



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. А. Болштянский, Эффект переключения знака дислокации волнового фронта в изогнутом маломодовом волоконном световоде,
Квантовая электроника, 1996, том 23, номер 7, 663–666

<https://www.mathnet.ru/qe745>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.80

18 мая 2025 г., 07:34:38



Эффект переключения знака дислокации волнового фронта в изогнутом маломодовом волоконном световоде

М.А.Болштынский

Предсказано и экспериментально подтверждено переключение знака дислокации волнового фронта в маломодовом волоконном световоде при его изгибе. Эффект основан на зависимости фазовых скоростей мод световода от изгиба. Интерференция мод на выходе световода образует дислокацию волнового фронта, параметры которой можно контролировать формой волновода. При увеличении кривизны волновода линейная дислокация изменяется в круговую определенного знака, снова в линейную, затем в круговую противоположного знака и т. д. Частота изменения знака дислокации при изменении радиуса изгиба соответствует теоретическим оценкам.

Введение

В последнее время большой интерес вызывает нелинейное взаимодействие вещества со световым полем, имеющим нетривиальную топологическую структуру. В частности, этой структурой может быть дислокация волнового фронта (ДВФ) (см. напр. [1]). Типичным примером ДВФ является поле [2]

$$E(x, y, z, t) = (x + ixy)\exp[i\omega t + ikz - (x^2 + y^2)/a^2], \quad (1)$$

где a – некий параметр, отвечающий за локализацию дислокации. Это световое поле равно нулю на оси (при $x = y = 0$). При обходе этого нуля поля по замкнутому контуру вокруг оси z фаза поля меняется на $+2\pi$ при $\alpha > 0$ и на -2π при $\alpha < 0$. Если $\alpha = \pm 1$, то $x + ixy = x \pm iy = re^{i\phi}$ и дислокация является правой или левой круговой в зависимости от знака α . Если $\alpha = 0$, то $x + ixy = x$ и дислокация является линейной. Во всех остальных случаях дислокация эллиптическая.

Большое число ДВФ содержится в спекл-поле (например, на выходе из многомодового световода). Однако в общем случае они хаотически распределены и их форма слабо поддается контролю. Для генерации единственной дислокации был предложен метод, использующий дифракцию на голографической решетке [3]. ДВФ наблюдалась также при пропускании циркулярно поляризованного излучения через маломодовый световод, если на выходе из последнего находился циркулярный поляризатор противоположного знака [4].

Настоящая работа посвящена экспериментальному подтверждению метода генерации ДВФ при помощи изгиба световода, а также теоретическому описанию влияния изгиба на его моды. Следует отметить, что поведение мод в изогнутом световоде исследовалось неоднократно, но, как правило, рассматривался или одномодовый волновод, или вопрос об ослаблении энергии светового поля, а не изменение спекл-структуры [5, 6].

Челябинский государственный технический университет

Поступила в редакцию 7 марта 1995 г.,
после доработки – 14 ноября 1995 г.

Несмотря на то, что для описания эффекта необходимо учитывать векторность электромагнитного поля, его сущность становится понятной и при скалярном подходе. Поэтому для простоты изложения сначала описана скалярная модель и только после – векторная.

1. Скалярная модель

Рассмотрим волновое уравнение для световода со ступенчатым профилем показателя преломления n :

$$\Delta E + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(x, y) E = 0, \quad (2)$$

где $\varepsilon(x, y) = n^2$ – диэлектрическая проницаемость; $\varepsilon(x^2 + y^2 < r_c^2) = \varepsilon_{cl} + \Delta\varepsilon$; $\varepsilon(x^2 + y^2 > r_c^2) = \varepsilon_{cl}$; r_c – радиус сердцевины волокна.

