Ф. Р. Гантмахер, Л. А. Люстерник, С. А. Христианович, Ю. О. Гурвиц и Р. В. Гангнус, “Систематический курс геометрии”, часть I, “Планиметрия”, для 6–8 классов, 4-е изд., 1936; часть II, “Стереометрия”, для 9–10 классов, *УМН*, 1937, выпуск 3, 279–282

IV. БИБЛИОГРАФИЯ.

Ю. О. Гурвиц и Р. В. Гангнус, Систематический курс геометрии, часть I, Планиметрия, для 6—8 классов, 4-е изд., 1936; часть II, Стереометрия, для 9—10 классов, 3-е изд., 1935. Стабильный учебник, утвержденный Наркомпросом.

Курс геометрии в средней школе играет чрезвычайно важную роль: дело не только в важности его материала, но и в воспитательном значении курса. Стройная его система развивает, тренирует и дисциплинирует логическое мышление. Четкие формулировки курса научают учащегося точно и ясно выражать свою мысль. Посмотрим, что может дать в этом отношении рецензируемый учебник.

Первое, что бросается в глаза, — бессистемность, какая-то „осколочность" рецензируемой книги. Возьмем, например, главу об объеме шара. Обычно дается сначала сравнительно сложный вывод поверхности шара и его частей, а затем уже, опираясь на формулу поверхности шара, просто получают вывод его объема. Можно итти и в обратном порядке. Авторы же ухитрились, механически склеив не связанные между собой сложные выводы для поверхности и объема, дать сразу не одно, а два сложных доказательства, да еще добавили к ним также сложное доказательство формулы объема шарового слоя. В результате авторы нагромоздили столько сложных доказательств, что для многих учащихся вся эта часть представляет непреодолимое и совершенно искусственно созданное препятствие.

Курс геометрии — это не случайный набор аксиом, теорем и определений, а единое целое. Нужно вводить только те аксиомы, на которые опирается материал курса. Авторы же в стереометрии вводят аксиомы, на которые они потом не опираются, и в то же время выкидывают основные аксиомы, пытаясь их доказывать как теоремы.

Очевидно, при писании книги у авторов не было представления о книге в целом. Иначе зачем они вводили такие определения в курсе планиметрии, как определения „смешанных линий", пучка прямых, центра пучка, которые непосредственно дальше в планиметрии не встречаются и лишь загромождают память? Зачем они в главе о четырехугольниках дают теорему о сумме внешних углов четырехугольника (ч. I, стр. 54), если они ее нигде не используют и через 15 страниц доказывают тем же способом такую же теорему для любого многоугольника?

Логическая связь между теоремами ускользает от авторов. Они, например, дважды доказывают одинаковым способом две теоремы (о периметре описанного и периметре правильного многоугольника), не замечая, что вторая теорема есть частный случай первой и второе доказательство излишне. Авторы к тому же вообще не считают нужным подчеркивать связь между новым материалом и предыдущим.

Естественная последовательность изложения материала нарушается; в результате ответственнейшие места курса вводится невероятная путаница.

Рассмотрим, например, главу о длине окружности. Авторы не дают сначала определения длины окружности и ее дуг, говоря лишь, что „дугу окружности можно рассматривать как ломаную с большим числом весьма малых по длине звеньев" (ч. I, стр. 154), а дальше (стр. 155—156) дается сложная конструкция с приближением к длине окружности длин вписанных и описанных правильных многоугольников, — конструкция, которая не имеет вообще смысла при таком упрощенном представлении о длине окружности. Определение же длины окружности как предела периметров вписанных и описанных многоугольников, которое оправдывает эту конструкцию, дается несколькими страницами позже. Уже сам такой „порядок" в распределении материала должен вызвать путаницу

В общем создается впечатление, что *книга состоит из наспех склеенных разных кусков*. В этом — первый ее недостаток: такая книга в лучшем случае может давать *лишь клочки знания, а не систематическое знание.*

Вторым недостатком книги является *исключительная некультурность* ее, вытекающая из беспомощности авторов даже в пределах элементарной геометрии. Они неспособны провести ни одного более или менее тонкого доказательства. В выводе длины окружности они опустили самый существенный момент — неограниченное приближение друг к другу периметров вписанных и описанных правильных прямоугольников при неограниченном возрастании числа сторон, без чего падает все „доказательство". Точно так же они напутали в теории отношений отрезков.

Вместо доказательств авторы позволяют себе иногда приводить нелепые рассуждения. Так, например, они пытаются доказать аксиому о том, что плоскости пересекаются по прямой, путем следующего „рассуждения":

„Допустим, что две плоскости пересекаются по кривой. Возьмем на этой кривой три произвольные точки. *Как точки кривой они не могут лежать на одной прямой*"[1]. Итак, авторы предполагают, что кривая не может пересечься с прямой в трех точках. Это — совершенно безграмотное утверждение, опровергаемое самыми простыми примерами. Даже сами авторы на стр. 7 курса планиметрии в качестве примера кривой дают линию (рис. 7), которая явным образом пересекается с горизонтальной прямой как раз в трех точках.

