УДК 519.281

# МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

*Б. Л. Грановский, С. М. Ермаков*

Метод Монте-Карло имеет в настоящее время большое прикладное значение. С другой стороны, можно утверждать, что он является источником интересных и трудных математических задач. Первые успехи в применении электронных вычислительных машин (ЭВМ) породили за рубежом и у нас необоснованную, как стало ясно в дальнейшем, уверенность, что увеличение мощности ЭВМ позволит решать с помощью метода Монте-Карло практически любые задачи, не заботясь о развитии метода. Когда оказалось, что это не так, интерес к методу Монте-Карло сначала снизился, но потом стали появляться теоретические работы, из которых следовало, что бездумное использование метода в качестве универсального может лишь нанести вред его репутации. Вместе с тем, использование средств учета априорной информации, которыми так богат метод, и тщательная отработка алгоритмов и программ обычно дают возможность решить в течение приемлемого машинного времени уникальные многомерные задачи, для которых было бы безнадежным применение других вычислительных методов.

В настоящее время метод Монте-Карло бурно развивается и можно считать, что основы его теории уже заложены. Следует сразу же оговорить, что метод Монте-Карло далее определяется как метод моделирования случайных величин и процессов с целью оценивания параметров, представляющих решение интересующей нас задачи.

Предметом данного обзора являются результаты в области теории и приложений метода Монте-Карло, полученные за период с конца 1968 года по 1974 год включительно, хотя в отдельных случаях упоминаются и более ранние работы. Исключение представляет раздел «Метод Монте-Карло в вычислительной математике», который содержит обзор работ за последние 10 лет, поскольку в этой области труднее отделить результаты последнего пятилетия.

Объем обзора не позволил, к сожалению, рассмотреть некоторые основополагающие работы, вышедшие до 1965 года. С работами такого рода читатель может ознакомиться по монографиям [79, 184 и др.].

## § 1. МОНОГРАФИИ И ТЕМАТИЧЕСКИЕ СБОРНИКИ, ПОСВЯЩЕННЫЕ МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО

В качестве важного итога развития метода Монте-Карло следует отметить появление ряда монографий, целиком посвященных изложению метода Монте-Карло или отводящих ему значительное место. Эти монографии можно разделить на следующие основные группы:

**1.1. Общие курсы.** К таковым относятся книги С. М. Ермакова [79], И. М. Соболя [184], Г. А. Михайлова [147] и Р. Зилински [467] (имеются в виду книги, вышедшие в последнее десятилетие). Первая широко использует теоретико-вероятностный аппарат, подробно излагает теорию квадратурных формул со случайными узлами, содержит изложение методов конструирования вполне равномерно распределенных последовательностей и уделяет значительное внимание методам планирования эксперимента. Вторая является курсом, рассчитанным на студентов технических вузов, и изложение в ней не опирается на теорию меры. Большое внимание в этой книге уделяется псевдослучайным последовательностям и неслучайным точкам в алгоритмах метода Монте-Карло. Третья книга также может служить учебным пособием по методу Монте-Карло; при этом большая ее часть отведена изложению исследований автора в области моделирования распределений, решения интегральных уравнений второго рода и приложений метода Монте-Карло к задачам, связанным с прохождением излучения через вещество. Книга Зилински (на польском языке) представляет собой сводный курс метода Монте-Карло. Она содержит много интересных сведений (в частности, о вычислении ряда констант), но многие факты в ней приводятся без доказательств. Интересно отметить, что общее построение всех перечисленных курсов является сходным.

**1.2. Книги, специально посвященные моделированию случайных величин.** Книги Д. И. Голенко [47] и Янссона [345] посвящены в основном моделированию случайных величин с равномерным законом распределения. В них описаны, в ряде случаев без подробного теоретического анализа, наиболее употребительные методы получения псевдослучайных чисел и методы их проверки (статистические тесты). Книга Зилински [468] кратко излагает как методы моделирования равномерно распределенных случайных величин, так и наиболее употребительные методы моделирования случайных величин с заданным законом распределения.