Допустим, что в скалярном приближении прямой световод поддерживает распространение только трех мод:

$$M_0 = E_0(x, y)e^{i\beta_0 z} = f_0(r)e^{i\beta_0 z}, \quad (3)$$

$$M_{\pm 1} = E_{\pm 1}(x, y)e^{i\beta_{\pm 1} z} = f_{\pm 1}(r)e^{\pm i\phi} e^{i\beta_{\pm 1} z},$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; ось z (при $x = y = 0$) проходит по середине световода; β_m – постоянная распространения моды с индексом m , а E_m удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_m + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(x, y) E_m = \beta_m^2 E_m. \quad (4)$$

Моды $M_{\pm 1}$ являются вырожденными, так как имеют одинаковые постоянные распространения $\beta_{\pm 1}$, что есть следствие аксиальной симметрии волновода. Другое следствие этой симметрии – возможность разделения переменных в уравнении (4), в результате чего $E_m(x, y) = f_m(r)e^{im\phi}$. Обратим также внимание на то, что моды $M_{\pm 1}$ являются правой и левой круговыми дислокациями.

Для произвольного светового поля на входе волокна его разложение на моды

$$E_{in}(x, y) = a_0 E_0 + a_+ E_+ + a_- E_- \quad (5)$$

уже содержит ДВФ. Однако, как показывают эксперименты, обычно эта дислокация локализована на краю

выходного пучка, где интенсивность излучения очень мала. Это типично, когда на вход световода подается довольно широкая плоская волна; при этом $|a_+| \approx |a_-| \ll |a_0|$. С помощью поляризаторов, как описано в разд.3, можно получить $|a_0| < |a_\pm|$, поэтому здесь мы рассмотрим ситуацию, когда

$$E_{\text{in}} = a_+ E_{+1} + a_- E_{-1}. \quad (6)$$

В случае изогнутого волновода мода M_0 остается без изменения, а моды $M_{\pm 1}$ раскладываются на новые моды

$$C = f_1(r) \cos \phi e^{i\beta_C z}, \quad S = f_1(r) \sin \phi e^{i\beta_S z}. \quad (7)$$

Здесь β_C и β_S – постоянные распространения мод C и S соответственно. Расщепление $\Delta\beta = \beta_C - \beta_S \neq 0$ является следствием нарушения аксиальной симметрии волновода. При малых изгибах $\Delta\beta \propto 1/R^2$ (R – радиус изгиба), что является следствием инвариантности системы относительно замены $1/R \rightarrow -1/R$, и нет оснований считать, что при $1/R = 0$ существует какая-то особенность. Следовательно, зависимости типа $\Delta\beta \propto 1/R$ или $\Delta\beta \propto 1/|R|$ не могут иметь места. Более строгое обоснование этого дано при рассмотрении векторной модели. Следует заметить, что при изгибе поперечные распределения полей мод C и S зависят от радиуса изгиба R и слегка отличаются от выражения (7). Однако данное обстоятельство не играет практически никакой роли, так как поле на выходе из волокна в основном зависит от разности фаз между модами, которая накапливается при распространении света и потому более существенна, чем незначительное изменение формы самих мод.

Допустим, что волокно равномерно изогнуто по всей длине изгиба. Чтобы найти поле на выходе из такого волновода, надо входное излучение (6) разложить по модам изогнутого волокна:

$$E_{\text{in}} = b_S S(x, y) + b_C C(x, y), \quad (8)$$

где b_C и b_S – коэффициенты. Обычно из-за симметрии ввода излучения в световод эти коэффициенты одинаковы: $|b_C| \approx |b_S| = b$. Следовательно, интерференционную картину на выходе можно представить как

$$E_{\text{out}} = b(C + S e^{i\Delta\theta}) = b f_1(r) (\cos \phi + e^{i\Delta\theta} \sin \phi), \quad (9)$$

