

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

E. V. Popov, G. A. Shmatov, Media reach calculation,
Probl. Upr., 2010, Issue 2, 34–38

<https://www.mathnet.ru/eng/pu18>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.87

May 17, 2025, 00:37:03



ВЫЧИСЛЕНИЕ ОХВАТА СМИ

Е.В. Попов, Г.А. Шматов

Развит аналитический аппарат теории вычисления охвата СМИ. Получено рекуррентное соотношение для спектра охвата, дан анализ поведения частотного распределения охвата, обобщена формула вычисления охвата СМИ и дана оценка погрешности вычисления охвата. Отмечено, что развитый аналитический аппарат позволяет решать задачи управления рекламным бюджетом и оптимизации размещения рекламы в СМИ.

Ключевые слова: охват СМИ, частотное распределение охвата, погрешность вычисления охвата, оптимизация.

ВВЕДЕНИЕ

В статье [1] изложены основы теории медиапланирования, выведены формулы вычисления полного охвата аудитории, распределения охвата по числу контактов, а также формула вычисления эффективного охвата. Все эти медиапараметры используются при решении задач оптимизации размещения рекламы и управления объемом рекламного бюджета. Путем оптимального размещения рекламы достигается минимизация рекламного бюджета или максимизация эффекта рекламного воздействия в зависимости от выбранного критерия оптимизации. Задачи оптимизации размещения рекламы решаются после того, как решены задачи стратегического и тактического планирования рекламной кампании (подробнее см. статью [1] и приведенную в ней литературу).

Для количественной оптимизации размещения рекламы необходим аналитический аппарат, на основе которого разрабатываются алгоритмы, позволяющие учитывать те или иные критерии эффективности оптимизации. Цель данной статьи состоит в дальнейшем развитии аналитического аппарата количественной теории медиапланирования, основы которой изложены в статье [1]. Развитие теории и ее аналитического аппарата предполагает:

- вывод следствий из основных положений теории;
- вывод математических формул, упрощающих вычисление медиапараметров, в том числе вывод рекуррентных соотношений, оценка погрешности вычислений и т. п.;

- анализ зависимости охвата и его спектра от параметров СМИ, что представляет интерес для практического применения результатов теории;
- введение новых параметров, расширяющих область применимости теории.

В рамках данной статьи аналитический аппарат теории развивается в направлениях, связанных с решениями этих задач. Прежде чем переходить к изложению результатов, напомним основные определения и обозначения, введенные в статье [1] и используемые далее.

Определение 1. *Рейтинг* R издания или определенного временного интервала в сетке вещания электронных СМИ — это доля целевой аудитории, состоящая из людей, имевших контакт с *одним* выходом издания или с *этим* временным интервалом.

Определение 2. *Предельный охват* G^∞ издания или временного интервала — это доля целевой аудитории, состоящая из людей, имевших хотя бы один контакт со СМИ при сколь угодно *большом* числе выходов издания или однотипных временных интервалов для электронных СМИ.

Определение 3. *Охват* $G(m)$ — это доля целевой аудитории, состоящая из людей, имевших хотя бы *один* контакт за m выходов одного СМИ (m — число выходов СМИ, число размещений рекламы в СМИ).

Определение 4. *Частотное распределение* (спектр) охвата — это функция $g(f)$, с помощью которой полный охват $G(m)$ представляется в виде

суммы охватов $G(m) = \sum_{f=1}^m g(f)$ с частотами кон-

тактов, изменяющимися в пределах $1 \leq f \leq m$.



1. РЕКУРРЕНТНОЕ СООТНОШЕНИЕ ДЛЯ СПЕКТРА ОХВАТА

Спектры охватов СМИ можно вычислять непосредственно по формуле (12) работы [1]:

$$g(f) = G^\infty C_m^f r^f q^{m-f}, \quad (1)$$

где $C_m^f = m!/f!(m-f)!$ — биномиальный коэффициент, $r = R/G^\infty$, $q = 1 - r$. Кроме того, спектры охватов можно вычислить с помощью рекуррентного соотношения, которое легко получить из этой формулы. Оно выводится путем следующих тождественных преобразований:

$$\begin{aligned} g(f) &= G^\infty C_m^f r^f q^{m-f} = \\ &= G^\infty [(m-f+1)/f] C_m^{f-1} (r/q) r^{f-1} q^{m-f+1}, \end{aligned}$$

