналах сложной формы, немного. В [1], например, численно исследовали пространственное дозвуковое течение в канале с поворотом потока на 90° и получили хорошее согласование с экспериментальными данными. Результаты экспериментального и численного изучения дозвукового течения в осесимметричном канале с поворотом потока на 180° (данный канал был исследован в процессе конструирования двигателя корабля многоразового использования "Шаттл" в США) представлены в [2,3]. Расчеты дозвукового закрученного течения воздуха в поворотном канале радиально-осевой ступени

турбины, переходном канале между турбинами, в конфузорном и диффузорном каналах с поворотом потока на 180° и сравнение с данными эксперимента выполнены в [4,5].

В данной работе представлены результаты моделирования дозвукового течения воздуха в осесимметричных каналах с поворотом потока на 180 и 540 градусов. Представлено сравнение результатов расчета с результатами экспериментального исследования [2] и расчета вязкого газа [3] в канале с поворотом потока на 180° . Для изменения характера течения использованы два вида влияния на структуру потока: введение закрутки на входе потока в канал (аналог установки лопаточного аппарата) и корректировка границ канала. Показано, что закрутка потока приводит к тому, что течение на поворотном участке становится диффузорным (давление по направлению к выходу возрастает), а изменение геометрии – к тому, что течение здесь становится конфузорным (давление по направлению к выходу уменьшается).

При моделировании дозвукового течения воздуха в канале с поворотом потока на 540° (прототипом является канал, представляющий собой не заполненную лопатками проточную часть компрессора малоразмерного двигателя, чертеж любезно предоставлен автором конструкции Е.М. Галанкиным) получено конфузорное течение с двумя зонами отрыва.

Постановка задачи

Рассматривается прямая задача о дозвуковом закрученном течении невязкого газа в осесимметричном канале. Течение в области непрерывности параметров описывается системой уравнений в частных производных (законы сохранения массы, количества движения и полной энергии, см., например, [6]):

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div}(\rho \vec{C}) = 0 ;$$

$$\partial(\rho C_j) / \partial t + \operatorname{div}(\rho C_j \vec{C}) + \operatorname{grad}_j P = 0 ;$$

$$\partial(\rho E_0) / \partial t + \operatorname{div}[(\rho E_0 + P) \vec{C}] = 0 ; \quad j = r, z, \theta.$$

Здесь t – время; \vec{C} – вектор скорости; ρ – плотность; P – давление; E_0 – полная внутренняя энергия; r, z, θ – координаты цилиндрической системы координат; $\partial U / \partial \theta = 0$, $U = (C, P, \rho)$.

Представленная система уравнений является нестационарной и имеет гиперболический тип. Для систем такого типа граничные условия ставятся исходя из ее характеристических свойств. Исследование характеристических свойств данной системы уравнений показывает, что в случае дозвукового течения требуется задавать на входе в расчетную область четыре граничных условия, на границах области и на выходе – по одному граничному условию. Вид граничных условий выбран из физических соображений: на входе по сечению задавалось распределение величин давления и плотности торможения, угла закрутки $\alpha = \operatorname{arctg} \left(C_\theta / \sqrt{C_r^2 + C_z^2} \right)$ (такое задание закрутки соответствует установке на входе в канал направляющего лопаточного аппарата, лопатки которого установлены под углом $f = 90^\circ - \alpha$) и направление вектора меридиональной составляющей скорости ортогонально входному сечению; на стенках канала – условие непроницаемости и проскальзывания; в выходном сечении – распределение статического давления.

Начальные параметры газа во всей расчетной области задаются равными

параметрам покоящегося газа.

Для интегрирования исходной системы уравнений используется явная конечно-разностная схема первого порядка аппроксимации, построенная на основе метода С.К. Годунова [7]. Стационарное решение находится методом установления. В качестве критерия сходимости выбрана величина изменения относительного значения давления (невязка по давлению):

$$\varepsilon_p = \max | p^{t+100\tau} - p^t | / p^{t+100\tau},$$

где τ - шаг по времени, а максимум берется по расчетной области.

