



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Леон А. Петросян, Елена М. Парилина, Математическая теория игр в Санкт-Петербургском государственном университете,
МТИП, 2024, том 16, выпуск 1, 3–11

<https://www.mathnet.ru/mgta338>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.86

13 мая 2025 г., 16:13:04



УДК 519.837

ББК 22.18

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИГР В САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

ЛЕОН А. ПЕТРОСЯН

ЕЛЕНА М. ПАРИЛИНА

Санкт-Петербургский государственный университет
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9
e-mail: l.petrosyan@spbu.ru, e.parilina@spbu.ru

Статья посвящается 300-ой годовщине Санкт-Петербургского
Государственного Университета.

Ключевые слова: теория игр, СПбГУ.

Интерес к задачам конфликтного управления в отечественной науке наблюдается с конца 50-х годов. Именно в это время в Вестнике ЛГУ (СПбГУ) была опубликована первая в СССР научная работа выпускника Ленинградского (Санкт-Петербургского) университета Николая Николаевича Воробьева: «Контролируемые процессы и теория игр». Примерно тогда же им был организован научный семинар по теории игр, который в течение долгого времени был единственным в стране центром развития этого направления прикладной математики. В работе семинара принимали активное участие выпускники математико-механического факультета ЛГУ О.Н. Бондарева, Л.А. Петросян, И.В. Романовский, Е.Б. Яновская и др. Большинство участников семинара обучались в аспирантуре в ЛГУ под научным руководством Н.Н. Воробьева. Следует отметить, что среди

них были и представители союзных республик (Грузия, Армения, Литва), а также ГДР, Китая, КНДР и др. На семинаре еженедельно выступали студенты старших курсов, аспиранты и сотрудники математико-механического факультета ЛГУ с докладами по тематике, связанной с математической теорией игр (математической теории управления в условиях конфликта и противодействия). Здесь проходили апробацию доклады, представляемые на всесоюзные конференции и диссертационные исследования в указанной области науки. По инициативе в то время младшего научного сотрудника математико-механического факультета ЛГУ Л.А. Петросяна, в ноябре 1968 года в Ереване состоялась «Первая Всесоюзная конференция по теории игр». В ней приняли участие более сотни ученых со всех концов нашей страны. Однако наибольшее количество докладов было сделано выпускниками и сотрудниками нашего университета.

Важнейшей проблемой общей теории игр является проблема выработки приемлемого принципа оптимальности, его математическая формализация, доказательство существования и поиск алгоритмов его нахождения. Серьезное продвижение в этой области теории игр было осуществлено сотрудниками математико-механического факультета СПбГУ (ЛГУ). Здесь следует отметить основополагающие работы О.Н. Бондаревой и ее учеников А.А. Аракеяна, В.Б. Вилкова, Т.Е. Кулаковской, Н.И. Наумовой, Н.С. Соколиной, а также касающиеся смежных вопросов работы Л.М. Брегмана, И.В. Романовского, А.Б. Хмельницкой.

С точки зрения приложений наибольший интерес представляют так называемые дифференциальные или динамические игры, которые являются математическими моделями конфликтных процессов, развивающихся во времени. Первая кандидатская диссертация в СССР, посвященная специальному классу дифференциальных игр – играм преследования, была защищена тогда еще аспирантом математико-механического факультета ЛГУ Л.А. Петросяном под научным руководством Н.Н. Воробьева. Исследования в этой области теории игр начали бурно развиваться в нашей стране после Математического Конгресса 1966 года, прошедшего в Москве. Об актуальности этого направления говорит и то обстоятельство, что ученые из ведущих научных школ России активно занимались проблематикой

