

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Л. Хомкин, Об электропроводности плазмы  
аргона и ксенона,  
*ТВТ*, 1974, том 12, выпуск 4, 879–881

<https://www.mathnet.ru/tvt7405>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.175

14 мая 2025 г., 02:01:50



## ОБ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПЛАЗМЫ АРГОНА И КСЕНОНА

А. Л. Хомкин

Появившиеся в последнее время экспериментальные данные [1–3] по электропроводности плазмы аргона и ксенона в диапазоне температур 10 000–15 000° К и концентраций заряженных частиц  $10^{16}$ – $10^{18}$  см<sup>-3</sup> заметно отклоняются от ожидаемых теоретических значений.

В работе [1] проводилось сопоставление с электропроводностью, вычисленной по формуле Спитцера [4]. Столкновения с атомами не учитывались, хотя, как показано в работе [5], их учет уменьшает расхождение теории и эксперимента до 20–30%. Условия эксперимента соответствовали величине кулоновского логарифма  $\Lambda_S = 3,4 \div 4,3$ . В. М. Батенин, П. В. Минаев [2] сопоставляют свои измерения с теорией Кихары и Аоно [6, 7],  $\Lambda_S = 3,4 \div 4,3$ . Авторы работы [3] использовали для расчета формулы Фридрихса и Ширмера [8], в которых приближенно учитываются электрон-электронные соударения,  $\Lambda_S = 2,8 \div 2,6$ .

Имеющиеся в настоящее время достаточно точные и корректные расчеты электропроводности плазмы инертных газов [9, 10] не позволяют для большинства из рассматриваемых экспериментальных значений электропроводности выяснить роль электрон-атомных столкновений. Действительно, Девото [9] вычислил электропроводность плазмы аргона лишь для некоторых давлений  $\leq 2,5$  атм и плазмы ксенона для 0,01; 0,1; 1; 10 атм, в то время как рассматриваются эксперименты для давлений 1–20 атм. Нигаи [10] при расчете электропроводности вариационным методом ограничился фиксированным значением кулоновского логарифма  $\Lambda_S = 10$  для электрон-ионного сечения, в то время как рассматриваемым экспериментам соответствует величина  $\Lambda_S \cong 4,3 \div 2,6$ .

Разнообразие используемых теорий и учитываемых в них факторов затрудняет однозначную интерпретацию этих экспериментальных данных. Поэтому представляет интерес обработать их по одинаковой методике, учитывающей наиболее существенные процессы. В предлагаемой работе для расчета электропроводности используется интерполяционная формула (типа формулы Фроста [11]), точность которой обсуждается ниже. В пределе малой степени ионизации она дает лоренцовское решение уравнения Больцмана, в пределе же полной ионизации она переходит в одно из двух выражений для электропроводности полностью ионизованной плазмы, либо в формулу Спитцера

$$\sigma_S = \frac{3}{4\sqrt{2}\pi m_e \beta^3 e^2} \frac{1,9747}{\Lambda_S}, \quad (1)$$

$$\Lambda_S = \ln(3\sqrt{2}/\alpha)$$

либо в выражение, полученное Итикава [7] в рамках теории Кихары и Аоно [6] и Вильямсом и Де Виттом [13] в рамках теории Голда и Де Витта [12]

$$\sigma_K = \frac{3}{4\sqrt{2}\pi m_e \beta^3 e^2} \frac{1,955}{\Lambda_K},$$

$$\Lambda_K = \frac{[\ln(\sqrt{2}/\alpha)]^3 + 1,01[\ln(\sqrt{2}/\alpha)]^2 - 2,61[\ln(\sqrt{2}/\alpha)] - 0,91}{[\ln(\sqrt{2}/\alpha)]^2 + 0,343[\ln(\sqrt{2}/\alpha)] - 1,21}. \quad (2)$$

(В первом случае интерполяционная формула совпадает с формулой Фроста.)

В результате оказывается возможным единым образом обработать многочисленные экспериментальные данные, а также выяснить, в каком отношении с экспериментом находятся эти два выражения для электропроводности полностью ионизованной плазмы.

В (1), (2)  $m_e$  и  $e$  – масса и заряд электрона;  $n$  – концентрация свободных электронов;  $\beta$  – обратная температура;  $r_D = (8\pi\beta e^2 n)^{-1/2}$  – дебаевский радиус;  $\alpha = \beta e^2 / r_D$  – плазменный параметр.

