



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. G. Kadyshevskii, On the mass spectrum and the fundamental length in the field theory, *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1960, Volume 131, Number 6, 1305–1307

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use  
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.170

February 12, 2025, 03:12:38



В. Г. КАДЫШЕВСКИЙ

К ВОПРОСУ О СПЕКТРЕ МАСС И ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ДЛИНЕ  
В ТЕОРИИ ПОЛЯ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 28 XII 1959)

§ 1. В современной теории поля не содержится постоянной размерности длины, и поэтому нельзя вычислить массы элементарных частиц. Однако некоторая информация о спектре масс может быть получена уже сейчас. А именно, пользуясь свойствами группы автоморфизмов, можно показать, что если система всех одночастичных амплитуд состояния преобразуется по некоторому неприводимому представлению группы Лоренца, то масса в этой системе — непрерывный параметр <sup>(1)</sup>.

Будем обозначать неоднородную группу Лоренца через  $L$ , а ее элемент через  $(\Lambda, a)$ , где  $\Lambda$  — 4-поворот,  $a$  — 4-трансляция. Групповое свойство  $(N, b)(M, c) = (\Lambda, a)$  в матричной форме, очевидно, выглядит так:

$$a = b + Mc, \quad \Lambda = MN. \quad (1)$$

Преобразование

$$a_0 = \nu a, \quad \Lambda^0 = \Lambda, \quad (2)$$

где  $\nu$  — любое вещественное число, с учетом (1), есть автоморфизм  $L$ . Пусть  $\{|p_{(n)}\rangle\}$ , где  $p_{(n)}^2 = m_n^2$  — система всевозможных одночастичных состояний. Хорошо известно унитарное представление  $T(a)$  подгруппы трансляций из  $L$ , по которому преобразуются эти векторы:

$$T(a) |p_{(n)}\rangle = e^{-i(p_{(n)}, a)} |p_{(n)}\rangle. \quad (3)$$

Совершим над  $L$  преобразование (2) и найдем вид представления  $T^0(a)$ :

$$T(a^0) = T(\nu a) = T^0(a),$$

или

$$e^{-i(p_{(n)}, a^0)} = e^{-i(p_{(n)}, \nu a)} = e^{-i(\nu p_{(n)}, a)} = e^{-i(p', a)}.$$

Поскольку представления  $T(a)$  и  $T^0(a)$  реализуют один и тот же базис в пространстве одночастичных амплитуд, обязательно должно существовать состояние  $|p'\rangle$ , для которого  $p'^2 = \nu^2 m^2$ . Тем самым, в силу произвола  $\nu$ , доказана непрерывность масс частиц системы  $\{|p_{(n)}\rangle\}$ .

§ 2. Так как непрерывность  $\nu$  есть неизменное свойство группы  $L$ , то в целях построения дискретного спектра масс в теории необходимо заменить  $L$  какой-то новой группой. Прделаем это самым простым и экономным образом. Поскольку  $\Lambda^0 = \Lambda$ , мы не будем трогать чистые 4-повороты, а займемся лишь трансляцией

$$x^{i'} = x^i + a^i. \quad (4)$$

Очевидно, имеются всего две возможности для видоизменения <sup>(1)</sup> или обобщения <sup>(2)</sup> преобразования (4).

1<sup>0</sup>. Точки  $x^i$  образуют счетное множество,  $a^0$  и  $a$  кратны некоторому «кванту пространства»  $l$ . При этом  $\nu = a^0/a$  будет дискретным, но данный вариант все же придется оставить, поскольку любая теория с квантованным пространством — временем в целом неудовлетворительна.

2<sup>0</sup>. Преобразования (4) трансляции 4-мира являются подгруппой группы трансляций пространства более высокого числа измерений, например 5-мира. Дополнительное 5-е измерение должно обладать таким свойством, которое позволит пользоваться лишь дискретным параметром  $\nu$  и иметь, таким образом, дискретный спектр масс. Тогда нам необходимо выяснить, каким образом можно наиболее разумно ввести 5-е измерение и как наделить его указанным свойством.

§ 3. Если частицы разных масс интерпретировать как различные массовые состояния единого материального поля, то саму массу  $m$  можно считать динамической переменной этого поля. Тогда естественно ввести 5-е измерение как координату, канонически сопряженную с  $m$ , и писать уравнения движения полей в виде

$$\left( i \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial x_5} \right) \psi = 0, \quad \left( \square + \frac{\partial^2}{\partial x_5^2} \right) \varphi = 0. \quad (5)$$

Так как в (5) нет взаимодействия, спектр масс будет дискретным лишь при условии периодичности полей  $\psi$  и  $\varphi$  по  $x_5$ , т. е. 5-я координата должна быть замкнутой с некоторым периодом  $l$  (2). В этом случае имеем  $m_n = 2\pi n/l$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Если выбрать  $l/2\pi = 2r_0 = 5,6 \cdot 10^{-13}$  см ( $r_0$  — «классический радиус» электрона), то получаем окончательную формулу для масс (2, 3)

$$m_n = \frac{137}{2} n m_e \quad (6)$$

( $m_e$  — масса электрона).