где $\Delta\theta = \Delta\beta L$ – разность фаз между модами C и S на выходе; L – длина изогнутой части световода. Меняя радиус изгиба волокна R и/или длину L , можно изменять $\Delta\theta$, а также знак дислокации, которая возникает в результате интерференции мод C и S . Например, если $\Delta\theta = \pi/2$, то $e^{i\Delta\theta} = i$ и поле на выходе

$$E_{\text{out}} = b f_1(r) (\cos \phi + i \sin \phi) = b f_1(r) e^{i\varphi},$$

а если $\Delta\theta = -\pi/2$ или $3\pi/2$, то $e^{i\Delta\theta} = -i$ и

$$E_{\text{out}} = b f_1(r) (\cos \phi - i \sin \phi) = b f_1(r) e^{-i\varphi},$$

т.е. имеют место дислокации разных знаков. Если же $\Delta\theta = 0, \pi, 2\pi$, то $e^{i\Delta\theta} = \pm 1$ и

$$E_{\text{out}} = b f_1 (\cos \phi \pm \sin \phi) = b f_1 \sqrt{2} \cos(\phi \mp \pi/4),$$

что является линейной дислокацией.

Таким образом, изменяя $\Delta\theta$ за счет изгиба и/или изменения длины изогнутой части световода, можно контролируемо переключать дислокацию из линейной в круговую желаемого знака. Идеально круговая дислокация будет иметь место лишь в случае точного равенства $|b_C| = |b_S|$, тогда как линейная дислокация возможна при любом соотношении коэффициентов.

Если же во входном излучении есть небольшой вклад от моды M_0 , то для описания поля на выходе необходимо в выражение (9) добавить эту моду с некоторым коэффициентом γ и фазой A , зависящей от R и L :

$$E_{\text{out}}(x, y) = b \{ C(x, y) + S(x, y) \exp[i\Delta\theta(R, L)] \} + \gamma M_0(x, y) \exp[iA(R, L)]. \quad (10)$$

Это приведет к тому, что дислокация уйдет из центра, причем величина и направление ее смещения будут зависеть от γ и A . Поскольку A в свою очередь зависит от радиуса изгиба R , то направление смещения дислокации изменится при изменении R , что вызовет вращение дислокации относительно центра пучка. Направление этого вращения зависит от знака дислокации и меняется на противоположное, когда дислокация меняет знак.

2. Векторная модель

Для более точного описания свойств изогнутого световода следует решать уравнения Максвелла, что достаточно сложно. Однако для того, чтобы использовать теорию возмущения, достаточно узнать само возмущение из уравнений Даламбера (скалярное приближение), а затем применить его к модам (векторным) световода, полученным при решении уравнений Максвелла для прямого волокна. Это значительно упрощает подход, так как точные модовые решения для прямого отрезка волоконного световода со ступенчатым профилем показателя преломления хорошо известны (см., напр., [7]).

Применим метод разделения переменных в уравнении для изогнутого волновода:

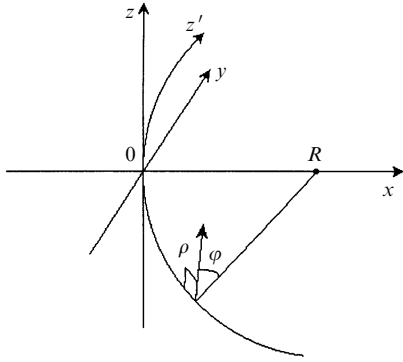
$$\Delta \mathbf{E} + \frac{\varepsilon(x, y, z) \mu}{c^2} \omega^2 \mathbf{E} = 0. \quad (11)$$

Для этого следует перейти в новую систему координат, где зависимость ε от координат будет более простая (рис.1). Производится замена координат $x, y, z \rightarrow \rho, \varphi, z'$. Ось z' проходит по сердцевине световода и является окружностью в плоскости x, y с центром в точке $x = R$ и радиусом R . Координаты ρ и φ полярны относительно оси z' . В данной системе координат диэлектрическая проницаемость ε зависит только от ρ , и разделение переменных возможно. При этом уравнение принимает следующий вид:

$$\left[\Delta_{\perp} + k^2(\rho) - \beta^2 - 2\beta^2 \delta \frac{\rho}{R} \cos \varphi + O\left(\frac{\rho^2}{R^2} \cos^2 \varphi\right) \right] \mathbf{E}_{\perp} = 0, \quad (12)$$

где

$$\delta = 1 - \frac{n-1}{n} \frac{k^2}{\beta^2}; \quad k^2(\rho) = \frac{\varepsilon(\rho) \mu}{c^2} \omega^2; \quad \Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2};$$


 Рис.1. Замена переменных $x, y, z \rightarrow \rho, \varphi, z'$.