Запишем, следуя Фросту, интерполяционную формулу для электропроводности

$$\sigma \sim n \int_0^{\infty} \frac{v^2}{n_a \sigma_{ea}(v) + c(\alpha) n \sigma_{ei}(v)} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv. \quad (3)$$

Здесь  $\sigma_{ea}$ ,  $\sigma_{ei}$  – транспортные сечения упругого рассеяния электрона на атоме и ионе;  $n_a$  – концентрация атомов;  $f_0$  – максвелловская функция распределения;  $c(\alpha)$  определяется из условий нормировки

$$\sigma|_{n_a=0} = \sigma_S \text{ или } \sigma_K. \quad (4)$$

Перепишем формулу (3), переходя к безразмерной переменной  $x = \beta m_e v^2 / 2$

$$\sigma \sim n \int_0^{\infty} \frac{x e^{-x}}{n_a \sigma_{ea}(x) + c(\alpha) n \sigma_{ei}(x)} dx, \quad (5)$$

при этом

$$\sigma_{ei}(x) = 4\pi a_0^2 (\beta Ry)^2 x^{-2}. \quad (6)$$

Множитель, связанный с кулоновским логарифмом, включим в  $c(\alpha)$ .

Для  $\sigma_{ea}(x)$  воспользуемся данными, приведенными в [14], которые для электронов с энергиями от 0,5 до 8 эв с точностью 10% хорошо аппроксимируются прямыми

$$\sigma_{e, Ar}(x) = 4\pi a_0^2 (5,8x / \beta Ry), \quad (7)$$

$$\sigma_{e, Xe}(x) = 4\pi a_0^2 \left( \frac{27,2x}{\beta Ry} - 1,5 \right).$$

Используя условия нормировки (4) для плазмы аргона, получим

$$\sigma_{\Phi S} = \frac{\sigma_S}{6} \int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{1 + 5,8 (n_a/n) (\beta Ry)^3 c_S^{-1}(\alpha) x^3} dx, \quad (8)$$

где

$$c_S(\alpha) = 1,73 \Lambda_S.$$

Условию (4) можно удовлетворить, если определить

$$c_K(\alpha) = c_S(\alpha) \sigma_S / \sigma_K, \quad (9)$$

тогда

$$\sigma_{\Phi K} = \frac{\sigma_K}{6} \int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{1 + 5,8 (n_a/n) (\beta Ry)^3 c_K^{-1}(\alpha) x^3} dx. \quad (10)$$

Аналогично можно получить формулы для электропроводности плазмы ксенона. Для оценки точности интерполяционных формул выполнен расчет электропроводности плазмы аргона при 1 атм по формуле (8), который затем сравнивался с

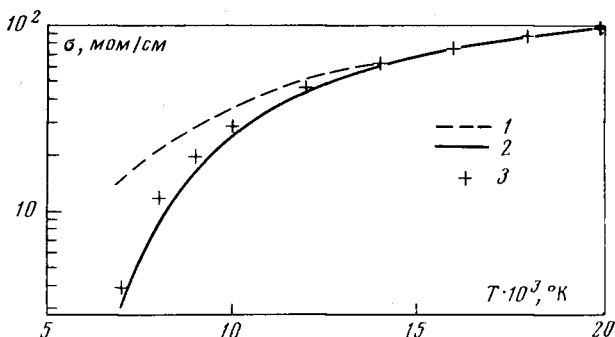


Рис. 1. Электропроводность плазмы аргона при 1 атм:  
1 — расчет по Спитцеру; 2 — результаты [9]; 3 — расчет по (8)

соответствующим расчетом Девото. Результаты представлены на рис. 1. Сравнение показывает, что формула (8) с достаточной точностью 10–20% учитывает вклад электрон-атомных столкновений, причем особенно важно, что имеющиеся отклонения от расчета Девото приводят лишь к занижению вклада электрон-атомных столкновений. Проведенное сравнение, на наш взгляд, позволяет для анализа роли электрон-атомных столкновений в рассматриваемых экспериментах использовать интерполяционные формулы.

Перейдем к обсуждению результатов. Для каждого экспериментального значения  $\sigma_e$ , соответствующего определенному набору  $n$ ,  $n_a$ ,  $\beta$ ,  $\Lambda_S$ , производился расчет по формулам (1), (2), (8), (10), в результате чего получались соответственно  $\sigma_S$ ,  $\sigma_K$ ,  $\sigma_{\Phi S}$ ,  $\sigma_{\Phi K}$ . Эти расчетные значения  $\sigma_T$  относились к экспериментальному  $\sigma_e$ . Полученные отношения  $\sigma_S/\sigma_e$ ,  $\sigma_K/\sigma_e$ ,  $\sigma_{\Phi S}/\sigma_e$ ,  $\sigma_{\Phi K}/\sigma_e$  откладывались на графиках в виде точек при соответствующем значении  $\Lambda_S$ .

На рис. 2 и 3 представлены данные для плазмы аргона и ксенона; на рис. 2, а и 3, а — величины  $\sigma_{\Phi S}/\sigma_a$  (светлые точки) и  $\sigma_{\Phi K}/\sigma_a$  (темные точки); на рис. 2, б и 3, б — величины  $\sigma_S/\sigma_a$  (светлые точки) и  $\sigma_K/\sigma_a$  (темные точки).