Формулировки курса геометрии должны отличаться четкостью и ясностью. Авторы же считают себя вправе усыпать свои книги непонятными, бессмысленными или просто неверными формулировками. Приведем образцы:

„Движением поверхности образуется тело, если при этом поверхность не перемещается в направлении своего первоначального положения" (ч. I, стр. 5). Что значит перемещение в направлении положения?

„Теоремой, обратной данной, называют такую теорему, в которой условием служит заключение или часть заключения данной теоремы, иногда дополненная добавочными частями (?), а заключением — условие или часть условия данной теоремы" (ч. I, стр. 37). Ведь это не определение, а какая-то абракадабра! И такое определение заучивают (наизусть!) учащиеся 6-го класса, т. е. 13-летние дети. Впрочем, сами авторы плохо понимают, что́ такое обратное предложение; именно, они пишут (ч. I, стр. 88): „Из двух хорд окружности меньшая дальше стоит от центра и, обратно, бо́льшая хорда окружности ближе к центру". Причем тут „обратно"? Предложения „меньшая дальше" и „бо́льшая ближе" означают ведь одно и то же. Вот еще образцы „формулировок":

„Через одну точку A, которая не служит центром, можно провести на плоскости бесчисленное множество окружностей" (ч. I. стр. 84). Разве если A служит центром (неизвестно чего!), то через A нельзя провести бесконечного множества окружностей? Бессмыслица!

„Пересечем стороны угла BAC параллельными прямыми. Отрезки, одинаково расположенные на сторонах угла относительно одних и тех же параллельных, называются соответственно расположенными" (ч. I, стр. 113). Какие отрезки? — Ничего не понять в этом „определении"!

„При параллельном проектировании ... отрезки, перпендикулярные к плоскости чертежа, сокращены и повернуты на некоторый угол" (ч. II, стр. 117). В переводе на житейский язык это означает: горизонтальные тени вертикальных шестов „сокращены" и повернуты на некоторый угол. Во-первых, не всегда сокращены: тень может быть длиннее шеста; во-вторых, совершенно нелепо утверждение о повороте на некоторый загадочный угол. Угол между вертикальным шестом и тенью всегда равен 90°.

„Объемом полушара называется предел, к которому стремится сумма объемов вписанных в него цилиндров" (ч. II, стр. 107). Бессмыслица!

„Переменная величина, которая все время убывает и может стать и оставаться меньше какой угодно наперед заданной величины, называется бесконечно малой" (ч. I,

---

[1]) Курсив наш. *Ф. Г., Л. Л., С. Х.*

стр. 158). Почему „все время убывает"? Разве бесконечно малая величина, т. е. стремящаяся к нулю, не может, например, колебаться вокруг нуля?

Мы не можем приводить всех перлов, рассыпанных в курсе Гурвица и Гангнуса ибо для этого пришлось бы затратить слишком большое число страниц. Но и приведенного достаточно, чтобы судить о невежестве авторов.

Некультурность книги выражается также и в терминологии. На стр. 110 ч. I авторы пишут: „отношение несоизмеримых отрезков приближенное число". Что такое „приближенное число"? К счастью, на следующей странице мы узнаем, что отношение несоизмеримых отрезков есть число иррациональное. Авторы вводят термины „пополнительные углы", „развернутые углы", „смешанные линии" — термины, которые не приняты в математике. Вместо общепринятого термина „вертикальные углы" они вводят термин „противоположные углы", хотя этот термин и в математике и в обыденной жизни имеет совершенно другой смысл. Разве допустимо, чтобы автор каждого учебника вводил свою собственную научную терминологию, от которой потом в стенах вуза приходилось бы отвыкать?

Третий недостаток книги — *исключительная небрежность*, с которой она написана Даже при всей мыслимой некомпетентности авторов они, при минимуме добросовестности могли бы избежать целого ряда допущенных в книге ляпсусов и противоречий. Очевидно ни авторы, ни официальные рецензенты не утруждали себя внимательным чтением стабильного учебника, а это следовало бы все-таки сделать.

Приведем несколько примеров.

Авторы определяют луч как полупрямую, т. е. как бесконечную линию. О направлении луча они не говорят ни слова. На стр. 12 они неожиданно заявляют: „Два луча OA и OB, выходящие из одной и той же точки O, отличаются друг от друга своим направлением и образуют фигуру, называемую углом. Точка O называется вершиной угла, лучи OA и OB — его сторонами". Но несколькими строками ниже напечатано жирным шрифтом: „Величина угла не зависит от отмеченной длины его сторон". Откуда взялась „отмеченная длина" сторон угла, которые только что определены как лучи, т. е. бесконечные полупрямые?

Авторы определяют сумму отрезков как новый отрезок; далее — стороны многоугольника как отрезки. На стр. 23 они пишут: „периметром многоугольника называется сумма его сторон". Значит, периметр есть отрезок. Но дальше говорится: „периметр треугольника ABC равен сумме длин всех его сторон". Но так как длина есть число, то и сумма длин есть число. Что же такое периметр — отрезок или число?