$n = \sqrt{\varepsilon}$ – показатель преломления; \mathbf{E}_\perp зависит только от ρ и φ . С помощью коэффициента δ учтено, что при изгибе показатель преломления меняется линейно из-за деформации. От уравнения (2) это уравнение отличается слагаемыми, ответственными за возмущение,

$$-2\beta^2 \delta \frac{\rho}{R} \cos \varphi + O\left(\frac{\rho^2}{R^2} \cos^2 \varphi\right).$$

Член $2\beta^2 \delta (\rho/R) \cos \varphi$ вносит поправку только во втором порядке теории возмущения, тогда как член $O[(\rho^2/R^2) \times \cos^2 \varphi]$ может влиять уже в первом порядке. Однако, как показывают непосредственные вычисления, основной вклад дает именно член, пропорциональный $(\rho/R) \cos \varphi$. Примечательно, что из-за учета второго порядка конечный результат будет зависеть от ρ^2/R^2 , а не от ρ/R .

Если мы остановимся на случае, эквивалентном рассмотренному с тремя модами скалярного уравнения (2), то нас будут интересовать шесть мод: $\text{HE}_{11}^c, \text{HE}_{11}^u, \text{TE}_{01}, \text{TM}_{01}, \text{HE}_{21}^c, \text{HE}_{21}^u$ (см., напр., [7]). Здесь индекс «с» обозначает четную моду, «u» – нечетную.

Для решения уравнения (12) можно применить стандартную теорию возмущения, описанную в [8]. Для этого введем оператор $\hat{V} = 2\beta^2 \delta (\rho/R) \cos \varphi$, который имеет следующие матричные элементы:

Мода	HE_{11}^c	HE_{11}^u	TM_{01}	TE_{01}	HE_{21}^c	HE_{21}^u
HE_{11}^c	0	0	C	0	C	0
HE_{11}^u	0	0	0	C	0	C
TM_{01}	C	0	0	0	0	0
TE_{01}	0	C	0	0	0	0
HE_{21}^c	C	0	0	0	0	0
HE_{21}^u	0	C	0	0	0	0

где

$$C = 2\pi \frac{\beta^2}{R} \int_0^\infty F_0 F_1 \delta \rho^2 d\rho;$$

$F_1(\rho)$ – решение радиального уравнения

$$\left[\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} + k^2(\rho) - \frac{l^2}{\rho^2} - \beta^2 \right] F_1 = 0.$$

Уравнение (12) перепишем в виде

$$(\hat{H} + \hat{V})\mathbf{E}_\perp = q^2 \mathbf{E}_\perp, \hat{H} = -\Delta - [k^2(\rho) - k^2(0)],$$

$$q^2 = k^2(0) - \beta^2.$$

(13)

Допустим для начала, что моды $\text{TE}_{01}, \text{TM}_{01}, \text{HE}_{21}^c, \text{HE}_{21}^u$ вырождены, тогда для нахождения их собственных значений необходимо составить секулярное уравнение. Второй порядок теории возмущения учитывается с помощью стандартной замены [8]

$$\hat{V}_{ik} \rightarrow \hat{V}_{ik} + \sum_l \frac{\hat{V}_{il} \hat{V}_{lk}}{q_i^2 - q_l^2}, \quad (14)$$

