

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Жуков, К. А. Калабушев, Эффект Бёрша
и разрешение в электронно-оптических системах,
ЖТФ, 1983, том 53, выпуск 5, 906–912

<https://www.mathnet.ru/jtf2334>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.175

17 мая 2025 г., 22:15:28



УДК 621.382.002 : 537.533.35

ЭФФЕКТ БЁРША И РАЗРЕШЕНИЕ В ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В. А. Жуков, К. А. Калабушев

Работа посвящена теоретическому анализу уширения энергетического распределения в пучке вдоль оси пучка (электронного или ионного) в результате межэлектронных соударений (эффект Бёрша). Последовательно рассматриваются случаи пучка, сформированного неограниченным катодом в однородном электростатическом поле, ограниченным катодом в однородном поле, неограниченным катодом в произвольном электростатическом поле, характерном для иммерсионных линз (к которым относятся и катодные пушки), и, наконец, ограниченным катодом в произвольном поле. Анализ проводится на основе кинетического уравнения с записью интеграла столкновений в форме Ландау. Вычисления проведены в асимптотическом пределе при большой величине отношения энергии электрона, приобретенной в поле, к тепловой энергии. Полученные формулы применяются для расчета энергетического уширения пучка в поле катодной пушки с диафрагмой, моделируемой двумя «кусками» однородного поля. Найдена связь уширения с параметрами этого поля, сделаны выводы о путях уменьшения энергетического уширения. Приведена оценка сверху для полного тока пучка в электронно-оптической системе, если задано разрешение этой системы.

Эффект Бёрша — явление значительного уширения функции распределения электронов в пучке по компоненте скорости в направлении оси пучка, связанное с интенсивным взаимодействием электронов в пучке при больших плотностях тока. Ширина энергетического распределения в направлении оси пучка и определяет степень влияния хроматической аберрации на качество изображения, формируемого в оптической системе электронных и ионных литографических систем и растровых электронных микроскопов.

В статье Циммерманна [1] показано, что экспериментальные факты (если исключить эксперименты в присутствии магнитного поля) хорошо объясняются гипотезой, что результирующее энергетическое уширение в пучке обусловлено процессами релаксации, возникающими из-за нарушения равной распределенности энергии теплового движения электронов в продольном (по оси пучка) и поперечном направлении при ускорении пучка.

В работе решается задача нахождения формул для энергетического уширения пучков электронов, движущихся в электростатическом поле, характерном для иммерсионных линз (к ним относится и катодная пушка). Полученные формулы применяются для получения энергетического уширения в модельном поле катодной пушки. Этот результат применяется для нахождения ограничений на полный ток в электронно-оптической системе при заданном ее разрешении.

Процесс релаксации системы за счет парных столкновений рассматривается с помощью кинетического уравнения Больцмана

$$df/dt = St[f], \quad (1)$$

где столкновительный интеграл $St[f]$ в правой части уравнения (1) берется в форме Ландау. Кинетическое уравнение решается методом последовательных приближений, причем ограничиваемся исследованием первого приближения, т. е. ищем решение в виде $f=f_0+f_1$. В качестве функции нулевого приближения берется решение уравнения Лиувилля

$$\frac{d}{dt} f_0(\mathbf{r}(t), \mathbf{p}(t)) = 0, \quad (2)$$

где под d/dt понимается субстанциональная производная по времени; f_1 на катоде принята равной нулю. Считается, что радиус действия кулоновских сил ограничен дебаевским радиусом экранирования электронов (или понов) в пучке (см. (2)). Можно показать (на чем мы здесь останавливаться не будем), что плазменные колебания не дают существенного вклада в искомое энергетическое уширение.

За величину, характеризующую энергетический разброс электронов, принимаем дисперсию энергии частиц в продольном направлении, вычисленную с функцией распределения, взятой в первом приближении.

