



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. В. Гольдштейн, Н. М. Осипенко, Механика разрушения льда и некоторые ее приложения, *Вестн. НГУ. Сер. матем., мех., информ.*, 2012, том 12, выпуск 4, 41–47

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.86

16 марта 2025 г., 03:10:22



Р. В. Гольдштейн, Н. М. Осипенко

МЕХАНИКА РАЗРУШЕНИЯ ЛЬДА И НЕКОТОРЫЕ ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ*

Представлена модель разрушения льда при сжатии на большой площади контакта, построенная на основе подходов механики разрушения. Основные положения модели основываются на гипотезе о существовании квазирегулярной структуры разрушения области контакта, в которой локальный очаг разрушения имеет возможность перемещаться по поверхности контакта (сканировать ее) в режиме, подобном движению трещины (трещина сжатия). Характер режима движения определяется условиями перемещения очага разрушения и выноса продуктов разрушения из зоны контакта.

Ключевые слова: разрушение, трещина, лед, сжатие, площадь контакта, вязкость.

Введение

Крупномасштабные ледовые массивы опасны для судоходства и работы морских сооружений. По ряду параметров взаимодействия такого рода уникальны. Площадь непосредственного контакта, сопровождающегося разрушением льда и элементов сооружения, может составлять десятки квадратных метров, скорость сближения льда и конструкции также значительна — до 0,1–1 м/с при массе плавающих ледовых образований 10^6 т и более. В такой ситуации получение эмпирических данных о закономерностях процесса разрушения в соответствующем масштабе становится трудоемким и дорогостоящим. Поэтому большое значение приобретает разработка соответствующих механико-математических моделей процессов. При их анализе оказываются полезными подходы, развитые в механике разрушения [1]. Другие задачи механики разрушения льда можно найти в работах [2–4]. К настоящему времени задачи обеспечения безопасности конструкций, работающих в условиях ледовых нагрузок, потребовали создания международного стандарта (ISO 19906) [5]. Тем не менее часть явлений разрушения остается малоизученной.

Развитие контактного разрушения сопровождается образованием специфической структуры промежуточного слоя и имеет пульсирующий характер [6]. Эта структура включает в себя области высокого локального давления, в которых лед непосредственно контактирует с поверхностью индентора, и области, заполненные подвижными продуктами разрушения, а также внешние периферические районы, служащие каналами для вывода (экструзии) продуктов разрушения [7; 8]. Максимальный уровень локального давления (более 20 МПа) значительно превышает прочность льда при одноосных нагрузках (порядка 5–7 МПа). Перемещение продуктов разрушения вдоль зоны контак-

* Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 20.

та свидетельствует о значительных внутренних напряжениях в этом слое, в том числе направленных вдоль поверхности контакта. Характерно, что в крупномасштабных экспериментах наблюдается высокая повторяемость взаимосвязи между средним давлением p (МПа) и площадью контакта при внедрении индентора, что говорит о высокой детерминированности процессов разрушения [9–11].

В пределах области контакта наблюдается комбинация нескольких механизмов разрушения и движения материала (см.: [2; 12; 13] и др.), основными из которых являются:

- 1) дробление льда в процессе разрушения и развитие микротрещин на границах областей высокого давления;
- 2) перетекание продуктов разрушения в области контакта;
- 3) развитие трещин-сколов, оконтуривающих внешнюю поверхность контакта;
- 4) экструзия продуктов разрушения из области контакта.

Модель разрушения

Сопrotивление ледяного массива внедрению индентора складывается из реакции со стороны областей высокого давления и областей, занятых подвижными продуктами разрушения. Согласно предыдущему, они имеют самовоспроизводящуюся конфигурацию, выраженную в рельефе поверхности льда, образующемся в области контакта. Таким образом, задача построения механизма ледового сопротивления сводится к описанию процессов развития структуры разрушения на поверхности контакта в условиях сжатия.