В качестве критерия, контролирующего сходимость решения используется относительное изменение расхода (невязка по расходу):

$$\varepsilon_\delta = | G_{\text{вх.}} - G_{\text{вых.}} | / G_{\text{вх.}}$$

Мерой точности расчета является величина энтропийной ошибки в расчетной области: $\varepsilon_p = | (P/\rho^\gamma)_{i,j} - (P_0/\rho_0^\gamma) | / (P_0/\rho_0^\gamma)$, где P_0, ρ_0 - параметры заторможенного газа; γ - отношение теплоемкостей; i, j - номер ячейки, $i = 1, N-1$; $j = 1, M-1$; N, M - количество узлов по продольной и поперечной координате.

Алгоритм построения разностной сетки основан на алгебраическом методе, позволяющем задавать границы канала аналитически.

Результаты расчетов

Расчеты дозвукового, в том числе закрученного, течения невязкого газа проведены для осесимметричных (ось симметрии $r=0$) каналов с поворотом потока на 180 и 540 градусов. Меридиональное сечение каналов представлено на рисунках 1 и 5а. Геометрию каналов можно представить, повернув меридиональное сечение вокруг оси симметрии на 360°.

1. Диффузорный канал с поворотом потока на 180° (рис.1) был определен авторами [2], изучавшими в нем дозвуковое течение экспериментально, как "аннулирующий". Подразумевается канал, из которого поток выходит с теми же параметрами, с которыми в него вошел - на входном и выходном цилиндрических участках канала статическое давление одинаково и практически постоянно.

Расчеты были проведены для следующих параметров:

$$P_0/P_{\text{вых.}} = 1.01; \alpha = 0^\circ \text{ и } \alpha = 45^\circ; R = 287.15 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К});$$

$$P_0 = 100500 \text{ Па}; \rho_0 = 1.1945 \text{ кг/м}^3; P_{\text{вых.}} = 99504 \text{ Па}; \gamma = 1.4.$$

Здесь $\alpha = \arctg(C_\theta / \sqrt{C_r^2 + C_z^2})$ - угол закрутки; R - газовая постоянная; γ - отношение теплоемкостей.

Температура воздуха на входе в канал $T = 293 \text{ К}$. Числа Рейнольдса и Маха имели значения $Re \approx 10^5 + 10^6$, $M \approx 0.1 + 0.2$. Заданные параметры соответствуют параметрам эксперимента [2]. Использована расчетная сетка 132×15 ячеек. Решение считалось установившимся при достижении $\varepsilon_p \leq 10^{-5}$ (величина $\varepsilon_\delta \leq 10^{-3}$). Максимальная ошибка $\varepsilon_p \leq 5\%$.

Сопоставление распределения статического давления вдоль обводов канала, полученного в эксперименте [2], с результатом расчета невязкого газа, полученным на сетке 132×15 (кривые 1,2), показано на рис. 2. На оси ординат статическое давление представлено в виде разности текущего давления и

давления на выходе из канала в дюймах водяного столба. На оси абсцисс задано отношение текущей длины канала к общей длине (L_i/L). Максимальная разница опытного и расчетного значений давления составляет: по абсолютной величине 1.5 дюйма, по относительной — $|P_{\text{расч.}} - P_{\text{изм.}}|/P_{\text{атм.}} \leq 0.01$. В результате расчета на сетке 132×15 получено гладкое решение, качественно и количественно согласующееся с экспериментом вдоль внешнего обвода и качественно и удовлетворительно количественно — вдоль нижнего обвода. В месте отрыва имеет место небольшое понижение, а затем повышение статического давления, наблюдавшееся также в эксперименте [2].