дифференциальных игр. Это в первую очередь научные школы академика Л.С. Понтрягина в Москве и академика Н.Н. Красовского в Екатеринбурге. Эти исследования касались так называемых антагонистических дифференциальных игр с двумя участниками (игроками) типа преследования и перехвата подвижных объектов. В СПбГУ для задач такого типа был обоснован принцип инвариантного прицеливания в регулярном случае, выяснена структура оптимального решения и предложены итеративные процедуры нахождения решения в общем случае. Также выполнен цикл работ, посвященный задачам оптимального управления при наличии неопределенности, включающий работы по конфликтному управлению в общих динамических системах, системах с фазовыми ограничениями, системах с распределенными параметрами, импульсно-управляемых системах, а также в конкретных задачах «простого преследования», где удалось найти решение в явной аналитической форме (игра преследования «с линией жизни», игра преследования в полуплоскости, игра нескольких преследователей и одного преследуемого, а также неантагонистическая игра одного преследователя и нескольких убегающих). Впервые доказана оптимальность стратегии параллельного сближения в игре «с линией жизни», которая имеет большое значение в задачах типа «защита объекта». Здесь следует отметить работы сотрудников и аспирантов СПбГУ: Варламовой А.Г., Воробьева Н.Н. (младшего), Дуткевича Ю.Г., Имберта Т.Х., Ковшова А.М., Малафеева О.А., Микаеляна О.С., Мурзова Н.В., Панкратовой Я.Б., Пермякова Г.П., Петрова Н.Н., Петросяна Л.А., Рихсиева Б.Б., Скитовича В.В., Тарашниной С.И., Ткаченко Г.Г., Томского Г.В., Хачатряна Р.В., Чистякова С.В., Ширяева В.Д., Яшиной М.В.

Другим важным направлением являются неантагонистические динамические и дифференциальные игры. Особенностью этого класса задач является наличие различных подходов к определению оптимальности: это классические равновесия или равновесия по Нэшу и принципы оптимальности, основанные на предположении кооперации игроков: ядро, НМ-решение, вектор Шепли и др. Нашими учеными еще в 60-х годах впервые было показано, что непосредственный перенос кооперативных принципов оптимальности со статического на динамический случай невозможен из-за потери свойства динами-

ческой устойчивости или состоятельности во времени практически всех принципов оптимальности кооперативной теории. Именно поэтому была поставлена и исследована задача построения математически корректной теории управления многокритериальными системами (неантагонистические дифференциальные игры), основанной на регуляризации принципов оптимальности, обеспечивающих динамическую устойчивость (состоятельность во времени) процесса развития сложной системы, описываемой дифференциальными уравнениями и общими динамическими системами. Эта теория содержит строгие постановки типичных задач, условия их регуляризации, способы построения искомого управления, в ней изучены вопросы корректности и реализуемости найденных решений. Полученные результаты позволяют исследовать конфликтные системы управления различного уровня сложности (двухуровневые, многоуровневые, древовидные, ромбовидные и т.п.), сформулировать методологические подходы к анализу систем управления в разнообразных областях деятельности (экономике, экологии, энергетике, политологии и т.д.). Сюда примыкают работы Белицкой Н.В., Васецова А.В., Вознюк С.Н., Гао Х., Грауер Л.В., Губар (Корниенко) Е.А., Данилова Н.Н., Егиазаровой Э.В., Егоровой А.А., Еськовой В.А., Захарова В.В., Калабутина Н.В., Костюнина С.Ю., Кузютина Д.В., Малафеева О.А., Мамкиной С.И., Марковкина М.В., Мишечкина В.В., Павловой Ю.Н., Парилиной Е.М., Петросяна Л.А., Петросяна О.Л., Прокопьева В.А., Седакова А.А., Ткаченко Г.Г., Томского Г.В., Тур А.В., Уланова В.А., Чистякова С.В., Шевкопляс Е.В., Яковлева В.И.

Авангардный характер носит теория конфликтно - управляемых процессов с неполной информацией (дифференциальных игр с неполной информацией, не сводимых к процессам с полной информацией). Впервые доказана необходимость исследования смешанных стратегий для достижения равновесия в таких дифференциальных играх. Обоснован метод выбора случайных управляющих воздействий и построены решения типичных классов задач с запаздыванием информации. Выделен специальный класс игр – игры поиска, который исследован при различных предположениях об априорной информированности участников, включая случаи дифференциальных игр.