В каждый момент времени (или в каждом цикле локального нагружения) в области контакта находится один или несколько локальных выступов, причем по крайней мере в установившемся режиме разрушения их параметры (такие, как высота над средним уровнем поверхности контакта) близки. Можно предположить, что локальный очаг разрушения на контуре этих выступов перемещается по контактной поверхности, сохраняя в среднем свою интенсивность в качестве источника продуктов разрушения и воспроизводя форму. В таком случае при быстром сближении контактирующих тел, перемещение локального очага разрушения на контуре единичного выступа напоминает сканирование области контакта. Описанная схема разрушения качественно напоминает развитие трещиноподобных нарушений на контакте плавающей пластины ледяного покрова и протяженной преграды [2], а также появление вытянутых полостей (трещин сжатия), заполненных подвижными продуктами разрушения в сжатой пористой среде [14], где уменьшение объема продуктов разрушения происходит за счет их уплотнения или выноса. В случае контактного разрушения роль регулятора процесса играют условия удаления продуктов разрушения из области контакта.

Рассмотрим плоскую модель процесса. Вариант сечения области контакта, обеспечивающий воспроизведение рельефа поверхности и соответствующий предложенному сценарию, показан на рисунке. В концевых зонах отдельных полостей в обстановке концентрации напряжений происходят локальные акты дробления льда, причем поперечный размер концевых зон этих полостей h обусловлен механизмом локального разрушения и обладает признаками автономности. В противоположном конце кромка льда и поверхность преграды плавно смыкаются. Там на некотором расстоянии может реа-

лизоваться, как показано на рисунке, концевая зона следующего дефекта. Стрелками показано направление перемещения дефекта вдоль поверхности контакта. Воспроизведение рельефа поверхности по такой схеме происходит автоматически – после каждого акта локального разрушения дефект передвигается в сторону своей концевой зоны, а его длина стабилизируется активностью концевых зон соседних дефектов. Такой режим линейного сканирования не представляется единственно возможным. Например, можно предположить существование режимов движения по замкнутой круговой траектории в плоскости контакта или режимов с перескоками голубых зон при выкалывании элементов поверхностного слоя льда. Поскольку продольный размер дефекта много больше характерного поперечного размера частиц при локальном разрушении (или размера концевой зоны), дефект как концентратор напряжений можно уподобить трещине (трещина сжатия). Эффективная длина такой трещины l от очага разрушения до точки плавного смыкания берегов может быть оценена путем суперпозиции двух решений задач механики разрушения – задачи о расклинивании плоскости клином шириной h и задачи о деформировании плоскости с разрезом длиной $2l$ под действием однородного сжатия (σ_∞). Замыкает задачу условие о плавном смыкании берегов. Пользуясь известными решениями [1], можно записать соответственно

$$K_I(h) = \frac{hE}{2\sqrt{\pi l}(1-\mu^2)}, \quad K_I(\sigma_\infty) = -\Delta\sigma\sqrt{\pi l}, \quad \Delta\sigma = \sigma_\infty - p,$$

где σ_∞ – внешнее напряжение сжатия, p – величина противодействия со стороны продуктов разрушения, K_I – коэффициент интенсивности напряжений.

По условию плавного смыкания, полагая $K_I(h) + K_I(\sigma_\infty) = 0$, получим

$$2l = \frac{hE}{\pi(1-\mu^2)\Delta\sigma}.$$

Рассмотрим предельное равновесие трещины сжатия в характерных условиях накопления и выноса измельченных продуктов разрушения.

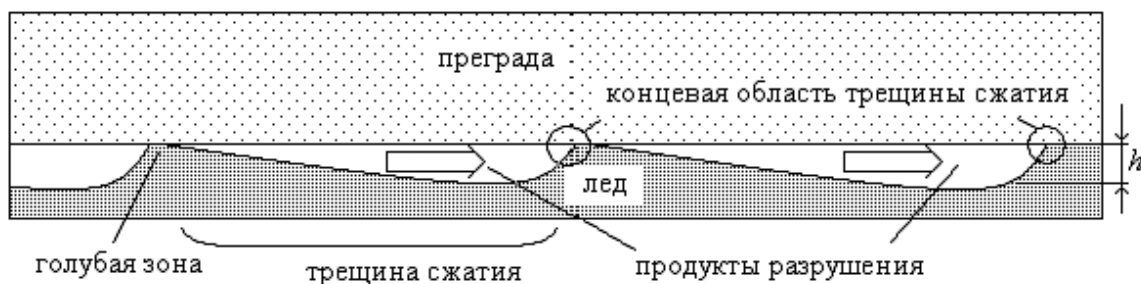


Схема сечения обширной области контакта

В замкнутой полости трещины сжатия выноса не происходит. При высоком давлении или когда становится возможным фазовый переход (плавление) льда, продукты разрушения в полости трещины могут сжиматься при смещении ее берегов, что обеспечивает концентрацию напряжений в концевой зоне. Среднее раскрытие трещины в упругой плоскости под действием однородного напряжения на ее берегах в данном ва-