**1.3. Книги, посвященные методу Монте-Карло для решения задач переноса излучения.** Книга Спанье и Гелбарда [187], где подробно рассмотрены задачи переноса нейтронов, книга Г. И. Марчука, Г. А. Михайлова, М. А. Назаралиева и Р. А. Дарбиняна [131], посвященная методу Монте-Карло в задачах атмосферной оптики (ряд теоретических вопросов, возникающих в связи с этими задачами, освещен также в [147]). Здесь же можно упомянуть и книгу В. Г. Золотухина, В. А. Климанова, О. И. Лейпунского и др. [90], а также сборник [134].

**1.4. Книги, посвященные имитации (моделированию).**

К этой многочисленной группе относятся следующие отечественные и зарубежные монографии.

1.4.1. Отечественные монографии: 1) Н. П. Бусленко [24], где значительное место отводится методу Монте-Карло, но основное внимание уделяется средствам удобного описания сложных (типа производственных предприятий) систем; 2) монография Ю. Г. Полляка [166], посвященная моделированию систем (в том числе проектируемых), где уделяется много внимания моделированию случайных процессов, анализу процессов, которые получаются в результате моделирования, вопросам программирования и оптимизации; 3) имитации систем посвящена также книга Ю. И. Снапелева и В. А. Старосельского [179].

1.4.2. Зарубежные монографии: Найлор, Белинтей, Бурдик [391], Мирам [381], Мартин [371], Майзель и Нюньоли [368], Фишман [290]. Эти монографии содержат, как правило, описание методов моделирования систем, методы моделирования случайных величин и процессов, методы анализа данных, описание некоторых языков моделирования и методики их использования, примеры моделирования конкретных систем.

**1.5. Монография, посвященная аппаратным методам моделирования случайных величин и решения уравнений математической физики.** Таковой является книга В. С. Гладкого [45].

**1.6. Монографии, посвященные конкретным приложениям,** В. В. Быкова [26], Л. К. Горского [53], М. И. Коченова [111], Е. А. Правоторовой и В. И. Сергеева, а также тематический сборник [36]. По-видимому здесь же уместно упомянуть существующие библиографии по отдельным вопросам метода Монте-Карло и имитации (см. [287, 389, 390]). Из книг, где отдельные главы отводятся методу Монте-Карло, следует упомянуть учебник Н. С. Бахвалова [19] и монографию Г. П. Климова [99], посвященную методам массового обслуживания. Отечественные результаты по методу Монте-Карло регулярно отражались также в тезисах конференций, проводимых Сибирским отделением АН СССР [136, 137], и сборнике работ IV-й конференции [135].

## § 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И ПРОЦЕССОВ

Хорошо известно, что имитация (моделирование) случайных величин является одной из центральных проблем метода Монте-Карло. Характеризуя в общем результаты, полученные за последние 5 лет, можно отметить в первую очередь появление работ с четкими математическими постановками задач*). На них мы и остановимся главным образом.

Если учесть, что при использовании метода Монте-Карло мы имеем дело с конечным числом экспериментов (конечной таблицей случайных чисел), то фундаментальную проблему имитации случайной величины, равномерно распределенной на промежутке [0, 1], можно считать лишь поставленной, но далекой от удовлетворительного решения. Постановка задачи о конечной таблице случайных чисел восходит к А. Н. Колмогорову; обсуждение ее, применительно к методу Монте-Карло, можно найти в [79]. Авторы же большинства работ, посвященных моделированию равномерно распределенных случайных величин (р. р. с. в.), исходят из того, что последовательность чисел, полученных в результате моделирования, должна обладать некоторыми из свойств, присущих последовательности независимых реализаций р. р. с. в. Это могут быть либо свойства, проверяемые теоретически (например, вполне равномерная распределенность), либо удовлетворительное согласие с определенным набором статистических тестов.