где индекс l нумерует моды $\text{HE}_{11}^c, \text{HE}_{11}^u$, а i и k – все остальные. После этого секулярное уравнение принимает вид

$$\begin{pmatrix} q_{\text{TM}_{01}}^2 + D & D & 0 & 0 \\ D & q_{\text{HE}_{21}}^2 + D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{\text{TE}_{01}}^2 + D & D \\ 0 & 0 & D & q_{\text{HE}_{21}}^2 + D \end{pmatrix} \Psi = q^2 \Psi, \quad (15)$$

где $D = C^2 / (q_{\text{HE}_{11}}^2 - q_{\text{TM}}^2)$. Здесь Ψ – вектор, компоненты которого пропорциональны амплитудам мод $\text{TM}_{01}, \text{HE}_{21}^c, \text{TE}_{01}$ и HE_{21}^u соответственно. Условие вырождения мод есть

$$q_{\text{TM}_{01}} = q_{\text{TE}_{01}} = q_{\text{HE}_{21}}. \quad (16)$$

Из уравнения (15) следует, что собственными функциями, а следовательно, и искомыми модами изогнутого волновода, являются комбинации мод

$$\text{TM}_{01} \pm \text{HE}_{21}^c \quad \text{и} \quad \text{TE}_{01} \pm \text{HE}_{21}^u,$$

изображенные на рис.2. Расщепление между соответствующими парами мод $\Delta q = D/q$, что отвечает расщеплению фазовых скоростей, пропорциональному

$$\Delta \beta = \frac{D}{\beta} = \frac{C^2}{\beta(\beta_{\text{TM}}^2 - \beta_{\text{HE}}^2)}. \quad (17)$$

В эксперименте на выходе световода использовался линейный поляризатор, пропускающий только две моды, которые можно назвать модами C и S , как это было сделано выше.

Реально моды $\text{TE}, \text{TM}, \text{HE}$ не вырождены, но уравнение (15) остается в силе, хотя условие (16) и не выполняется. Это приводит к уменьшению расщепления и искажению самих мод. Однако качественный эффект пере-

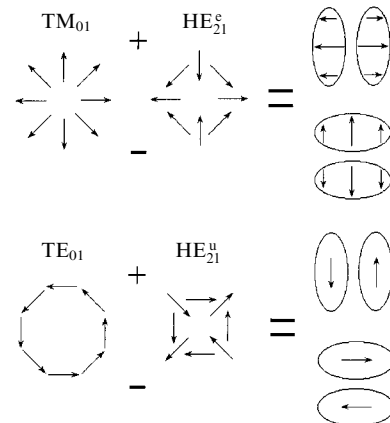


Рис.2. Разложение мод изогнутого волновода по модам прямого.

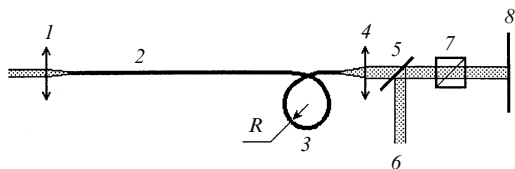


Рис.3. Схема экспериментальной установки: 1, 4 – собирающие линзы; 2 – длинный участок волокна до петли 3; 5 – полупрозрачная пластинка; 6 – опорный пучок; 7 – поляризатор; 8 – экран.

ключения знака дислокации из-за изменения фазовых скоростей мод остается прежним, а оценка $\Delta\beta$ по формуле (17) дает результат, близкий к экспериментальному.

3. Эксперимент

Для демонстрации эффекта изменения знака дислокации использовалась интерференционная схема, показанная на рис.3. Линейно поляризованный лазерный пучок, фокусируясь линзой 1, попадает в волоконный световод, проходит через длинный (~ 1 м) участок 2, петлю 3 и выходит из волокна. Далее, собранный линзой 4, он смешивается с плоской опорной волной 6 на разделительной пластинке 5. Интерференция этих двух пучков наблюдается на экране 8. Она необходима для того, чтобы определить наличие дислокации в сигнальном пучке, а также смену ее знака. При отсутствии дислокации на экране наблюдается чередование темных и светлых полос (рис.4, а). Если же в сигнальном пучке есть дислокация, то количество полос до и после нее различно, причем для дислокаций разных знаков картинка «переворачивается» (рис.4, б и в). Переменной величиной в эксперименте является радиус R петли 3. При уменьшении R участок световода 2 деформируется слабо из-за большой его длины, поэтому влияние его деформации на выходное поле будет тоже мало по сравнению с влиянием деформации петли 3.