рианте нагружения имеет вид [1]

$$\bar{u} = \frac{2}{l} \int_0^l u(x) dx = \frac{\pi \Delta \sigma}{E} (1 - \mu^2) l, \quad (1)$$

где l — полудлина трещины сжатия. Оценим вариант деформирования эффективной среды разрушенного материала как линейно упругой среды с модулем упругости E^* , причем $E^* < E$ в полости трещины сжатия. Тогда можно записать баланс объемов в виде

$$\bar{u} \sim \frac{p}{E^*} h_0,$$

h_0 — характерный размер, толщина слоя, охваченного процессом разрушения в концевой области, или, учитывая (1),

$$p \sim \frac{\pi \Delta \sigma (1 - \mu^2) l E^*}{E h_0}, \quad \Delta \sigma = \sigma_\infty \left(1 + \frac{E^*}{E} \frac{l}{h_0} \frac{\pi}{(1 - \mu^2)} \right)^{-1}. \quad (2)$$

Величина $\Delta \sigma$ уменьшается с увеличением длины трещины сжатия, а противодействие p возрастает. Определим коэффициент интенсивности напряжений для рассматриваемой схемы нагружения эффективной трещины, используя известное решение [1] для плоскости с однородно нагруженной трещиной:

$$K_I = \Delta \sigma \sqrt{\pi l} = \sigma_\infty \sqrt{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{(1 - \mu^2)} \frac{E^*}{E} \frac{l}{h_0} \right)^{-1}. \quad (3)$$

Поскольку внешнее напряжение $\sigma_\infty < 0$, величина K_I также отрицательна. Из (3) следует, что $K_I(l)$ — немонотонная функция. Ее максимум по модулю достигается при

$$l^* = \frac{(1 - \mu^2) E h_0}{\pi E^*}, \quad K_{I \max} = \frac{\sigma_\infty}{2} \sqrt{\frac{(1 - \mu^2) E h_0}{E^*}}. \quad (4)$$

Наблюдаемая самовоспроизводящаяся конфигурация поверхности льда дает основание предполагать существование автономности концевой области трещины сжатия и тем самым некоторого критического уровня коэффициента интенсивности напряжений, являющегося характеристикой материала при фиксированном типе нагружения и не меняющегося при подрастании трещины сжатия. При достижении критического уровня $K_{I \text{кр}}$ согласно критерию Ирвина [1] для начального дефекта размером $l_0 < l^*$ происходит страгивание трещины сжатия в неустойчивом режиме, т. е. перескок ее в положение l_1 на ниспадающей ветви функции (3). После этого для дальнейшего увеличения размеров трещины сжатия необходимо увеличить нагрузку. Заметим, что в рассматриваемом варианте, поскольку модули упругости льда и уплотненных продуктов разрушения не могут значительно различаться, из (4) следует, что размер l^* порядка h_0 . Следовательно, в условиях отсутствия выноса наиболее реальный вариант развития трещины сжатия материала — устойчивый режим, при котором для увеличения размера трещины сжатия необходимо увеличивать внешнюю нагрузку. При этом возрастает и давление в полости трещины.

Учтем возможность изменения объема материала при его разрушении в концевой области (v), а также существование начального свободного объема в области инициирования трещины сжатия (v_0). Введем коэффициент изменения объема при разрушении

среды в концевой области (коэффициент разрыхления):

$$k \sim v_k/v_n,$$

где v_k — объем в конечном (разрушенном) состоянии, v_n — объем в начальном состоянии. Таким образом, $k < 1$ соответствует ситуации уплотнения, в том числе при фазовом переходе, $k > 1$ — ситуации разрыхления. Баланс текущих объемов (площадей в плоской задаче) для трещины сжатия в упругом массиве можно представить в виде

$$h_0 l + v_0 = h_0 l k \left(1 - \frac{p}{E^*}\right) + \frac{\pi}{E} \Delta \sigma (1 - \mu^2) l^2, \quad (5)$$