Рассмотрим сначала случай неограниченного катода и однородного поля (рис. 1). Функцию распределения на катоде берем в виде

$$f|_{z=0} = K \exp\{-(p_{\perp 0}^2 + p_{z0}^2)/(2mkT)\} \Theta(p_{z0}). \quad (3)$$

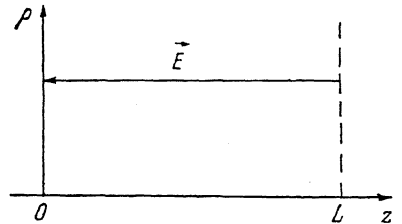
Нормировочная постоянная K находится по заданной плотности тока j_0

$$K = 2mj_0/(\pi p_T^4 e). \quad (4)$$

Здесь, как обычно, m — масса электрона, e — его заряд, T — температура катода, $p_T^2/2m = kT$, k — постоянная Больцмана. Пусть $\varphi(z)$ — электростатический

Рис. 1. Иллюстрация к случаю неограниченного катода в однородном электростатическом поле.

Плоскость $z=0$ соответствует катоду, L — длина пучка, E — напряженность поля.



потенциал в плоскости z , напряженность поля $E = (0, 0, -E)$. Введем безразмерные переменные, $w = p_z/p_T$, $\alpha_{\perp} = p_{\perp}/p_T$, $\alpha = (\alpha_{\perp}, w)$, $\Phi(z) = |e|Ez/kT$, $z = Lz'$, $N = |e|EL/kT$. Здесь p_{\perp} и p_z — поперечная и продольная компоненты импульса, L — длина пучка.

Решая уравнение (2), получим функцию распределения в нулевом приближении во всем пространстве

$$f_0(\alpha, z) = K \exp\{-\alpha^2 + \Phi(z)\} \Theta(w - \sqrt{\Phi(z)}). \quad (5)$$

В рассматриваемом случае уравнение для первой итерации f_1 имеет вид

$$p_z/m \cdot \partial f_1 / \partial z + |e|E \cdot \partial f_1 / \partial p_z = \text{St}[f_0]. \quad (6)$$

Это уравнение решается методом характеристик с помощью интегрирования правой части по траекториям частиц, определяемым по левой части уравнения. Как известно, интеграл столкновений в форме Ландау имеет вид

$$\text{St}[f] = -2\pi e^4 L_K m \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \int d^3 \alpha' \left[\frac{(\alpha - \alpha')^2 \delta_{ik} - (\alpha - \alpha')_i (\alpha - \alpha')_k}{|\alpha - \alpha'|^3} \right] \times \\ \times \left[f(\alpha) \frac{\partial f'(\alpha')}{\partial \alpha'_k} - f'(\alpha') \frac{\partial f(\alpha)}{\partial \alpha_k} \right]. \quad (7)$$

Нахождение траекторий в этом случае затруднений не представляет, и для нулевого момента энергии с функцией распределения f_1 получаем выражение

$$I_1^0 = \int f_1 d^3 p_K = -(\text{мн.}) \int_0^1 dz' \int_{-\infty}^{\infty} dw \frac{1}{w_K} \frac{\partial}{\partial w} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \alpha_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \alpha'_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dw' \exp\{-\alpha^2 - \alpha'^2 + \\ + 2\Phi(z)\} \times \frac{\Delta \alpha_{\perp}^2}{(\Delta \alpha_{\perp}^2 + (w - w')^2)^{3/2}} [\Theta(w - \sqrt{\Phi(z')}) \delta(w' - \sqrt{\Phi(z')}) - \\ - \Theta(w' - \sqrt{\Phi(z')}) \delta(w - \sqrt{\Phi(z')})]. \quad (8)$$

Здесь (мн.) $\equiv p_T^2 \cdot 2\pi e^4 L_K m^2 K^2 L$; L_K — кулоновский логарифм; $\Delta \alpha_{\perp} = \alpha_{\perp} - \alpha'_{\perp}$; индекс « K » означает, что переменная берется в конечной плоскости $z = z_K = L$.