**2.1. Применение статистических тестов к последовательностям, используемым в качестве реализаций р. р. с. в.** Этот вопрос относится к начальному периоду использования метода Монте-Карло. Существо дела подробно изложено в книгах Д. И. Голенко [47] и Янссона [345]. Из более поздних работ можно указать [6, 163, 180, 238, 241, 242, 456, 457]. В монографии [355] приводится описание 10 статистических тестов и соответствующих алгоритмов, связанных с их использованием.

Статья [456] специально посвящена проверке последовательностей, получаемых на ЭВМ IBM—360. В работах такого рода обычно обходится вопрос о том, какую точность при решении различных задач можно получить, если использовать последовательности, для которых достигнуто хорошее согласие при применении того или иного статистического теста. Недостаточность систем статистических тестов, рассматриваемых в [47, 355], для гарантии правильности результатов при моделировании стационарных распределений цепей Маркова установлена Н. Н. Ченцовым [210]. Связь тестов с задачей интегрирования

*) Заметим, что в отдельных руководствах еще имеются неправильные рекомендации относительно датчиков случайных чисел. Например, в книге [53] рекомендуется заведомо плохой датчик: $\alpha_{i+1}=\alpha_i+\alpha_{i-1} \pmod 1$.

в классах функций установлена И. М. Соболем [182]. Мы еще вернемся к этой работе.

**2.2. Аппаратные датчики р. р. с. в.** Исследования, посвященные аппаратным датчикам р. р. с. в., составляют значительную группу. Для контроля работ таких датчиков также используются статистические тесты, которые и определяют в конечном счете качество датчиков. Можно отметить, что в этой области в последнее время достигнуты значительные успехи. С помощью датчиков такого рода решено много практических задач. Мы сошлемся лишь на недавние работы (например, [25, 45, 62, 69, 97, 100]), посвященные в основном возникающим в этой связи математическим задачам, оставляя в стороне инженерные аспекты проблемы.

**2.3. Алгоритмические датчики р. р. с. в.** Как известно, эти датчики имеют наибольшее распространение при вычислениях на ЭВМ. Числа, получающиеся в результате работы на алгоритмических датчиках, принято называть псевдослучайными, в отличие от случайных чисел, получаемых аппаратными датчиками или в результате работы других экспериментальных устройств. Большим распространением пользуется мультипликативный датчик псевдослучайных чисел, использующий рекуррентное соотношение

$$x_{k+1} \equiv \lambda x_k \, (\mathrm{mod}\, P), \quad \alpha_k = x_k/P, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

(где $\lambda$, $x_0$ и $P$ — натуральные числа) и некоторые его обобщения. Как правило, $P$ является степенью двойки, а $\lambda$ является параметром датчика. Известно, что при некоторых $\lambda$ для мультипликативного датчика удовлетворительно выполняются статистические тесты и, что еще более важно, имеется значительное число корректно решенных задач. Тем не менее, удовлетворительного теоретического обоснования применимости этого датчика до сих пор нет. Исследование его проводилось в следующих направлениях:

2.3.1. Рассматривался идеализированный датчик

$$\alpha_{k+1} = \text{Др}\,(\lambda x_k), \quad \alpha_0 \in (0, 1), \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $\text{Др}\,(a)$ означает дробную долю $a$, и предполагается, что вычисления осуществляются с бесконечным числом знаков. Асимптотическая вполне равномерная распределенность такого датчика для почти всех $\alpha_0$ из $(0, 1)$ при $\lambda \to \infty$ получена И. М. Соболем (см. [79])*). Центральная предельная теорема при вычислении многократных интегралов с его помощью при $\lambda \to \infty$ была получена С. М. Ермаковым [80]. Таким образом, в этом идеализированном случае использование датчика было строго обосновано.