Для этой схемы длина изогнутой части $L = 2\pi R$, поэтому

$$\Delta\theta = \Delta\beta 2\pi R = \alpha/R, \quad (18)$$

где α – коэффициент пропорциональности.

В эксперименте изменялся радиус кривизны R петли 3 и отмечались моменты «переключения» знака дислокации. При изменении R с 1.5 до 4 см такое «переключение» происходило трижды, что соответствует коэффициенту $\alpha \sim 20$ см. Примерно это же значение получится, если в выражение (18) подставить $\Delta\beta$ из (17).

Для наблюдения дислокации необходимо избавиться от M_0 -моды. С этой целью выходной поляризатор 7 настраивался так, чтобы он был перпендикулярен поляризации входного излучения. В результате этого удава-

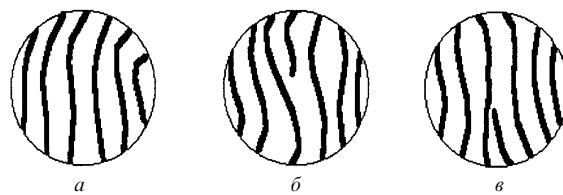


Рис.4. Интерференционные картины в отсутствие (а) и в присутствии (б, в) дислокаций разных знаков.

лось значительно снизить интенсивность моды M_0 на выходе, однако она продолжала влиять на интерференционную картинку, наблюдаемую на экране 8. В результате дислокация находилась не в центре, а двигалась вокруг него при изгибе световода. Причем направление вращения было разным для дислокаций разных знаков, а частота вращения несколько превышала частоту смены знака дислокации. Это означает, что фаза $\Lambda(R, L)$ из формулы (10) зависит от изгиба сильнее, чем $\Delta\theta$.

Таким образом, предложен и реализован метод контролируемого получения дислокаций волнового фронта, как круговых обоих знаков, так и линейной.

Автор признателен Б.Я.Зельдовичу за плодотворное обсуждение темы данной работы.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 93-02-15546).

1. Arecchi F.T. et al. *Phys. Rev. Letts*, **67**, 3749 (1991).
2. Зельдович Б.Я., Пилипенский Н.Ф., Шкунов В.В. *Обращение волнового фронта* (М., Наука, 1985).
3. Basistiy I.V., Vazhenov V.Yu., Soskin M.S. *Optics Comms*, **103**, 422 (1993).
4. Даршг М.Я., Зельдович Б.Я., Катаевская И.В., Кундикова Н.Д. *ЖЭТФ*, **107**, 1464 (1995).
5. Miyagi M. *Appl. Optics*, **20**, 1221 (1981).
6. Marcuse D. *IEEE J. Quantum Electron.*, **29**, 2957 (1993).
7. Снайдер А., Лав Дж. *Теория оптических волокон* (М., Радио и связь, 1987).
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика* (М., Наука, 1989).

М.А.Болштыанский. Phenomenon of switching of the sign of a wavefront dislocation in a bent few-mode optical fibre.

Switching of the sign of a wavefront dislocation as a result of bending of a few-mode optical fibre is predicted and confirmed experimentally. The switching effect is based on the dependence of the phase velocities of the modes in a fibre on its bending. Mode interference at the fibre output creates a wavefront dislocation with parameters which can be controlled by the fibre shape. An increase in the fibre curvature transforms a linear dislocation into a circular one with a specific sign, back into a linear one, then into a circular one with the opposite sign, etc. The frequency of alternation of the dislocation sign, resulting from the change in the bending radius, is shown to agree with theoretical estimates.