Полученные результаты явились теоретической основой ряда прикладных работ по разработке теоретико-игровых методов поиска и слежения за подвижными объектами, Сюда примыкают работы Гарнаева А.Ю., Гарнаевой Г.Ю., Зенкевича Н.А., Ключина Я.Г., Коха А.А., Местникова С.В., Мирахмедовой И.О., Оглоблина В.Л., Петросяна Л.А., Слободинской Т.В., Слобожанина Н.М., Хачатряна Р.В., Яшиной М.В.

Приложениям математической теории игр посвящены научные работы Бабаева В.А., Березинец И.В., Гандиляна В.В., Губар (Корниенко) Е.А., Захарова В.В., Зятчина А.В., Ишхановой М.В., Козловской М.В., Культиной М.В., Ли Инь, Мельник А.В., Петросяна Л.А., Парилиной Е.М., Родригес Рамон, Савищенко Н.И., Седакова А.А., Сунь Пин, Сухотиной М.А., Цветковой Г.В., Юрген Грунда.

Стоит отметить тесное сотрудничество в области теории игр научных школ СПбГУ и Института прикладных математических исследований КарНЦ РАН (г. Петрозаводск), руководителем которого является выпускник СПбГУ Мазалов В.В. Им и его учениками (часть из которых защитила кандидатские и/или докторские диссертации в СПбГУ: Винниченко С.В., Забелин А.А., Ивашко Е.Е., Ковалев С.В., Кондратьев А.Ю., Кочетов Э.А., Панова С.В., Реттиева А.Н., Фалько А.А., Фалько И.А., Чуйко Ю.В.) был исследован широкий класс динамических и эволюционных игр, возникающих в задачах экологии поведения животных, разработаны методы нахождения равновесия в таких играх и принципиально новый подход управления биологическими популяциями на основе выделения охраняемой территории. В настоящее время сотрудниками института ведется активная работа по нахождению новых теоретико-игровых методов в задачах анализа структуры информационно-коммуникационных систем, включая транспортные и социальные сети.

В 2000 году в СПбГУ был организован «Центр теории игр» и еще через несколько лет появилась кафедра «Математической теории игр и статистических решений». Руководителем центра был назначен Л.А. Петросян и со-руководителем Д.В.К. Янг (профессор Гонконгского университета). Заведующим кафедрой «Математической теории игр и статистических решений» был избран декан факультета прикладной математики-процессов управления СПбГУ Л.А. Петро-

сян. В 2002-ом году в СПбГУ прошел «10-ый Международный симпозиум по динамическим играм» и «Международный конгресс математиков» в Китае. Ученые СПбГУ совместно с их коллегами из университета г. Циндао (Китай) организовали сателлитную международную конференцию по теории игр. На этой конференции с пленарными докладами выступили нобелевские лауреаты Джон Нэш и Райнард Зельтен, а также будущие нобелевские лауреаты Ллойд Шепли и Роберт Ауманн. Центр теории игр и кафедра математической теории игр и статистических решений активно сотрудничает с другими подразделениями СПбГУ в частности со школой менеджмента. Совместно с ней, начиная с 2007 года, в СПбГУ ежегодно проводится международная конференция «Теория игр и менеджмент», на которой в качестве пленарных докладчиков выступали практически все известные в мире специалисты в области теории игр, включая шесть нобелевских лауреатов (Джон Нэш, Райнард Зельтен, Эрик Маскин, Финн Кидланд, Роберт Ауманн (выступал дважды), Роджер Майерсон). В 2022 году в СПбГУ прошла международная конференция по теории игр, сателлитная к Международному конгрессу математиков 2022 года.

Центр теории игр СПбГУ курирует издание периодических ежеквартальных научных журналов «Математическая теория игр» и «International Game Theory Review», а также периодического ежегодника «Contributions to Game Theory and Management».

Всего по тематике математической теории игр сотрудниками и аспирантами СПбГУ опубликовано около 1500 работ в высокорейтинговых журналах, около сотни монографий и учебных пособий на русском, английском и китайском языках. Дважды президентами Международного общества динамических игр избирались сотрудники или выпускники СПбГУ. За выдающийся вклад в развитие теории дифференциальных игр Петросяну Л.А. присуждена премия имени Р. Айзекса – создателя теории дифференциальных игр. Из других российских ученых этой же премии удостоен академик РАН Н.Н. Красовский.