откуда находим

$$g(f) = [(m-f+1)r/(fq)]g(f-1). \quad (2)$$

С помощью этой формулы можно вычислить охват при любой частоте контактов f , зная охват с частотой контактов, на единицу меньше: $f-1$, т. е. формула (2) позволяет последовательно вычислять спектр охвата $g(f)$ для любого значения частоты в интервале $2 \leq f \leq m$, зная начальное значение — охват одного контакта $g(1)$. Величину $g(1)$ находим непосредственно из формулы (1):

$$g(1) = mRq^{m-1}. \quad (3)$$

Приведем пример применения полученных формул для вычисления спектра охвата.

Пример 1. Пусть СМИ, у которого рейтинг $R = 20\%$ и предельный охват $G^\infty = 40\%$, вышло 3 раза. Сколько процентов целевой аудитории будет иметь с этим СМИ: а) один контакт; б) два контакта; в) три контакта?

Решение. *Способ 1.* Подставив $m = 3$ в формулу (3), получим:

$$а) g(1) = 3 \cdot 0,2 \cdot (1 - 0,2/0,4)^2 = 15\%.$$

Используя формулу (1), вычисляем каждое последующее значение $g(f)$ по предыдущему:

$$б) g(2) = 15\% \cdot (2 \cdot 0,2/0,4) / [2 \cdot (1 - 0,2/0,4)] = 15\%;$$

$$в) g(3) = 15\% \cdot (0,2/0,4) / [3 \cdot (1 - 0,2/0,4)] = 5\%.$$

Способ 2. Используя формулу (1), при $m = 3$ получим:

$$а) g(1) = 0,4 \cdot 3! / (1! \cdot 2!) \cdot (0,2/0,4)^1 \cdot (1 - 0,2/0,4)^2 = 15\%;$$

$$б) g(2) = 0,4 \cdot 3! / (2! \cdot 1!) \cdot (0,2/0,4)^2 \cdot (1 - 0,2/0,4)^1 = 15\%;$$

$$в) g(3) = 0,4 \cdot 3! / (3! \cdot 0!) \cdot (0,2/0,4)^3 \cdot (1 - 0,2/0,4)^0 = 5\%.$$

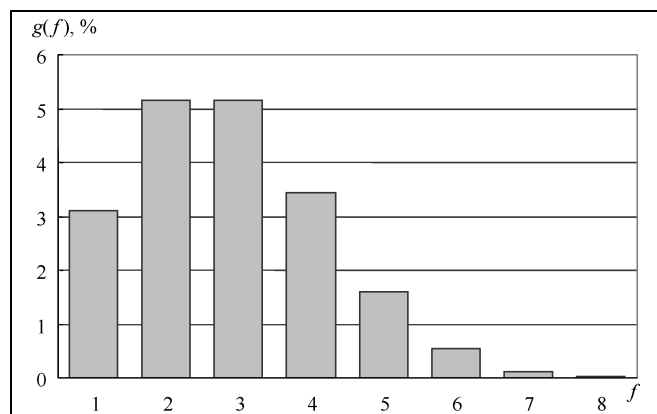


Рис. 1. Частотное распределение (спектр) охвата СМИ с рейтингом $R = 5\%$, предельным охватом $G^\infty = 20\%$; число выходов $m = 11$

Таким образом, рекуррентная формула (2) дает те же значения, что и формула (1), но с меньшим объемом промежуточных вычислений, что важно при создании численных алгоритмов вычисления медиапараметров. ♦

Проверка. Полный охват G также можно вычислить двумя способами. С одной стороны, $G = g(1) + g(2) + g(3) = 35\%$. С другой стороны, согласно формуле (13) работы [1]

$$G(m) = \sum_{f=1}^m g_m(f) = G^\infty [1 - (1 - R/G^\infty)^m] \quad (4)$$

получим

$$G = 0,4 [1 - (1 - 0,2/0,4)^3] = 35\%. \quad \blacklozenge$$

Используя формулу (1) или (2), построим спектр охвата некоторого СМИ, характеризуемого определенными значениями рейтинга и предельного охвата. На рис. 1 показан спектр охвата СМИ с рейтингом $R = 5\%$ и предельным охватом $G^\infty = 20\%$ при условии, что число выходов этого СМИ $m = 11$. График представляет собой столбчатую диаграмму (гистограмму), которая для каждого значения f показывает долю аудитории $g(f)$, имевшую ровно f контактов со СМИ.