Следует отметить, что во всех рассматриваемых экспериментах существенную роль играют электрон-атомные столкновения, которые приблизительно в два раза снижают величину отклонения электропроводности, рассчитанную по той или иной формуле, для полностью ионизованной плазмы. Это видно при сравнении рис. 2, 3а и 2, 3б.

При  $\Lambda_S > 3,5$  (рис. 2, а) отклонения от теории составляют 10–20% при ошибке эксперимента 10%, причем более удовлетворительным представляется расчет по  $\sigma_{\Phi K}$ .

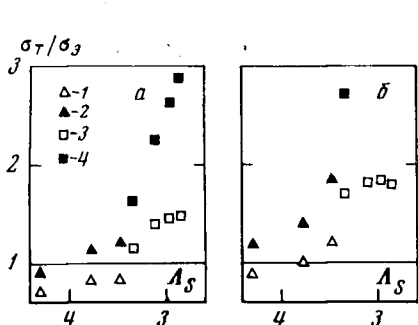


Рис. 2

Рис. 2. Плазма аргона.

а: 1, 3 — отношение расчета по  $\sigma_{\Phi S}$  к результатам [1, 2]; 2, 4 — расчет по  $\sigma_{\Phi K}$  к результатам [1, 2]; б: 1, 3 — расчет по  $\sigma_S$  к результатам [1, 2]; 2, 4 — расчет по  $\sigma_K$  к результатам [1, 2]

Рис. 3. Плазма ксенона.

а: 1, 3 — отношение расчета по  $\sigma_{\Phi S}$  к результатам [1, 3]; 2, 4 — расчет по  $\sigma_{\Phi K}$  к результатам [1, 3]; б: 1, 3 — расчет по  $\sigma_S$  к результатам [1, 3]; 2 — расчет по  $\sigma_K$  к результатам [1]

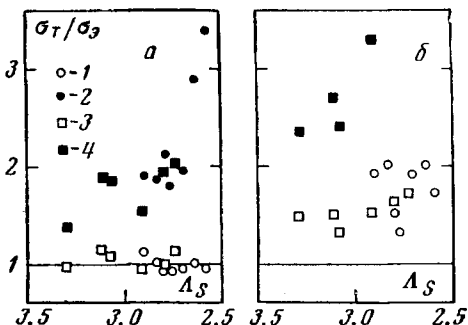


Рис. 3

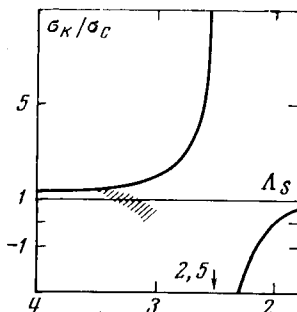


Рис. 4

При  $\Lambda_S < 3,5$  ближе к эксперименту оказывается расчет по  $\sigma_{\Phi S}$ . Для аргона отклонения составляют 40%, для ксенона 20%. Разная для аргона и ксенона величина отклонения связана с различием транспортных сечений рассеяния на них электронов. Для ксенона оно в несколько раз больше, чем для аргона.

Значительное отклонение  $\sigma_{\Phi K}$  от экспериментальных значений в области  $\Lambda_S < 3,5$  может служить указанием на несправедливость существующих теорий [6, 12] электропроводности полностью ионизованной плазмы. На самом деле это связано с ограниченной областью применимости приближенных решений [7, 13], полученных в рамках этих теорий. Действительно, из рис. 3, на котором нанесена величина  $\sigma_K/\sigma_a$ , в зависимости от  $\Lambda_S$  видно, что  $\sigma_K$  имеет нефизическую особенность при  $\Lambda_S \sim 2,5$ , которая связана с использованием конечного числа полиномов Сонина при решении кинетического уравнения.

Построение в настоящее время теории электропроводности частично ионизованной плазмы, последовательно учитывающей электрон-атомные (тройные) столкновения, представляется весьма затруднительным, однако использование интерполяционной формулы в определенных условиях может оказаться полезным, если будет известна электропроводность заряженной подсистемы. Здесь для уточнения результатов, по-видимому, следует вычислять электропроводность из кинетического уравнения, учитывающего в первом приближении неидеальность плазмы [15].

Из результатов данной работы следует, что величина отношения электропроводности полностью ионизованной плазмы к спитчеровской при  $\Lambda_S < 3,5$ , будет лежать в заштрихованной области рис. 4.

Автор выражает глубокую благодарность В. С. Воробьеву за руководство и помощь в работе, В. М. Батенину и П. В. Мигаеву за полезные обсуждения.