Книги и монографии, изданные специалистами в области математической теории игр СПбГУ:

1. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. Наука, 1984, 495 с.
2. Воробьев Н.Н. Теория игр для экономистов – кибернетиков, М. Наука, 1985, 271с.
3. Зенкевич Н.А., Петросян Л.А., Янг Д.В.К. Динамические игры и их приложения в менеджменте, 2009, Изд. СПбГУ, 2009, 416 с.
4. Колокольцов В.Н., Малафеев О.А. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации (Теория игр для всех). Изд-во «Лань», 2012, 624 с.
5. Мазалов В.В. Математическая теория игр и ее приложения. Изд-во «Лань», 2010, 496 с.
6. Мазалов В.В., Менчер А.Э., Токарева Ю.С. Переговоры. Математическая теория. Изд-во «Лань», 2012, 302 с.
7. Мазалов В.В., Чиркова Ю.В. Сетевые игры. Изд-во «Лань», 2018, 315 с.
8. Наумова Н.И. Вектор Шепли и его обобщения, Изд-во ВВМ, 2017, 60 с.
9. Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования, Изд. ЛГУ, 1977, 222с.
10. Петросян Л.А., Захаров В.В. Введение в математическую экологию, Изд. ЛГУ, 1986, 224 с.
11. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр, Высшая школа, 1998, 304 с.
12. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Шевкопляс Е.В. Теория игр, БХВ-Петербург, 2012,430с.
13. Петросян Л.А., Кузютин Д.В. Игры в развернутой форме. Оптимальность и устойчивость, Изд. СПбГУ, 2000,292 с.

14. Петросян Л.А., Рихсиев Б.Б. Преследование на плоскости, Наука, 1991, 96 с.
15. Петросян Л.А., Томский Г.В. Динамические игры и их приложения, Изд. ЛГУ, 1982, 252 с.
16. Петросян Л.А., Томский Г.В. Геометрия простого преследования, Наука, 1983, 144 с.
17. Gao H., Petrosyan L.A. Game Theory, China Science Press, 2009, 406 p. (in Chinese).
18. Parilina E.M., Reddy P.V., Zaccour G. Theory and Applications of Dynamic Games: A Course on Noncooperative and Cooperative Games Played over Event Trees, Springer, 2022, 259 p.
19. Petrosyan L.A., Zenkevich N.A, Game Theory, World Scientific, 2016, 564 p.
20. Yeung D.W.K., Petrosyan L.A. Cooperative Stochastic Differential Games, Springer, 2006, 244 p.
21. Yeung D.W.K., Petrosyan L.A., Lee M.C.C. Dynamic Cooperation: A Paradigm on the Cutting – edge of Game Theory, 2007, 270 p. (in Chinese).
22. Yeung D.W.K., Petrosyan L.A. Subgame Consistent Economic Optimization, Birkhauser, 2010, 396 p.
23. Yeung D.W.K., Petrosyan L.A., Subgame Consistent Cooperation, Springer, 2016, 520 p.
24. Yeung D.W.K., Petrosyan L.A., Zhang Y., Cheung F. Best Scores Solution to the Catastrophe-Bound Environment, NOVA Sci Pbl., 2017, 190 p.
25. Yeung D.W.K., Petrosyan L.A. Dynamic Shapley Value and Dynamic Nash Bargaining, NOVA Sci Pbl., 2018, 226 p.
26. Yeung D.W.K., Petrosyan L.A. Durable-Strategies Dynamic Games, Springer, 2022, 300 p.

MATHEMATICAL GAME THEORY AT SAINT
PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Leon A. Petrosyan, Saint Petersburg State University, Dr.Sc.,
professor (l.petrosyan@spbu.ru),

Elena M. Parilina, Saint Petersburg State University, Dr.Sc.,
professor (e.parilina@spbu.ru).

Abstract: The article is dedicated to the 300th anniversary of St.
Petersburg State University.

Keywords: game theory, SPbU.