Как видно из рисунка, зависимость $g(f)$ при выбранных параметрах имеет максимум (в данном случае на двух соседних частотах $f = 2$ и $f = 3$). Далее для удобства восприятия графиков будем заменять такие диаграммы непрерывными кривыми, соединяющими значения спектра для каждой частоты.

2. АНАЛИЗ СПЕКТРОВ ОХВАТА

Проанализируем характер функции $g(f)$ в зависимости от параметров m , R и G^∞ , что представляет интерес для практического использования резуль-

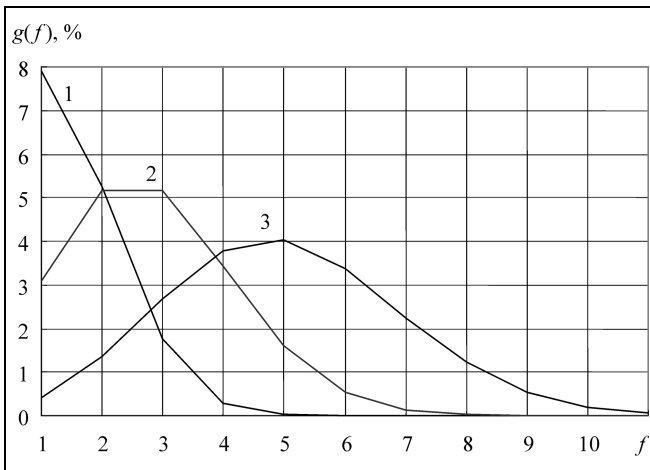


Рис. 2. Спектры охвата СМИ с $R = 5\%$, предельным охватом $G^\infty = 20\%$:
1 — $m = 5$; 2 — $m = 11$; 3 — $m = 20$

татов теории. На рис. 2 показано три спектра $g(f)$ одного и того же СМИ. Спектры отличаются друг от друга числом выходов СМИ: $m = 5$, $m = 15$ и $m = 30$. Рейтинг и предельный охват — те же, что и на рис. 1.

Видно, что с увеличением числа выходов максимум кривой $g(f)$ всегда уменьшается и смещается в область больших частот, а ширина кривой увеличивается. Максимум спектра охвата соответствует определенной частоте контактов f_m , которая вычисляется по формуле

$$f_m = [(m + 1)R/G^\infty], \quad (5)$$

где квадратные скобки означают целую часть числа [2]. Если число $(m + 1)R/G^\infty$ целое, то максимальное значение спектра реализуется при *двух частотах*: f_m и $f_m - 1$ (см. рис. 1 и пример 2).

Пример 2. Пусть $R = 5\%$, $G^\infty = 20\%$ и $m = 11$. Найдем частоту, при которой реализуется максимум спектра.

Решение. Согласно формуле (5) $f_m = [12 \cdot 5/20] = 3$. Поскольку $f_m = 3$ — целое число, то частота $f_m - 1 = 2$ также соответствует максимуму спектра охвата (см. рис. 1). ♦

Отметим, что средняя частота контакта $f_{cp} = mR/G(m)$ не совпадает с частотой f_m , при которой наблюдается максимум кривой $g(f)$. Для того, чтобы убедиться в этом, достаточно сравнить соответствующие формулы. При большом числе выходов m текущий охват $G(m)$ оказывается близким к предельному G^∞ , и тогда частоты f_{cp} и f_m будут либо совпадать, либо отличаться на 1. Несовпаде-

ние частот f_{cp} и f_m является следствием асимметрии кривой $g(f)$ относительно своего максимума.

Ширина кривых $g(f)$ определяется среднеквадратичным отклонением σ случайной величины f . Нетрудно показать, что для найденного распределения вероятностей $g(f)$ среднеквадратичное отклонение вычисляется как

$$\sigma = G^\infty(mrq)^{1/2}/G(m). \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что при достаточно больших m среднеквадратичное отклонение увеличивается с ростом m . Это значит, что с увеличением числа выходов СМИ растет число людей с числом контактов, сильно отличающимся от средней частоты f_{cp} .