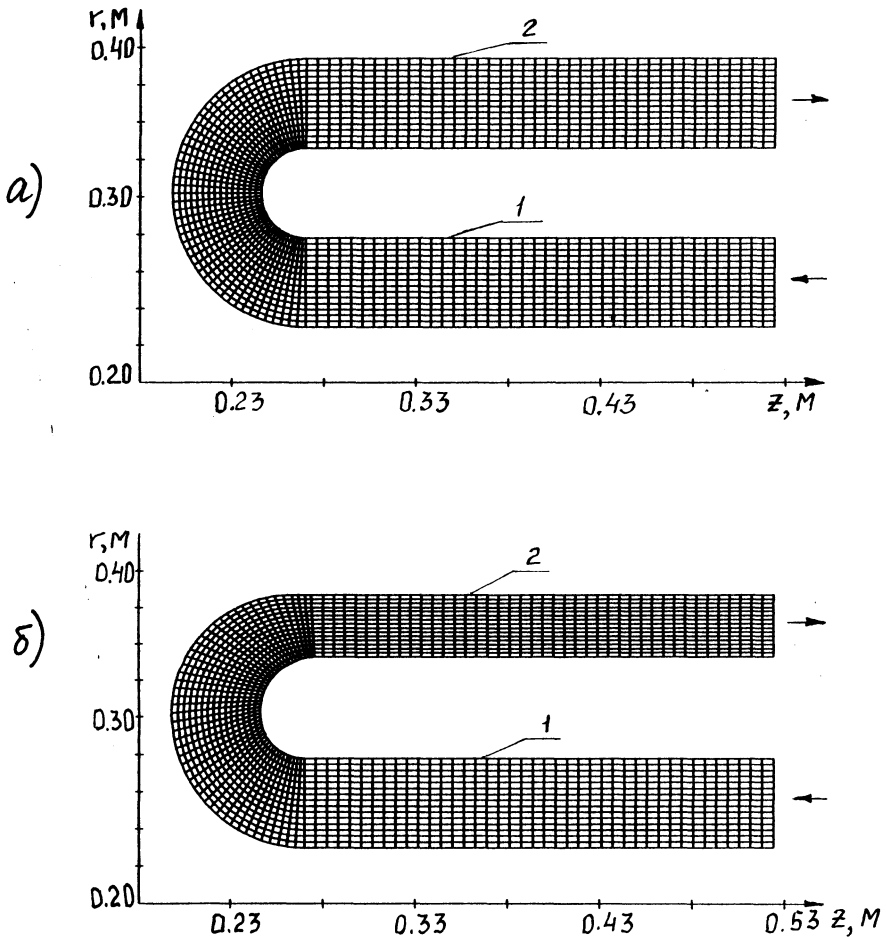


Рис.1. а) Геометрия канала и разностная сетка ($N \times M = 133 \times 16$).
 б) - измененная геометрия канала ($N \times M = 133 \times 16$).
 1 - внутренний обвод, 2 - внешний обвод канала.

Сопоставление распределения коэффициента повышения статического давления C_p вдоль обводов канала, полученного в результате расчета на сетке 132×15 (кривые 1,2), с экспериментальными данными и результатом расчета

течения вязкого газа (кривые 1', 2'), приведенными в работе [3], показано на рис. 3. Необходимо отметить, что в [3] приведен результат эксперимента [2]. Результат расчета течения невязкого газа качественно согласуется с данными эксперимента и результатом расчета течения вязкого газа.