При вычислениях воспользуемся приближением

$$\frac{1}{w_K} = (w^2 - \Phi(z') + \Phi(z'_K))^{-1/2} = (\eta(\eta + 2\sqrt{\Phi(z')}) + \Phi(z'_K))^{-1/2} \approx \approx \frac{1}{\sqrt{\Phi(z'_K)}} \left[1 - \eta \frac{\sqrt{\Phi(z')}}{\Phi(z'_K)} \right]. \quad (9)$$

Здесь $\eta = w - \sqrt{\Phi(z')}$. Для выполнения этого приближения надо в (8) брать при интегрировании по z' в качестве нижнего предела не 0, а величину \bar{a}' , которую можно найти из соотношения $\Phi(\bar{a}) = 1$, или в рассматриваемом случае $N\bar{a}' = 1$, откуда $\bar{a}' = 1/N$. Используя это приближение и ограничиваясь первым членом асимптотического разложения по большому параметру $\sqrt{\Phi(z')}$, получим

$$I_1^0 = -(\text{мн.}) \pi^2 \sqrt{2\pi} (\ln N - 3)/(8N^{3/2}) \equiv I_{11}^0 + I_{12}^0. \quad (10)$$

Оказывается, что нет необходимости отдельно вычислять I_1^E и $I_1^{E^2}$ — 1-й и 2-й моменты энергии частиц в направлении оси z с функцией f_1

$$I_1^E \equiv \int f_1(p_{zK}^2/2m) d^3p_K, \quad I_1^{E^2} \equiv \int f_1(p_{zK}^2/2m)^2 d^3p_K.$$

Дело в том, что можно заранее увидеть, что аналогично (10) $I_1^E \equiv I_{11}^E + I_{12}^E$, $I_1^{E^2} \equiv I_{11}^{E^2} + I_{12}^{E^2}$, причем эти слагаемые простым образом связаны с I_{11}^0 и I_{12}^0

$$I_{11}^E = -\Phi(z') I_{11}^0, \quad I_{11}^{E^2} = -\Phi(z')^2 \cdot 3 I_{11}^0, \quad I_{12}^E = -\frac{1}{3} \Phi(z') I_{12}^0, \quad I_{12}^{E^2} = \Phi^2(z') I_{12}^0. \quad (11)$$

Без труда вычисляются также первые три члена асимптотического разложения 0-го, 1-го и 2-го моментов с функцией f_0

$$I_0^0 \equiv \int f_0 d^3p_K, \quad I_0^E \equiv \int f_0 \frac{p_{zK}^2}{2m} d^3p_K, \quad I_0^{E^2} \equiv \int f_0 \left(\frac{p_{zK}^2}{2m} \right)^2 d^3p_K.$$

После этого можно найти формулу для энергетического уширения

$$\begin{aligned} (\delta E)^2 &= (I_0^{E^2} + I_{11}^{E^2})/(I_0^0 + I_{11}^0) - (I_0^E + I_{11}^E)^2/(I_0^0 + I_{11}^0)^2 = \\ &= \left(\frac{p_T^2}{2m} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{\sqrt{N} \cdot 2}{K p_{zK}^2} \frac{8}{3} N^2 I_{12}^0 \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Стоит обратить внимание, что в формулу для $(\delta E)^2$ не вошло слагаемое I_{11}^0 , хотя, согласно формуле (10), именно оно делает добавку к плотности частиц за счет столкновений отрицательной.

Используя (10) и (12), окончательно получаем формулу для энергетического уширения в однородном поле в случае неограниченного катода

$$(\delta E)^2 = (kT)^2 + (2\pi)^{3/2}/\sqrt{2} \cdot LL_K \sqrt{m} e^3 j_0 / \sqrt{kT}. \quad (13)$$

Следует заметить, что энергетическое уширение не зависит от напряженности ускоряющего поля. Таким образом, хотя при увеличении напряженности поля уменьшается время пролета электронов от плоскости $z = 0$ до плотности $z_K = L$ и поэтому в системе центра масс электронов энергетическое уширение уменьшается, в лабораторной системе эффект во столько же раз увеличивается благодаря тому, что увеличивается скорость движения электронов относительно лабораторной системы (см. (1)).