На рис. 3 построены спектры четырех СМИ с одинаковыми предельными охватами и выходами ($G^\infty = 30\%$, $m = 16$) и разными рейтингами: $R = 5\%$; $R = 10\%$; $R = 20\%$ и $R = 25\%$. С ростом рейтинга максимум спектра смещается вправо, а значение максимума и ширина кривых могут как увеличиваться, так и уменьшаться в зависимости от отношения R/G^∞ .

На рис. 4 построены спектры охватов трех СМИ с одинаковыми рейтингами и выходами ($R = 5\%$, $m = 11$) и разными предельными охватами: $G^\infty = 10\%$, $G^\infty = 20\%$ и $G^\infty = 25\%$.

С увеличением предельного охвата максимум спектра всегда смещается в область меньших частот, что следует из формулы (5). При этом значение максимума и ширина кривых могут как уменьшаться, так и увеличиваться в зависимости от значения рейтинга и числа выходов. При выбранных

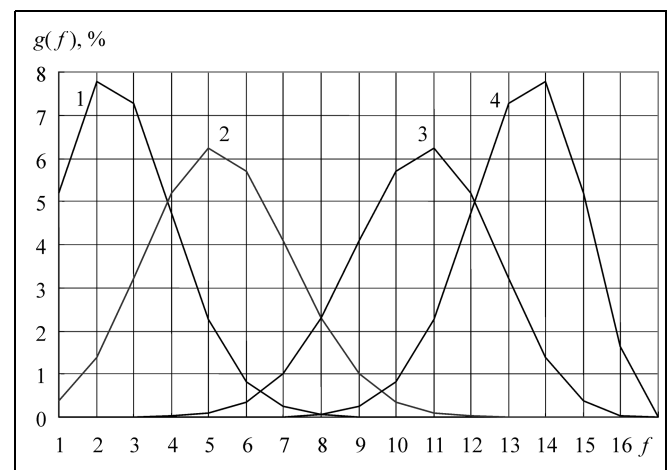


Рис. 3. Спектры охватов четырех СМИ с предельным охватом $G^\infty = 30\%$ и числом выходов $m = 16$:
1 — $R = 5\%$; 2 — $R = 10\%$; 3 — $R = 20\%$; 4 — $R = 25\%$

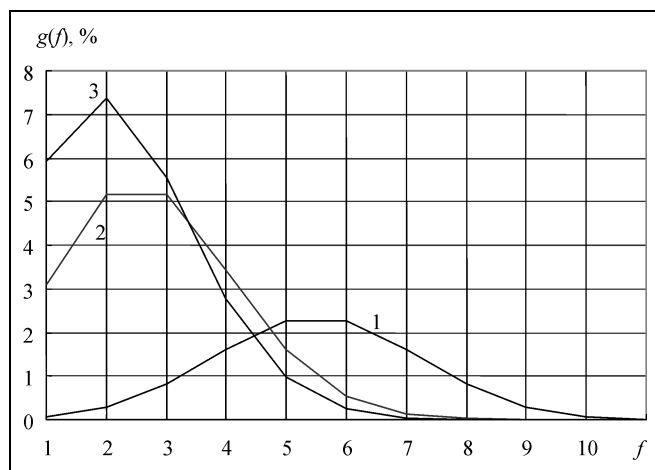


Рис. 4. Спектры охватов трех СМИ с рейтингом $R = 5\%$ и числом выходов $m = 11$:

1 — $G^\infty = 10\%$; 2 — $G^\infty = 20\%$; 3 — $G^\infty = 25\%$

для расчета параметрах максимум увеличивается, а ширина кривых уменьшается — см. рис. 4.

Из рисунков видно, что, как правило, частотные распределения охвата $g(f)$ представляют собой характерные кривые с одним максимумом. Однако зависимость $g(f)$ может быть и другой — монотонно возрастающей или монотонно убывающей в зависимости от соотношения параметров m и R/G^∞ .