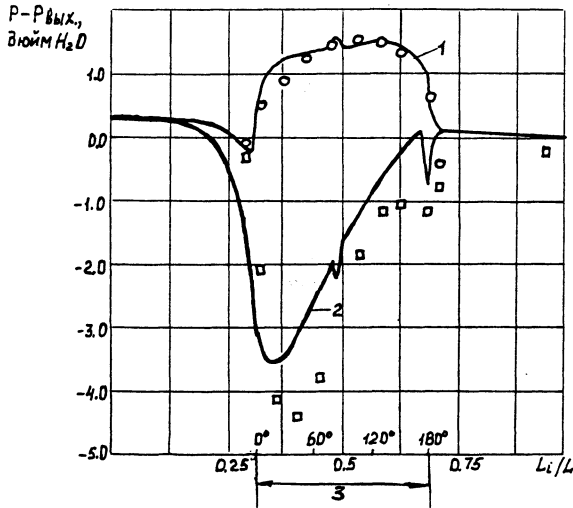


Рис.2. Статическое давление вдоль обводов канала.
 1,2 - расчет; о,□ - эксперимент [2];
 1,0 - внешний обвод; 2,□ - внутренний обвод канала;
 3 - участок поворота.

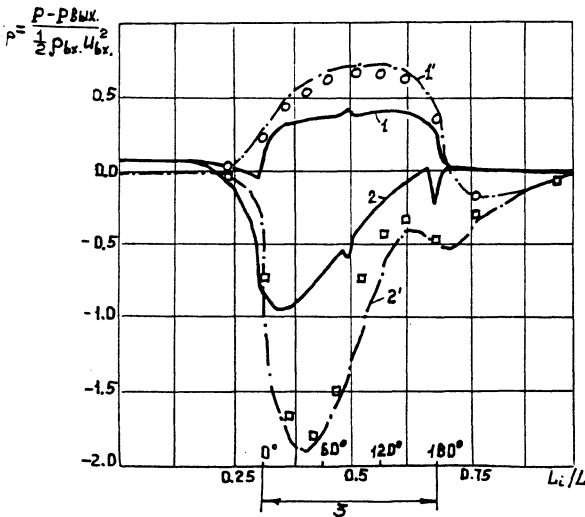


Рис.3. Коэффициент повышения статического давления C_p .
 1', 2' - вязкий газ [3] } расчет; о,□ - эксперимент [3];
 1, 2 - невязкий газ }
 1, 1', о - внешний обвод; 2, 2', □ - внутренний обвод канала;
 3 - участок поворота..

Из эксперимента [2] известно, что на выходе из поворотного участка вблизи нижнего обвода имеется зона отрыва пограничного слоя. Положительный продольный градиент давления вдоль нижнего обвода совместно с положительным радиальным градиентом явились причиной появления отрыва. С целью изменить градиенты параметров в рассматриваемом канале, автором предпринята попытка воздействовать на структуру течения в канале двумя способами: во-первых, при прочих равных условиях закрутить поток на входе, т.е. задать во входном сечении направление вектора скорости такое, при котором тангенциальная составляющая скорости $C_\theta = \alpha \sqrt{C_z^2 + C_r^2}$; во-вторых, скорректировать границы канала.

На рис.4 показаны результаты расчетов закрученного на входе течения ($\alpha=45^\circ$, кривые 1', 2') и незакрученного течения воздуха в канале с измененной, как показано на рис. 16, геометрией (кривые 3, 3') при прочих равных условиях. Здесь же для сравнения представлено распределение статического давления вдоль обводов канала, полученное в первоначальном варианте (кривые 1, 2).

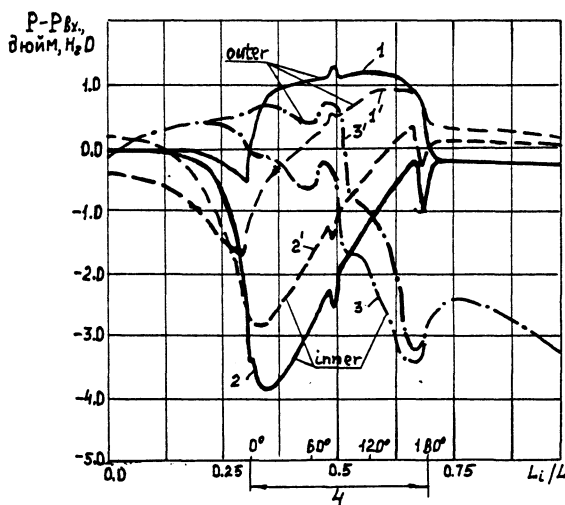


Рис.4. Статическое давление вдоль обводов канала.