Теперь рассмотрим пучок в однородном поле, формируемый ограниченным плоским катодом. В отличие от предыдущего случая теперь в плоскости $z = 0$ будем иметь функцию распределения вида

$$f|_{z=0} = K \exp \left\{ -\frac{p_{10}^2 + p_{z0}^2}{2mkT} - \frac{p_0^2}{a^2} \right\} \Theta(p_{z0}). \quad (14)$$

Здесь a — величина, характеризующая эффективный радиус катода. При введении безразмерных переменных в качестве единицы длины будем использовать не L ,

как в предыдущем случае, а a : $\rho' = \rho/a$, $z' = z/a$, $t = \tau\tau$, где $\tau_T = am/\sqrt{2mkT}$. Остальные безразмерные переменные будут те же. Теперь нормировочная постоянная K выражается через полный ток пучка I_t

$$K = 2mI_t/(\pi\rho_0^2\epsilon\pi a^2). \quad (15)$$

Функция нулевого приближения во всем пространстве теперь имеет вид

$$f_0(\alpha, \rho', z') = K \exp\{-\alpha^2 + \Phi(z')\} \exp\{-(\rho' - \alpha_1\tau)^2\} \Theta(w - \sqrt{\Phi(z')}). \quad (16)$$

Будем здесь вычислять уширение, усредненное по поперечным координатам ρ' . Выполняя вычисления таким же образом, как это делалось в предыдущем случае, используя некоторые дополнительные приближения, которые выполняются для электронов в параксиальной области с энергиями, много большими тепловой, получаем в случае $\gamma^2 \equiv 2\Phi(z')/N^2 \ll 1$ (где $N = |e|Ea/kT$) для энергетического уширения формулу

$$(\delta E)^2 = (kT)^2 + (2\pi)^{3/2}/(2\sqrt{2}) L_k \sqrt{m} e^3 I_t z_K / (\pi a^2 \sqrt{kT}). \quad (17)$$

Другой крайний случай $\gamma^2 \gg 1$, что соответствует случаю точечного катода $a \rightarrow 0$. Получаем

$$(\delta E)^2 = (kT)^2 + (2\pi)^{3/2}/(2\sqrt{2}) L_k \sqrt{m} e^3 I_t / (\pi a^2 \sqrt{kT}) a \sqrt{|e|Ez_K/kT}. \quad (18)$$

При произвольном γ^2 получаем формулу

$$(\delta E)^2 = (kT)^2 + (2\pi)^{3/2}/(2\sqrt{2}) L_K \sqrt{m} e^3 I_t / (\pi a^2 \sqrt{kT}) \times \\ \times a \sqrt{\frac{|e|Ea}{kT}} \left\{ \sqrt{z'_K + \frac{|e|Ea}{4kT}} - \sqrt{\frac{kT}{|e|Ea} + \frac{|e|Ea}{4kT}} \right\}. \quad (19)$$

Отметим, что если в случае $\gamma^2 \ll 1$ уширение не зависит от напряженности поля и пропорционально длине пучка, то в случае $\gamma^2 \gg 1$ уширение пропорционально радиусу катода, корню из напряженности поля и корню из длины пучка. Если мы возьмем в случае $\gamma^2 \ll 1$ $I_t/\pi a^2 = j_{cp} = 0.2 \text{ А/см}^2$ (термокатод), $kT = 0.2 \text{ эВ}$, $z_K = 1 \text{ см}$, $L_K = 10$, то получаем $(\delta E) = \sqrt{(\delta E)^2} \approx 0.3 \text{ эВ}$ (здесь рассчитывалось лишь второе слагаемое формулы (17)).

Рассмотрим теперь случай неограниченного катода в поле произвольной формы, характерном для иммерсионных линз (к которым относится и катодная пушка). Для того чтобы решить эту задачу методом характеристик, как это здесь делалось, необходимо знать траектории электрона в этом поле. Поскольку точно эта задача для произвольного поля не решается, надо найти приближенные траектории, дающие хорошее приближение для иммерсионных линз. Это сделано в [3]. В этой работе предложено в качестве параметров разложения принять высоту вылета ρ_0 и начальную скорость электронов, покидающих катод ($\sim \sqrt{\epsilon}$, где ϵ — начальная энергия электрона). При использовании формул, полученных в [3], мы здесь ограничивались лишь учетом первого порядка по ρ_0 и $\sqrt{\epsilon}$.