где первое слагаемое в правой части описывает изменение объема в слое разрушенного материала, а второе — изменение объема полости трещины в результате прогиба ее берегов под действием нагрузки ($\Delta \sigma$). Из (1) и (5) получим

$$\Delta \sigma = \left(1 + \frac{v_0}{h_0 l} - k + \frac{k \sigma_\infty}{E^*}\right) \left(\frac{k}{E^*} + \frac{\pi(1 - \mu^2)l}{E h_0}\right)^{-1}. \quad (6)$$

В (5), (6) считается, что в силу автономности процесса разрушения в концевой области толщина слоя h_0 постоянна.

Легко видеть, что при $k = 1$ и $v_0 = 0$ (6) преобразуется в (2). Соответственно для прежней схемы однородного нагружения трещины сжатия получим аналогично (3)

$$K_I = \sqrt{\pi l} \left(1 + \frac{v_0}{h_0 l} - k + \frac{k \sigma_\infty}{E^*}\right) \left(\frac{k}{E^*} + \frac{\pi(1 - \mu^2)l}{E h_0}\right)^{-1}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что в зависимости от соотношения параметров характер развития трещины сжатия может быть различным.

Будем интересоваться вариантом сценария, при котором продукты разрушения имеют возможность вытекать из области высокого давления (в данном случае из полости трещины сжатия). Это соответствует второй фазе цикла разрушения — прорыву продуктов разрушения в область низкого давления и за пределы области контакта. В квазистационарном приближении свяжем параметр текущего свободного объема v_0 и расход при вытекании продуктов разрушения Q :

$$Q \approx \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dl} \frac{dl}{dt}.$$

Будем считать подвижные продукты разрушения вязкопластической средой с эффективными характеристиками динамической вязкости ν и предельного напряжения сдвига τ_0^* . Область низкого давления представим как канал постоянного сечения. Расход вязкопластической среды в нем под действием фиксированного перепада давления P имеет вид [15]

$$Q = \frac{2\tau_0 h^2}{3\nu} \left(\frac{hP}{\tau_0 L} - 1\right), \quad (8)$$

где L — длина канала, h — ширина канала (в общем случае $h \neq h_0$). Перепад давления в данном случае есть разница давления в полости трещины сжатия и вне области контакта, то есть $p = \sigma_\infty - \Delta \sigma$. Полученные соотношения замыкают задачу.

Поскольку на данном этапе анализа многие параметры рассматриваемого сценария остаются неопределенными, основную тенденцию развития трещины сжатия в условиях вытекания продуктов разрушения можно обнаружить при максимальном упрощении задачи. Будем считать в связи с этим, что изменение объема, вызванное деформированием берегов трещины, мало по сравнению с объемом удаляемых продуктов разрушения. Тогда из (6) получим

$$\Delta\sigma \approx \sigma_\infty + E^* \left(\frac{1}{k} + \frac{v_0}{kh_0l} - 1 \right). \quad (9)$$

Из (8) и (9) получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dv}{dl} \frac{dl}{dt} = \frac{2\tau_0 h^2}{3\nu} \left(\frac{hE^*}{\tau_0 L} \left(1 - \frac{1}{k} - \frac{v(l)}{h_0 l} \right) - 1 \right), \quad v(l_0) = 0,$$

где l_0 — начальный размер трещины сжатия. Его решение при фиксированной скорости движения трещины $dl/dt = u^*$ имеет вид

$$v = \frac{2h^2 h_0 (hE^* (1 - 1/k) - \tau_0 L)}{2h^3 E^* + 3h_0 \nu L u^*} \left(l - l_0 \left(\frac{l_0}{l} \right)^{\frac{2h^3 E^*}{3h_0 \nu L u^*}} \right).$$

Если $l_0 \ll l$, объем удаленных продуктов разрушения пропорционален длине трещины сжатия. Это определяет неустойчивый характер развития трещины сжатия в режиме выноса продуктов разрушения. В самом деле, определяя, как и ранее, коэффициент интенсивности напряжений для рассматриваемой схемы однородного нагружения эффективной трещины в плоскости, получим

$$K_I = \Delta\sigma \sqrt{\pi l} \approx \left(\sigma_\infty + \frac{E^*}{k} (1 + A - k) \right) \sqrt{\pi l}, \quad A = \frac{2h^2 (hE^* (1 - 1/k) - \tau_0 L)}{2h^3 E^* + 3h_0 \nu L u^*}.$$

Здесь, как и ранее, при сжатии коэффициент интенсивности напряжений — отрицательная величина.