- 1,2 - $\alpha=0$
 1',2' - $\alpha=45^\circ$ } - первоначальная геометрия;
 3,3' - $\alpha=0$, измененная геометрия канала.
 1,1',3' - внешний обвод; 2,2',3 - внутренний обвод канала;
 4 - участок поворота.

Из сравнения распределений давления вдоль обводов канала следует, что с введением закрутки на входе во входном участке появился отрицательный радиальный градиент давления, который на поворотном участке меняет знак (давление возрастает от внутреннего к внешнему обводу так же, как в течении без закрутки). Вдоль внешнего обвода канала появился положительный продольный градиент, аналогичный имеющемуся вдоль внутреннего обвода. По сравнению с течением без закрутки, радиальный градиент и продольный вдоль нижнего обвода уменьшились. Канал из "аннулирующего" превратился в слабо диффузорный — давление на выходе выше, чем на входе. Взаимодействие умень-

шившихся положительных радиального и продольного градиентов давления, по-видимому, приведет к уменьшению зоны отрыва.

Изменение геометрии канала полностью изменило течение, а канал из "аннулирующего" превратился в конфузорный – давление на выходе ниже, чем на входе. Радиальный градиент – разница давлений вдоль внутреннего и внешнего обводов – уменьшился. Продольный градиент давления из положительного на поворотном участке стал отрицательным, за исключением локальных положительных продольных градиентов. Однако, тот факт, что в канале нет взаимодействующих положительных радиального и продольного градиентов давления, говорит, по-видимому, о том, что в данном канале нет и отрыва пограничного слоя.