*) Для сокращения объема библиографии, в тех случаях, когда содержание работы подробно освещено в одной из монографий, дается ссылка на эту монографию.

2.3.2. В ряде работ отмечаются недостатки мультипликативного датчика. Так, в [458] исследуются отклонения от равномерной распределенности многомерных последовательностей, получаемых с его помощью. В [370] отмечается, что точки, координатами которых служат числа, получаемые с помощью такого рода датчика, оказываются лежащими на сравнительно небольшом числе параллельных гиперплоскостей. В [306] указаны некоторые другие соотношения, которым удовлетворяют числа, полученные с помощью мультипликативного датчика. В [394] отмечались неудовлетворительные свойства нормальных псевдослучайных чисел, полученных с использованием мультипликативного датчика. Это объясняется плохими свойствами младших разрядов псевдослучайных последовательностей, получаемых с его помощью.

2.3.3. Гармонический анализ мультипликативного датчика и его обобщений, проводившийся в работе Ковью и Макферсона [273] был продолжен в [245], где получены интересные результаты относительно решетчатой структуры псевдослучайных векторов для размерности $s \leqslant 6$.

2.3.4. Большое внимание уделяется вопросу выбора оптимального параметра для мультипликативного датчика, хотя критерий оптимальности не всегда формализован. В работах М. В. Антипова [12, 13], Аренса, Дитера и Грубе [227] получен ряд результатов относительно поведения парных корреляций для мультипликативного датчика. Здесь предлагается выбирать оптимальные $\lambda$ из условия малости парных корреляций. В [13] отмечается, что эта задача очень трудна в вычислительном отношении. В [227] привлекаются некоторые дополнительные соображения, которые позволили получить конкретные рекомендации. Полученная константа оказалась не хуже тех, которые широко используются на практике, но и не привела к заметному улучшению характеристик псевдослучайной последовательности.

2.3.5. Наконец, отметим работы [226, 283, 387], посвященные корреляционным свойствам псевдослучайных последовательностей, [285], где получены результаты относительно точного распределения пар псевдослучайных чисел, и работы [312, 394, 457], посвященные распределению многомерных точек с псевдослучайными координатами. Имеется еще значительное число исследований, связанных с мультипликативными датчиками, где отмечаются их отдельные свойства или просто приводятся данные их проверки с помощью статистических тестов. Мы не имеем возможности упомянуть все эти работы; характерными, по нашему мнению, являются [51, 309, 386, 418, 446, 447].

**2.4. Датчики случайных чисел, предложенные Таусвортом и Конюховским***). Они представляются более сложными, но и более обоснованными в теоретическом отношении. Датчики Таус-

*) См. [431, 107].

ворта связаны с неприводимыми над полем по модулю 2 многочленами. Для них удается теоретически установить $s$-мерную равномерную распределенность для некоторых связанных с параметрами датчика конечных $s$ и теоретически же исследовать парные корреляции. Исследованию свойств датчиков Таусворта посвящены работы [438, 439]. В [438] рассматриваются свойства такого рода датчиков, связанных с неприводимыми трехчленами. В [439] основное внимание уделяется случайности получаемых последовательностей.

Если мультипликативный метод использует эргодичность преобразования $T(x) = \text{Др}(x)$, $x \in [0, 1]$, то в работе В. В. Конюховского [107] для конструирования датчика р. р. с. в. используются эргодические свойства преобразований $T(x) = \text{Др}(1/x)$ и $T(x) = (a(x) - 1)(xa(x) - 1)$, где $a(x) = 1 + 1/x - \text{Др}(1/x)$, $x \in [0, 1]$; последнее из которых связано с так называемым представлением Люроча вещественных чисел. При этом удается обеспечить равномерность распределения получаемой последовательности, а независимость реализаций обеспечивается за счет подбора параметров. Важно отметить, что в работе [107] четко ставится задача построения арифметической модели р. р. с. в.