На стр. 59 авторы категорически и безоговорочно заявляют: „параллелограм не имеет осей симметрии". Так как ромб и прямоугольник определены далее как частные случаи параллелограма, то школьник, естественно, подумает, что прямоугольник и ромб не имеют осей симметрии. Но на стр. 61—62 он узнает, что прямоугольник и ромб оси симметрии все же имеют.

На стр. 60 параллелограм может иметь прямые углы. Но на стр. 61 говорится „Ромб, являясь равносторонним параллелограмом, обладает всеми свойствами последнего. В ромбе противолежащие углы равны, при этом или они оба острые или оба тупые". Итак, ромб прямых углов иметь уже не может, и это свойство ромба есть, как видно из текста, также свойство параллелограма. Стр. 61 вступает в дискуссию со стр. 60. В свою очередь начало стр. 63 опровергает утверждение стр. 61 — в ромбе могут быть прямые углы: „Ромб, в котором один из углов прямой, называется квадратом".

Несчастный школьник на протяжении трех страниц должен трижды выслушивать противоречивые утверждения.

Авторы иногда забывают то, о чем они только что говорили. На стр. 110 они вводят единицу меры. Через несколько строчек они решают для удобства ввести новую единицу меры. Но пользуются они во всем дальнейшем без оговорок старой единицей, забыв, очевидно, что они только что заменили ее новой.

На стр. 53 авторы дают определение выпуклого четырехугольника и вдруг неожиданно они заговаривают о свойствах выпуклого многоугольника, определение которого дается лишь через 15 страниц.

В формулировках задач встречаются непонятные и даже бессмысленные места.

На стр. 9 ч. II приведены четыре задачи, смысл которых совершенно непонятен: „Определить наибольшее число прямых, которые можно провести через 5 точек в пространстве так, чтобы положение каждой прямой определялось данными точками" (?)

„Из данной точки проведено 5 лучей. Найти наибольшее число плоскостей, положение которых определяется этими лучами", и другие задачи в том же духе.

Последнее замечание — о мелком шрифте, материале уже для самостоятельного чтения школьника. Выбран он чрезвычайно неудачно, авторы зачем-то ввели формулу Ньютона-Симпсона, которую они приводят без доказательства и которой они дают совершенно нелепую формулировку.

Резюмируя, мы приходим к выводу: *стабильный учебник Гурвица и Гангнуса состоит из наскоро склеенных, небрежно написанных частей с большим количеством безграмотных мест. Этот учебник есть, очевидно, худший из всех систематических учебников, когда либо выходивших на русском языке.*

Совершенно непонятно, зачем было издавать такую книгу и делать ее стабильным учебником. Книга Гурвица и Гангнуса есть образец халтуры и препятствие к хорошей постановке преподавания геометрии в школе.

Заметим в заключение, что предыдущие издания содержали еще больше безграмотных мест. Книгу Гангнуса-Гурвица пытались исправлять, но, очевидно, это — дело безнадежное.

Ф. Гантмахер, Л. Люстерник, С. Христианович

М. Лагалли, Векторное исчисление, перев. с нем. Г. М. Катто под ред. А. М. Лопшица, ОНТИ 1936, 343 стр., цена с переплетом 6 р. 50 к. Допущено Наркомпросом РСФСР в качестве учебного пособия для университетов.

Книга М. Лагалли принадлежит к числу книг, получивших у нас хорошую известность задолго до издания перевода.

Начиная с простейших вопросов векторной алгебры, автор последовательно излагает элементы теории поля и теории линейных вектор-функций (диадное исчисление) широко развивая приложения в области геометрии и механики. Последние разделы посвящены геометрии римановых пространств.

Изложение диадного исчисления и римановой геометрии ведется прямыми (не координатными) методами, но по существу мало отличается от обычно принятого в тензорном анализе.

Для чтения книги не требуется больших предварительных знаний, однако мало квалифицированному читателю может встретиться опасность с двух сторон: некоторая сухость и формальность изложения ряда глав (преимущественно последней) и наряду с этим использование при доказательствах наглядных инфинитезимальных соображений (местами в подобных случаях редактором даны дополнительные указания).

В общем книга М. Лагалли хорошо знакомит с векторным и диадным аппаратами и их приложениями и может служить хорошим введением для изучения более специальных руководств, изданных в последнее время, как, например, курса тензорного анализа П. А. Широкова.

Н. Ефимов.

П. К. Рашевский, Введение в риманову геометрию и тензорный анализ, ОНТИ 1936, 199 стр., цена с переплетом 4 р. 50 к. Допущено Наркомпросом РСФСР в качестве учебного пособия для университетов.

Многомерная диференциальная геометрия и тензорный анализ в нашей литературе представлены чрезвычайно плохо. Поэтому особенно приятно появление прекрасной книги проф. П. К. Рашевского, содержащей небольшой и в значительной части элементарный материал, удачно подобранный и разработанный с хорошим вкусом.

В трактовке основных понятий римановой геометрии автор далек от формальных обобщений, и этим изложение его выгодно отличается от изложения многих иностранных руководств, даже и очень хороших (например Eisenhart'a).