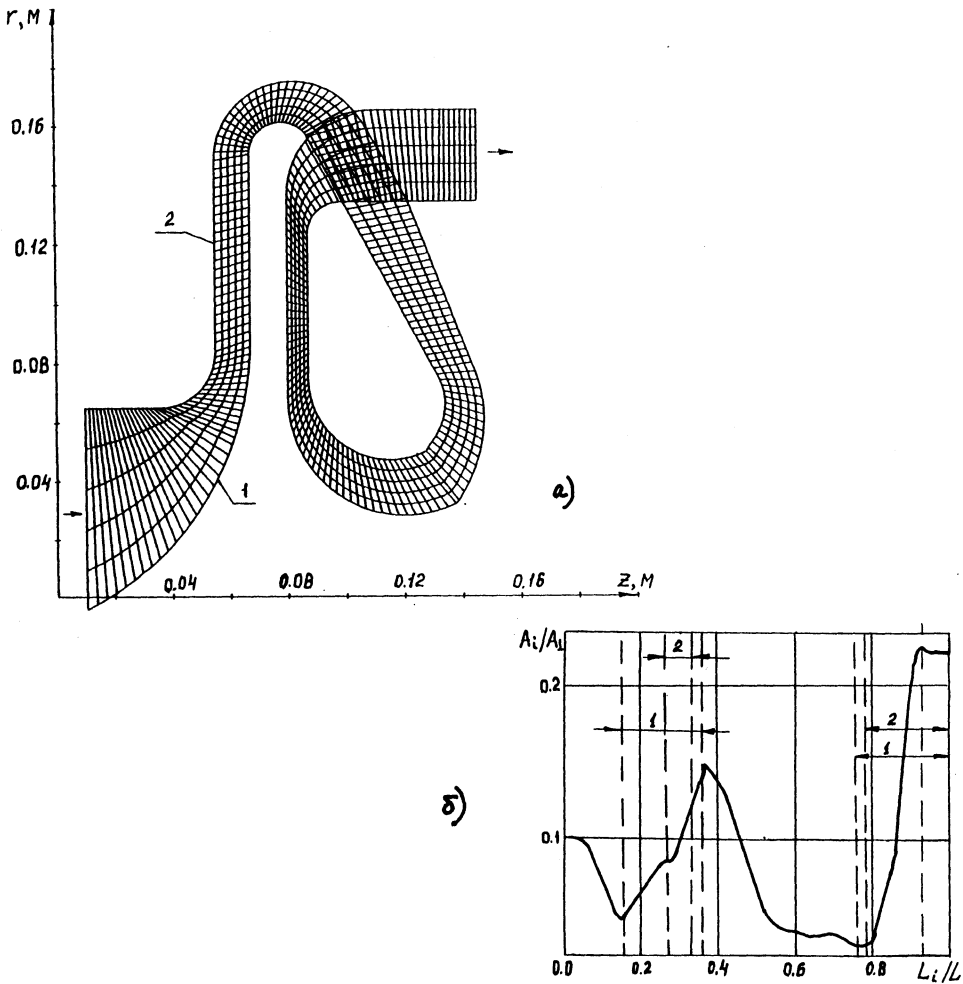


Рис.5. а) Геометрия канала и разностная сетка ($N \times M = 219 \times 6$).

1 - внутренний обвод; 2 - внешний обвод канала.

б) Изменение площади поперечного сечения.

1 - предполагаемая зона отрыва, 2 - результат расчета.

2. Моделирование структуры и параметров течения в каналах, имеющих сложную форму, имеет важное значение в связи со сложностью, а иногда и невозможностью проведения физического эксперимента. На рис. 5а изображены меридиональное сечение осесимметричного канала и разностная сетка. При течении по каналу поток поворачивается на 540° , в месте пересечения канала потоки не смешиваются и не взаимодействуют. На рис.5б представлено изменение площади поперечного сечения канала (A_i/A_1 , A_i – текущее значение площади, A_1 – площадь первого поперечного сечения) вдоль оси (L_i/L , L_i – текущая длина канала, L – полная длина).

Расчет дозвукового течения был проведен на сетке 219×6 узлов при следующих параметрах воздуха:

$$P_0/P_{\text{вых.}} = 1.1578; \alpha = 0.0; R = 287.15 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К});$$

$$P_0 = 104200 \text{ Па}; \rho_0 = 1.2 \text{ кг/м}^3; P_{\text{вых.}} = 90000 \text{ Па}; \gamma = 1.4.$$

Температура воздуха на входе в канал $T = 293 \text{ К}$. Числа Рейнольдса и Маха имели значения $Re = 10^5 + 10^6$, $M \approx 0.1 + 0.4$. Решение считалось установившимся при достижении $\epsilon_p \leq 10^{-5}$ (величина $\epsilon_s \leq 10^{-4}$). Максимальная ошибка энтропии $\epsilon_p \leq 3.5\%$.

Как следует из распределения давления вдоль обводов канала (рис.6), течение в канале оказалось конфузурное. В местах поворота потока на 90° , там, где имеет место положительный продольный градиент давления (рис.6), при $L_i/L = 0.26 \pm 0.32$ имеется вблизи внешнего обвода замкнутая, а при $L_i/L = 0.78 \pm 1.0$ – на выходе из канала, вблизи внутреннего обвода, большая открытая, – зоны возвратного течения (рис.7). Граница зон отрыва в расчете находилась как геометрическое место точек, для которых $\sum_{i=1}^{M-1} \rho_i C_{\tau i} A_i = 0$ (ρ_i – плотность, C_{τ} – расходная составляющая скорости, A_i – площадь поперечного сечения, M – количество узлов поперек канала, i – текущий узел). Однако из