Приведенные спектры охвата представляют собой, по сути, хорошо известные графики вероятностей биномиального распределения, точнее, графики модифицированного путем перенормировки биномиального распределения вероятностей, параметры которого определенным образом связаны с параметрами, характеризующими медиа (рейтинг, предельный охват, число выходов и др.). Установленная в данной теории связь медиапараметров с параметрами биномиального распределения дает возможность количественного прогнозирования эффективности использования медиа и возможность управления объемом рекламного бюджета в зависимости от той или иной коммуникационной задачи.

3. ПОГРЕШНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОХВАТА

Вычисляя охват аудитории G , необходимо контролировать погрешность (ошибку) вычисления охвата ΔG . Погрешность определения охвата аудитории обусловлена погрешностями измерения рейтинга и предельного охвата, которые используются при вычислении охвата. Оценим погрешность вычисления охвата ΔG . Согласно формуле (4) охват

СМИ является функцией двух независимых переменных R и G^∞ :

$$G = G^\infty [1 - (1 - R/G^\infty)^m]. \quad (7)$$

Для определения погрешности охвата используем формулу вычисления ошибки для переменной, являющейся функцией нескольких измеряемых величин (см., например, книгу [3]):

$$\Delta G^2 = [(\partial G/\partial R) \Delta R]^2 + [(\partial G/\partial G^\infty) \Delta G^\infty]^2.$$

Вычисляя производные $\partial G/\partial R$ и $\partial G/\partial G^\infty$, получим

$$\Delta G^2 = [m(1 - R/G^\infty)^{m-1} \Delta R]^2 + \{[1 - (1 - R/G^\infty)^m - mR/G^\infty(1 - R/G^\infty)^{m-1}] \Delta G^\infty\}^2. \quad (8)$$

Видно, что ошибка вычисления охвата ΔG является функцией параметров медиа m , R и G^∞ . При $m = 1$ из формулы (9) следует, что $\Delta G = \Delta R$. Отметим, что при $m \rightarrow \infty$ выполняются следующие соотношения:

$$(1 - R/G^\infty)^m \rightarrow 0,$$

$$m(1 - R/G^\infty)^{m-1} \rightarrow 0,$$

с учетом которых из формулы (8) при $m \rightarrow \infty$ следует, что $\Delta G = \Delta G^\infty$.

Приведем пример вычисления ошибки вычисления охвата, используя формулу (8).

Пример 3. Пусть в результате измерений имеются следующие значения рейтинга R , предельного охвата СМИ G^∞ и ошибок их измерения, полученных при определенном уровне надежности измерений (уровне доверительной вероятности): $R = 10\%$, $G^\infty = 36,5\%$, $\Delta R = 2\%$ и $\Delta G^\infty = 2,7\%$.

Решение. Найдем ошибку вычисления охвата при шести выходах этого СМИ. Подставив указанные выше данные в формулу (8), получим $\Delta G = 2,8\%$. Вычислим охват G шести выходов СМИ по формуле (7):

$$G = 0,365[1 - (1 - 0,1/0,365)^6] = 31,2\%.$$

Таким образом, при том уровне надежности измерений, который задавался в процессе определения рейтинга и предельного охвата, значение охвата, достигнутого за шесть выходов СМИ, будет находиться в следующем интервале, задаваемом размером ошибки ΔG : $G = 31,2\% \pm 2,8\%$. ♦

4. ОХВАТ ПРИ НАЛИЧИИ ПОСТОЯННОЙ АУДИТОРИИ СМИ

Одно из направлений развития теории состоит в ее обобщении. Теория вычисления охвата, изло-

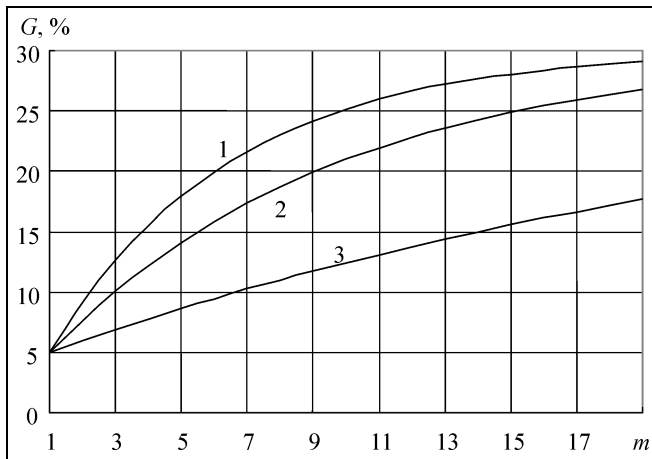


Рис. 5. Зависимость охвата от числа выходов для СМИ с $R = 5\%$, $G^\infty = 30\%$:
 1 — $R_c/R = 0$; 2 — $R_c/R = 0,4$; 3 — $R_c/R = 0,8$