Для неограниченного катода функция распределения на нем дается формулой (3). Для функции нулевого приближения во всем пространстве, решая уравнение Лаувиля (2), получаем выражение

$$f_0(\mathbf{r}, \alpha) = K \exp\{-\alpha^2 + \Phi(\mathbf{r})\} \Theta(\alpha_{z_0}(\rho, z, \alpha)). \quad (20)$$

Здесь предполагаем, что уравнения траектории записаны в виде

$$\rho = \rho(\rho_0, \alpha_0, z), \quad \alpha = \alpha(\rho_0, \alpha_0, r) \quad \text{или} \quad \rho_0 = \rho_0(\rho, \alpha, z), \quad \alpha_0 = \alpha_0(\rho, \alpha, z). \quad (21)$$

При вычислении интеграла столкновений ограничивались рассмотрением главных порядков по $\sqrt{\epsilon}$ и ρ_0 . Существенное упрощение дал переход от интегрирования по координатам и импульсам в плоскости z_k к координатам и импульсам в произвольной плоскости z , причем, для того чтобы такой переход был возможен при знании уравнений траектории лишь в специальной системе координат

нат, была использована аксиальная симметричность электронно-оптической системы. Ход вычислений остается таким же, как и в случае однородного поля, хотя сами вычисления и усложняются. В результате получаем формулу для уширения

$$(\delta E)^2 = (kT)^2 + (2\pi)^{3/2} / (\sqrt{2}) L_K \sqrt{m} e^3 I_t / (\pi a^2 \sqrt{kT} \times \\ \times \sqrt{\Phi'(0)}) \int_{\bar{a}}^{z_k} dz \cdot 2 \sqrt{\Phi(z)} / u_1'(z) / F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; 1 - \frac{4\Phi(z) u_2^2 u_1'^2}{\Phi'(0)}\right). \quad (22)$$

Здесь F — гипергеометрическая функция Гаусса; $u_1(z)$ и $u_2(z)$ — фундаментальные решения парааксиального уравнения траекторий

$$2\Phi(z) u'' + \Phi'(z) u' + \frac{1}{2} \Phi''(z) u = 0, \quad (23)$$

причем $u_1(z) = \sqrt{z} g(z)$, $g(z)$, $u_2(z)$ — аналитические функции в окрестности точки $z=0$ и $g(0) = u_2(0) = 1$.

Легко проверить, что в случае однородного поля получается результат такой же, что и по формуле (13): для однородного поля $u_1(z) = \sqrt{z}$, $u_2(z) = 1$.

В случае ограниченного плоского катода в произвольном поле на катоде имеем функцию распределения в виде (14). Отличие от вычислений в случае неограниченного катода, если ограничиваться рассмотрением главных порядков по $\sqrt{\varepsilon}$ и ρ_0 , заключается лишь в двух дополнительных экспонентах, возникающих из-за гауссовского распределения по поперечным координатам на катоде. В этом случае получаем уширение в виде

$$(\delta E)^2 = (kT)^2 + \frac{e^3 L_K \sqrt{m}}{\sqrt{kT}} \frac{I_t}{\pi a^2} \pi \sqrt{\pi} \int_{\bar{a}}^{z_K} \frac{dz}{\left[u_2(z)^2 + \frac{4u_1(z)^2}{a^2 \Phi'(0)} \right]^{1/2}}. \quad (24)$$

Применим полученные формулы к анализу уширения в катодной пушке, причем в качестве модели поля пушки рассмотрим два «куска» однородного поля разной напряженности. Плоскости z_0 , разделяющей эти «куски», в реальной ситуации соответствует диафрагма. Потенциал такого поля

$$\Phi(z) = \begin{cases} E_1 z, & z \leq z_0 & \text{(I),} \\ E_1 z_0 + E_2 (z - z_0), & z > z_0 & \text{(II).} \end{cases} \quad (25)$$

Фундаментальные решения парааксиального уравнения траекторий (23) в этом случае имеют вид

$$u_1(z) = \sqrt{z}, \quad u_2(z) = 1 \quad \text{при } z \leq z_0, \\ u_1(z) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \left(\frac{E_2}{E_1} - 3 \right) \left(z - z_0 + \frac{E_1}{E_2} z_0 \right)^{1/2} + \frac{3}{2} \sqrt{z_0} \left(1 - \frac{E_1}{E_2} \right), \\ u_2(z) = -\frac{1}{2\sqrt{z_0}} \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \left(\frac{E_2}{E_1} - 1 \right) \left(z - z_0 + \frac{E_1}{E_2} z_0 \right)^{1/2} + \frac{1}{2} \left(3 - \frac{E_1}{E_2} \right) \quad \text{при } z > z_0. \quad (26)$$

