ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
Том III И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ *Выпуск 3*
1958

КРИТИКА и БИБЛИОГРАФИЯ

Р. Балльё. Теория вероятностей и статистический анализ (элементы) (R. Ballieu, Calcul des probabilites et analyse statistique (éléments)), Louvain, Librairie Universitaire, 1957, 225, стр. 1, литограф., (франц.).

Книга представляет собой введение в теорию вероятностей и математическую статистику. Материал отобран весьма экономно. Главы, посвященные теории вероятностей (1—6), содержат, по существу, лишь сведения, необходимые для объяснения классических задач математической статистики (глава 7). Почти все примеры связаны с распределениями выборочных характеристик. Из предельных теорем приведены лишь теоремы Бернулли, Лапласа и Пуассона. Понятие характеристической функции отсутствует. Этим книга Балльё отличается от общеизвестных советских учебников и лекционных курсов, в которых всегда заметное место занимают предельные теоремы, случайные процессы и т. п. Вместе с тем, автором подробно разобраны вопросы, касающиеся многомерных распределений, в частности, нормальных распределений, которым посвящена отдельная глава. Изложение весьма четкое, вполне доступное для читателей, знакомых с основами анализа и линейной алгебры. Все существенные выводы подчеркнуты в тексте. Книгу в целом можно рассматривать как хороший конспект лекций и она, бесспорно, будет полезна тому кругу читателей, на который она рассчитана. По главам содержание распределено следующим образом:

Основные теоремы элементарной теории вероятности, случайные величины и их распределения, биномиальные вероятности, пуассоновское и нормальное приближение к ним, теорема Бернулли (главы 1—3). Многомерные распределения, техника действия с плотностями, корреляция и регрессия (главы 4, 5). Многомерные нормальные распределения, распределения квадратичных форм и отношений квадратичных форм от нормально распределенных случайных величин (глава 6). Общий обзор методов математической статистики (оценки, доверительные интервалы, критерии значимости). Доверительные интервалы для параметров нормального распределения, теория линейной к полиномиальной регрессии (глава 7).

Ю. В. Прохоров

Г. Рихтер. Теория вероятностей (H. Richter, Wahrscheinlichkeitstheorie), Berlin, Springer, 1956, 435 стр. (немецк.)

Книга вышла под номером 86 в известной серии «Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen».

Автор, как указывается во введении, ставил себе целью дать немецкому читателю руководство, изучение которого представляло бы основу для овладения различными областями современной теории вероятностей. Формально предполагается только знание анализа и линейной алгебры в объеме университетских программ, но требуется довольно высокий уровень развития математического мышления. В остальном книга построена как замкнутое целое. Теория меры и интегрирования, лежащая в основе современной теории вероятностей, излагается сжато, но со всеми доказательствами и в высшей степени отчетливо. Это последнее качество, кстати говоря, присуще и всей книге в целом и составляет одну из привлекательных ее сторон.

Собственно вероятностная часть по содержанию примерно соответствует известной монографии А. Н. Колмогорова «Основные понятия теории вероятностей» (ОНТИ 1936) плюс изложение теории характеристических функций, свойств наиболее интересных для приложений распределений и центральной предельной теоремы. Теория случайных процессов совсем не затрагивается, хотя необходимый математический аппарат, в форме распределений в бесконечных произведениях пространств, развивается.

Более подробно содержание книги можно охарактеризовать следующим образом.

Главы I (Теоретико-множественные основания) и IV (Элементы теории интегрирования) дают изложение абстрактной теории меры и интегрирования (включая теоремы о продолжении меры, Радона—Никодима, Колмогорова о мерах в бесконечных произведениях пространств). В качестве интересных особенностей следует отметить такие: а) процесс продолжения меры m осуществляется посредством «пополнения» метрического пространства, образованного множествами, на которых мера m первоначально была определена, с расстоянием $\rho(A, B)$, равным мере «симметрической разности» множеств A и B: $\rho(A, B) = m\{(A \setminus B) \cup (B \setminus A)\}$; б) доказательство теоремы Радона — Никодима, исходящее из того, что плотность f меры μ' по отношению к мере μ (или ее произведение на постоянный множитель) максимизирует функционал $q(h) = \|h\|^{-1}. \int h d\mu'$.

Главы II (Понятие вероятности) и III (Элементы теории вероятностей), занимающие по объему четверть книги (более ста страниц) представляются, в сравнении с другими частями книги, несколько растянутыми.

Глава V (Случайные величины на общих вероятностных полях) наряду с такими вопросами, как техника действия с плотностями, характеристические функции и сходимость распределений, содержит и более трудную теорию условных распределений и условных математических ожиданий. Здесь можно отметить, что при выводе теорем об однозначности и непрерывности соответствия между распределениями и характеристическими функциями систематически используется соотношение

$$\int C(x)\, dF_{\xi}(x) = \int c(t) f_{\xi}(t)\, dt,$$

где $C(x)$ — функция с абсолютно интегрируемым преобразованием Фурье

$$C(x) = \int e^{itx} c(t)\, dt,$$

а F_{ξ} и f_{ξ} — функция распределения и характеристическая функция случайной величины ξ. Это делает все изложение, по существу, более прозрачным (между прочим, это особенно ясно можно увидеть из недавней книги Бохнера) (Bochner S. Harmonic analysis and the theory of Probability, 1955).

Глава VI (Специальные распределения вероятностей) описывает наиболее употребительные распределения, включая распределения χ^2, Стьюдента (с многомерным обобщением, принадлежащим Хотеллингу) и F — закон Фишера.

Параграф, посвященный нормальному распределению, содержит, наряду с элементарными фактами, доказательство известной теоремы Крамера о разложении нормального закона и изложение результатов ленинградского математика В. Скитовича о характеризации нормального распределения условием независимости линейных форм.

В главе VII (Сходимость случайных величин) помещено как изложение в общем случае закономерностей, подобных принципу 0—1, простому и усиленному закону больших чисел, центральной предельной теореме, так и детальное изучение схемы Бернулли, включая доказательство закона повторного логарифма для этого случая. Каждый параграф книги заканчивается некоторым количеством довольно удачно подобранных задач.

Книгу нельзя рекомендовать в качестве первоначального учебника теории вероятностей, но она может быть полезна читателям (скажем, студентам — математикам старших курсов или аспирантам), уже изучавшим теорию вероятностей и желающим познакомиться с логически законченным изложением основ теории. Построение книги, как замкнутого целого, наличие в ней подробно проведенных доказательств и методически весьма продуманное расположение материала делают ее особенно пригодной для этой цели.

Ю. В. Прохоров