женная в статье [1], может быть обобщена с помощью введения дополнительных параметров, которые отражают те или иные особенности поведения охвата аудитории, наблюдаемые на практике при определенных условиях. Например, некоторые СМИ могут иметь не только накапливаемую от выхода к выходу аудиторию, но и постоянную аудиторию, которая не изменяется от выхода к выходу этих СМИ. В соответствии с этим будем считать, что одна часть аудитории СМИ постоянна, а другая ее часть контактирует со СМИ по вероятностной схеме с параметрами R_p и G_p^∞ . В этом случае формулу вычисления полного охвата (7), очевидно, нужно записать в следующем виде:

$$G(m) = R_c + G_p^\infty [1 - (1 - R_p/G_p^\infty)^m],$$

где R_c — постоянная часть аудитории СМИ. При этом рейтинг R и предельный охват G^∞ будут иметь следующие значения: $R = R_p + R_c$ и $G^\infty = G_p^\infty + R_c$. Поскольку в данном случае появился новый параметр R_c , необходимо описать его влияние на динамику накопления охвата аудитории при последовательных выходах СМИ. На рис. 5 построены зависимости охвата от числа выходов $G(m)$ для СМИ с рейтингом $R = 5\%$ и предельным охватом $G^\infty = 30\%$, но разным значением отношения R_c/R .

Кривые 1–3 на графике соответствуют разным значениям отношения величины постоянной аудитории к рейтингу R_c/R . Величина R_c/R характеризует долю, которую составляет постоянная аудитория по отношению к полной аудитории одно-

го выхода СМИ. Анализ поведения охватов $G(m)$, построенных для разных значений R_c/R , позволяет проследить влияние доли постоянной аудитории на динамику накопления охвата при последовательных выходах СМИ.

Из рис. 5 видно, что при увеличении отношения R_c/R динамика насыщения охвата существенно изменяется. А именно, с ростом доли постоянной аудитории СМИ начальная скорость изменения охвата уменьшается. Это объясняется более низким уровнем сменяемости аудитории при увеличении отношения R_c/R . Поэтому насыщение охвата аудитории для СМИ с большой долей постоянной аудитории может быть достигнуто при большем числе выходов этого СМИ по сравнению со СМИ с аналогичными параметрами R и G^∞ , но меньшей долей постоянной аудитории. Это обстоятельство важно при решении задач размещения рекламы и оптимизации рекламного бюджета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получена формула, описывающая накопление охвата аудитории как при случайном обращении к СМИ, так и при наличии постоянной аудитории СМИ. Выполнен анализ поведения частотного распределения охвата и погрешности вычисления охвата аудитории, что важно при решении задач оптимизации размещения рекламы и управления рекламным бюджетом. Дальнейшее развитие количественной теории медиапланирования предполагает изучение особенностей динамики накопления охвата аудитории, а также вывод формул вычисления охвата и спектра охвата для случая произвольного числа СМИ, вычисления доли рекламного го- лоса, планируемой от рекламы прибыли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов Е.В., Шматов Г.А. Теория вычисления охвата СМИ // Проблемы управления. — 2009. — № 5. — С. 22–27.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, — 1984. — С. 572.
3. Агекян Т.А. Основы теории ошибок. — М.: Наука, 1972. — С. 120.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой.

Попов Евгений Васильевич — д-р экон. наук, д-р физ.-мат. наук, зам. директора, Институт экономики УрО РАН, г. Екатеринбург, ☎ (343) 371-18-51, ✉ epopov@mail.ru,

Шматов Георгий Артемович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, Уральский госуниверситет им. А.М. Горького, г. Екатеринбург, ✉ sga36@mail.ru.