Таким образом, режим с непрерывным истечением продуктов разрушения из области высокого давления характеризуется неустойчивым развитием очагов разрушения в виде трещин сжатия. При таком режиме управляющим процессом становится именно процесс истечения, поддерживающий давление в центральной части контакта за счет сопротивления истечению. Представляется, что такой режим наблюдается при взаимодействии ледового массива с индентором при высокой скорости относительного движения (согласно [6], это скорости порядка 10 мм/с и более). При меньших скоростях пульсирующий режим контактных нагрузок обеспечивается чередованием фаз устойчивого подрастания давления при накоплении продуктов разрушения в замкнутом объеме и неустойчивого движения очагов разрушения при истечении продуктов разрушения из области контакта.

Список литературы

1. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
2. Kujala P., Goldstein R. V., Osipenko N. M. A Ship in Compressive Ice – Analysis of the Ice Failure Process. Report M-165 by the Laboratory of Naval Architecture and Marine Engineering. Helsinki University of Technology. Espoo, 1990.

3. Goldstein R. V., Osipenko N. M., Tuhkuri J. Modeling of Edge Cracking and Flaking of Brittle Plates and Wedges. Helsinki University of Technology. Report M-216. Otaniemi, 1997.
4. Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. О модели разрушения льда при большой площади контакта // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2011. № 1. С. 137–153.
5. ISO 19906, Нефтяная и газовая промышленность — морские арктические сооружения, 2007.
6. Barerete P. et al. Laboratory-Scale Indentation of Ice. Report 4–81. Memorial University of Newfoundland, 2003.
7. Sinha N. K. Kinetics of Microcracking and Dilation in Polycrystalline Ice // IU-TAM/IAHR Symposium, “In Ice-Structure Interaction”, St. John’s, Canada, 1989. Springer-Verlag, 1991. P. 69–97.
8. Jordan I. J. Mechanics of Ice-Structure Interaction // Eng. Fracture Mechanics. 2001. Vol. 68. P. 1923–1960.
9. Daley C., Riska K. Conceptual Framework for an Ice Load Model / PERD, National Energy Board. Calgary, 1995.
10. Yue Q., Bi X., Zhang X., Karna T. Dynamic Ice Forces Caused by Crushing Failure // Proc. 16 IAHR Int. Symp. on Ice. Dunedin, New Zealand, 2002. P. 134–141.
11. Daley C., Tuhkuri J. and Riska K. The Role of Discrete Failures in Local Ice Loads // Cold Regions Science and Technology. 1998. Vol. 27. Is. 3. P. 197–211.
12. Daley C. G. Ice Edge Contact – a Brittle Failure Process Model // Acta Polytechnica Scandinavica. Mechanical Engineering Series. Helsinki, 1991. No. 100.
13. Daley C. Ice Edge Contact — An Iterative Failure Process Model. Report from Finnish-Canadian Joint Research. Project No.5 “Ship Interaction With Actual Ice Conditions”. Otaniemi M-103. Helsinki University of Technology, 1990.
14. Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. О модели разрушения структурированной среды в условиях сжатия // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2010. № 6. С. 7–21.
15. Гноевой А. В., Климов Д. М., Чесноков В. М. Основы теории течений бингамовских сред. М.: Физматлит, 2004.

Материал поступил в редколлегию 15.07.2012

Адреса авторов

ГОЛЬДШТЕЙН Роберт Вениаминович
Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского
пр. Вернадского, 101, корп. 1, Москва, 119526, Россия
e-mail: goldst@ipmnet.ru

ОСИПЕНКО Николай Михайлович
Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского
пр. Вернадского, 101, корп. 1, Москва, 119526, Россия
e-mail: osipnm@mail.ru