Полагая в (6)  $n = 0; 3; 4; 14; 27, \dots$ , находим значения масс (в единицах  $m_e$ ); 0; 205,5; 274; 959; 1849,5, которые близки к массам фотона,  $\mu$ -,  $\pi$ -,  $K$ -мезонов, нуклона и т. д. Электрон в данной схеме должен иметь чисто полевую массу. Любопытно также и то обстоятельство, что в формуле (6) для выписанных частиц четным  $n$  соответствуют бозоны, нечетным — фермионы. Если считать это соответствие обязательным для всех промежуточных и более тяжелых частиц, то становится удобным пользоваться разложением Фурье по 5-й координате.

З а м е ч а н и е. Дискретный спектр масс мы получили, считая 5-ю координату замкнутой. Можно доказать, что и параметр  $\nu$  автоморфизма (2) при этом тоже дискретный.

§ 4. Введенное выше 5-е измерение можно назвать аналогом собственного времени частицы ( $s$ ), поскольку в обычной теории величины  $m$  и  $s$  обладают большой долей симметрии, присущей канонически сопряженным переменным. В самом деле, если  $A = -m \int ds$  — классический интеграл

действия, то, наряду с соотношениями  $E = -\partial A/\partial t$ ,  $\mathbf{p} = \partial A/\partial \mathbf{x}$ , можно записать равенство  $m = -\partial A/\partial s$ . Кроме того, для всех частиц всегда  $m^2 \gg \gg 0$  и  $s^2 \gg 0$ , причем, если  $m^2 \equiv 0$ , то  $s^2 \equiv 0$ . В пределе «геометрической оптики» ( $\hbar \rightarrow 0$ ) частицы в 5-мире распространяются по характеристическому конусу  $t^2 - x^2 - x_5^2 = 0$ , т. е. в этом случае  $x_5$  просто равно  $s$ . Так как  $m$  и  $S$  — внутренние параметры частицы, то и  $x_5$  естественно считать не каким-то дополнительным измерением пространства, а внутренней степенью свободы материи, находящейся в точке  $(x, t)$  К тому же 5-я координата, в отличие от переменных  $x, y, z$ , имеет микроскопическую область изменения.

§ 5. Так как всегда  $x_5 \ll l$ , то при  $|x|, t \gg l$  в квадрате 5-расстояния  $S^2 = t^2 - x^2 - x_5^2$  можно пренебречь последним членом; 5-теория переходит при этом в 4-теорию, а период  $l$  играет роль «фундаментальной длины». При малых интервалах (высоких энергиях) требования 5-теории сводятся

к одновременному рассмотрению всех возможных массовых состояний поля (<sup>4</sup>), а значит, и всего многообразия взаимодействий. Учитывая малость 5-й координаты по сравнению с большей частью значений  $x, t$ , мы можем усреднить 5-интервал по  $x_5$ ; в результате получается 4-форма  $s^2 = x^2 - a^2$  (здесь  $a \sim l$ ), которую нужно считать более подходящей для описания пространства — времени, чем обычный интервал  $s^2 = x^2$ . Как показано в (<sup>5</sup>), в теории с интервалом  $s^2 = x^2 - a^2$  нет расходимостей, но зато существуют indefinite плотности некоторых физических количеств и indefinite метрика в гильбертовом пространстве состояний. В рамках изложенного последнее обстоятельство обусловлено незаконностью усреднения по  $x_5$  при малых  $x^2$ .

Автор выражает глубокую благодарность участникам семинара, руководимого Н. Н. Боголюбовым, и М. А. Маркову за плодотворное обсуждение.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
25 XII 1959

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> E. Wigner, Ann. of Math., 40, 149 (1939).    <sup>2</sup> П. Кард, ЖЭТФ, 27, 263 (1954).  
<sup>3</sup> Nambu, Progr. Theor. Phys., 7, 595 (1952).    <sup>4</sup> Ю. Б. Румер, Исследования по пяноптике, М., 1956, стр. 65.    <sup>5</sup> М. А. Марков, Nucl. Phys., 10, 140 (1959);  
А. А. Комар, М. А. Марков, Nucl. Phys., 12, 190 (1959).