В области $z > z_0$ интеграл J в формуле (24) равен

$$J = \frac{2}{\sqrt{D}} \left\{ \sqrt{t^2 - \frac{H}{D} t + \frac{G}{D}} + \frac{H}{2D} \ln \left| 2 \sqrt{t^2 - \frac{H}{D} t + \frac{G}{D}} + 2t - \frac{H}{D} \right| \right\} \Bigg|_{\sqrt{\delta z_0}}^{\sqrt{z_K - z_0(1-\delta)}}, \quad (27)$$

где

$$\delta = \frac{E_1}{E_2}, \quad D = \frac{1}{\delta} \left[\frac{(1-3\delta)^2}{a^2 E_1} + \frac{(1-\delta)^2}{4z_0} \right], \quad G = \frac{9z_0}{a^2 E_1} (1-\delta)^2 + \frac{(3-\delta)^2}{4}, \\ H = \frac{1-\delta}{\sqrt{\delta}} \left[\frac{6\sqrt{z_0}}{a^2 E_1} (1-3\delta) + \frac{3-\delta}{2\sqrt{z_0}} \right].$$

Следует отметить, что формулы для квадрата уширения, полученные для случая ограниченного катода в пределе, когда размер катода стремится к бесконечности, дают результат в 2 раза меньше, чем формулы, полученные для не-

ограниченного катода. Это различие объясняется тем, что в случае ограниченного катода мы находим уширение, усредненное по поперечным координатам, причем усредняемая функция не постоянна, а имеет максимум при $\rho_k=0$ и стремится к нулю при $\rho_k \rightarrow \infty$. В случае же неограниченного катода эта функция была постоянна и равна максимальному значению при $\rho_k=0$.

Рассмотрим конкретный пример: $a=100$ мкм, $E_1=10$ эВ/см: 0.2 эВ= 50 л/см, откуда $\bar{a}=1/50$ см. Тогда $8\bar{a}/a^2 E_1=32 \gg 1$. Конечную энергию электронов возьмем $E_k=20 \cdot 10^3$ эВ, $z_k=2$ см. График уширения в зависимости от z_0 показан на рис. 2.

Рассмотрим теперь случай $8z_k/a^2 E_1 \ll 1$. Пусть $z_k=1$ см. $E_1=5 \cdot 10^3$ л/см, $a=500$ мкм. Тогда $4z_k/a^2 E_1=0.32$. Здесь $\bar{a}=2$ мкм, конечная энергия та же — 20 кэВ. График уширения в этом случае показан на рис. 3.

Из этих графиков можно сделать следующие выводы. Численный расчет в случае $8\bar{a}/a^2 E_1 \gg 1$ дал очень малое значение уширения, практически оно сов-

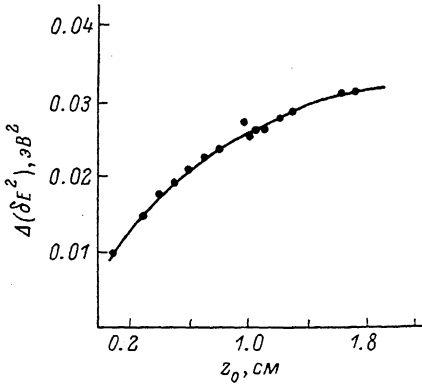


Рис. 2. Зависимость квадрата энергетического уширения, генерируемого в пучке, от плоскости установки диафрагмы z_0 в электронной пучке в случае $8\bar{a}/a^2 E_1 \gg 1$. $a=100$ мкм, $E_1=10$ эВ/см, $z_k=2$ см, $E_k=20$ кэВ.

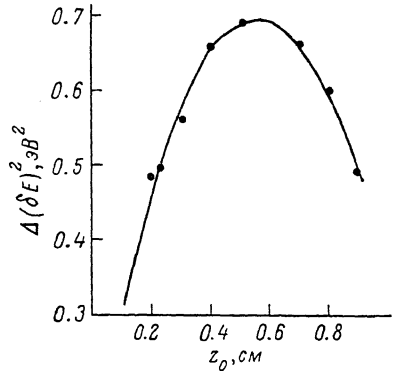


Рис. 3. Зависимость квадрата энергетического уширения, генерируемого в пучке, от плоскости установки диафрагмы z_0 в электронной пучке в случае $8z_k/a^2 E_1 \ll 1$. $a=500$ мкм, $E_1=10^3$ эВ, $z_k=1$ см, $E_k=20$ кэВ.