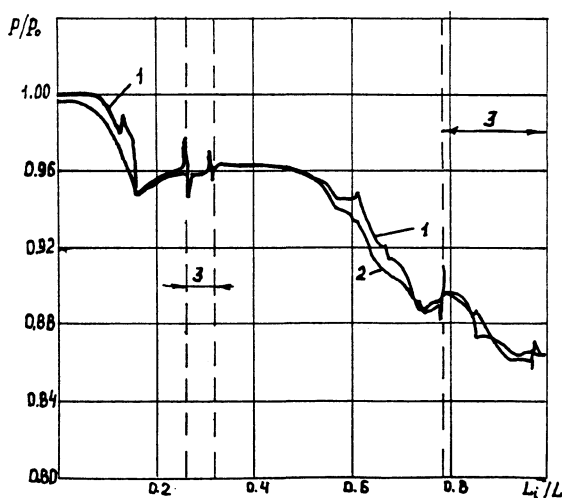


Рис.6. Статическое давление вдоль обводов канала.

1 - внешний обвод; 2 - внутренний обвод; 3 - зоны отрыва.

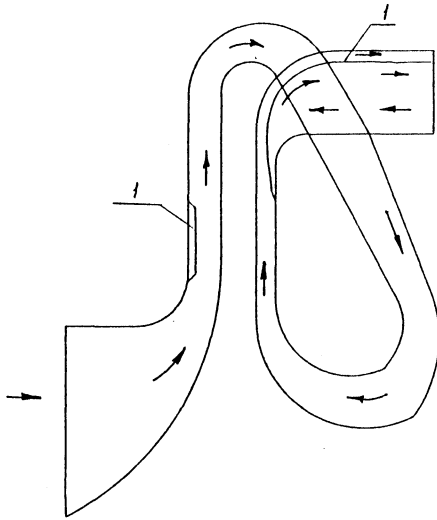


Рис.7. Местоположение зон отрыва. 1 - границы зон отрыва.

физических соображений было ясно заранее, что в канале возможно появление зон возвратного течения на диффузорных участках, а именно: при $L_1/L \approx 0.15 + 0.35$ и $L_1/L \approx 0.75 + 0.92$ (рис.5б). Следовательно, решение, полученное численно, качественно согласуется с течением, предполагаемым из анализа графика распределения площадей поперечного сечения канала.

Заключение

Получено качественное и удовлетворительное количественное согласования результатов расчета дозвукового течения невязкого газа с данными эксперимента [2] и результатом расчета течения вязкого газа [3] в осесимметричном канале с поворотом потока на 180° . Показано, как задание закрутки потока во входном сечении канала и изменение геометрии канала влияют на распределение параметров в рассматриваемом канале: в первом случае течение на поворотном участке становится диффузорным, во втором – конфузорным. Для канала с поворотом потока на 540° получено конфузорное течение с двумя зонами отрыва, решение качественно согласуется с предполагаемым течением.

Автор искренне благодарит своих отца и супруга за моральную и материальную поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Satta A., Crous G., Marini M. An implicit method for the inviscid three dimensional analysis. - ISABE N 91-7050, 1991, 10p.
2. Ostermier B.J., Sharma L.K. Flowfield characteristics of an axisymmetric 180-degree turnaround duct. - AIAA Pap. N 87-1357, 1987, 10p.
3. James L.C. Chang, Dochan Kwak. A numerical study of turbulent internal shear layer flow in an axisymmetric U-duct. - AIAA Pap. N 88-0596, 1988, 9p.

4. *Высотина В.Г.* Численное исследование закрученного течения в радиально-осевом канале. Сб. Промышленная аэродинамика, 1988, т.35, с.40-50.
5. *Высотина В.Г.* Расчет закрученного течения невязкого газа в U-образных конфузورных и диффузорных каналах. - Сб. Лопаточные машины и струйные аппараты. Труды ЦИАМ. - М.: ЦИАМ, вып.14, N1304. (В печати).
6. *Овсянников Л.В.* Лекции по основам газовой динамики. - М.: Наука, 1981.
7. *Годунов С.К., Забродин А.В., Прокопов Г.П.* Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. - ЖВМ и МФ, 1961, т.1, N3, с.1020-1050.

Поступила в редакцию
06.06.95.

Окончательный вариант
16.01.96.