падает с тепловым. Что касается поведения уширения в зависимости от положения z_0 , то из рис. 2 видно, что главный вклад в уширение дает область пучка $z < z_0$, поэтому с возрастанием z_0 добавочное уширение увеличивается: при $z_0=1.9$ см квадрат добавочного уширения в 3.5 раза выше, чем при $z_0=0.1$ см. Физически это можно объяснить тем, что этому значению параметра $8\bar{a}/a^2 E_1$ соответствует пучок с более «разрыхленной» структурой из-за относительно малого размера катода (уширение в этом случае по преимуществу определяется поведением решения $u_1(z)$, которое удаляется от оси с ростом z). Кроссовер поэтому дает малый вклад в уширение, а после кроссовера частицы разлетаются с большими поперечными скоростями. Все это приводит к тому, что главный вклад в уширение дает область пучка до кроссовера. При значении параметра $8z_k/a^2 E_1 \ll 1$, наоборот, получается, что уширение в основном увеличивается в области кроссовера, так как структура пучка более плотная из-за относительно большого размера катода (уширение в этом случае по преимуществу определяется поведением решения $u_2(z)$, которое до кроссовера постоянно). Уменьшение уширения в случае, когда z_0 достаточно близко подходит к конечной плоскости z_k , естественно, связано с тем, что область сильного взаимодействия между плоскостями z_0 и z_k уменьшается с ростом z_0 . Для уменьшения уширения в случае пучек, содержащих диафрагму, таким образом, надо использовать режим, при котором $8\bar{a}/a^2 E_1 \gg 1$, и в этом случае помещать диафрагму ближе к катоду.

Напомним, что в рассматриваемых случаях считали среднюю плотность тока одинаковой.

Применим теперь полученные результаты для выяснения ограничений, накладываемых хроматической aberrацией на полный ток из пушки. Хроматическая aberrация равна

$$\Delta r_{xp} = C_{xp} (\Delta E/E) \gamma. \quad (28)$$

Здесь C_{xp} — коэффициент хроматической aberrации, $\Delta E = \sqrt{(\delta E)^2}$ — величина энергетического разброса, E — энергия электрона при попадании в линзу, γ — апертура пучка на мишени. Пусть разброс энергии превышает тепловой, тогда в (24) можно пренебречь первым слагаемым по сравнению со вторым, запишем последнее в виде $B I_t / \pi a^2$, где

$$B = \frac{e^2 L_K \sqrt{m}}{\sqrt{kT}} \pi \sqrt{\pi} \int_0^{z_K} \frac{dz}{\left[u_2(z)^2 + \frac{4u_1(z)^2}{a^2 \Phi'(0)} \right]^{1/2}}. \quad (29)$$

Тогда, подставляя (24) в (28), получим, что при заданном разрешении ток пучка ограничен сверху

$$I_t \leq \left(\frac{\Delta r_{xp} E}{C_{xp} \gamma} \right)^2 \frac{1}{B} \pi a^2. \quad (30)$$

Рассмотрим случай: $\Delta r_{xp} = 0.025$ мкм, $C_{xp} = 15$ см, $\gamma = 5 \cdot 10^{-3}$, $E = 2 \cdot 10^4$ эВ, $L_K = 10$, $z_0 = 0.1$ см, $z_K = 1$ см, $E_1 = 10^3$ эВ/см, $a = 500$ мкм ($8z_K/a^2 E_1 \ll 1$). Тогда получим $I_t \leq 3 \cdot 10^{-3}$ А.

Литература

- [1] B. Zimmermann. Advances in Electronics and Electron Physics, Edited by L. Marton. Academic Press, 29, 257 (1970).
- [2] R. C. Davidson. J. Plasma Physics. Cambridge university press, 6, 229 (1971).
- [3] Ю. В. Воробьев. ЖТФ, 26, 2269 (1956).

Поступило в Редакцию
11 мая 1982 г.
В окончательной редакции
20 декабря 1982 г.