**2.5. Квазислучайные числа.** Если задача, которую требуется решить, сводится к вычислению многократного интеграла (может быть, и бесконечной кратности), то ее часто можно решить, не привлекая теоретико-вероятностный аппарат, а конструируя соответствующую квадратурную (кубатурную) формулу. При этом для достаточно широких классов функций удается обеспечить более быстрое, чем $O(N^{-1/2})$ убывание погрешности ($N$ — число узлов кубатурной формулы).

Задача моделирования р. р. с. в. принципиально отлична от задачи построения квадратурной формулы для вычисления интеграла по $s$-мерному гиперкубу, хотя некоторые частные постановки этих задач имеют много общего. Можно отметить, что авторы ряда исследований (например, [462]) не различают этих задач. Если квадратурная сумма является средним арифметическим значений подынтегральной функции, то компоненты узлов такой суммы можно использовать вместо реализаций р. р. с. в. в вычислительной схеме метода Монте-Карло. Эти компоненты принято называть также квазислучайными числами. Такую замену можно делать всегда при оценке математического ожидания, если соответствующая квадратурная формула предназначена для вычисления интегралов бесконечной кратности от функций некоторого класса и интегрируемая функция принадлежит этому классу. Если же формула предназначена для вычисления интегралов некоторой фиксированной кратности $s$, то необходимо убедиться в том, что подынтегральная функция зависит от $s$ переменных. Наиболее известны результаты, полученные в этом направлении, Н. М. Коробовым [108], Хлавкой, Холтоном и Соболем [см. 181].

Следует отметить, что возможно рассмотрение и обратной задачи: Какова погрешность интегрирования в некотором классе функций, если узлы квадратурной суммы образованы из членов такой последовательности, для которой удовлетворительно выполняется определенный статистический тест? Такая задача была решена для ряда тестов в уже упоминавшейся работе [182], что обосновывает использование статистических тестов в задачах вычисления интегралов. Квазислучайные последовательности, в особенности $ЛП_{\tau}$-последовательности, построенные И. М. Соболем, в последние годы использовалась при решении задач переноса излучения [184], поиска экстремума [186], моделирования стационарного распределения цепей Маркова [183]. В последней работе дано также теоретическое обоснование возможности использования квазислучайных последовательностей в таких задачах. Вопросам связи между квазислучайными и случайными последовательностями посвящена статья И. М. Соболя [180]. Проблема конструирования квазислучайных последовательностей затрагивается также в [262, 316, 463], а их использования — в [38, 185].

**2.6. Моделирование случайных величин с заданным законом распределения.** Здесь мы также остановимся на работах, относящихся в основном к последнему пятилетию. Задачи моделирования случайных величин с заданным законом распределения более просты, ибо они исходят из предположения, что задача получения независимых реализаций р. р. с. в. решена тем или иным способом. Здесь, однако, возможны неожиданные решения, ибо задача выбора оптимального метода моделирования не формализована и вряд ли может быть формализована, так как в ряде случаев ее постановка зависит от типа ЭВМ.

Из работ, опубликованных в последние 5 лет и посвященных общим вопросам моделирования случайных величин с заданным законом распределения, можно отметить [43, 104, 145]. В [104] имеется оригинальное развитие метода суперпозиции применительно к плотностям, заданным в виде многочлена. В [43], по существу, предлагается замена переменных, позволяющая нетривиальным образом использовать формулы обращения в многомерном случае. Общим вопросам посвящены также работы [25, 124, 226, 291]. Попытки поставить задачу оптимизации в довольно общей форме имеются в [22, 430].

Большинство же работ посвящено совершенствованию алгоритмов и методов моделирования конкретных распределений. Нормальное и экспоненциальное распределения пользуются наибольшим вниманием авторов. Так, моделирование нормального распределения рассматривается в [379, 133, 224, 225, 282, 284, 291, 369], экспоненциального — в [133, 144, 173, 224]. В [144] дано очень простое обоснование полезного метода моделирования показательного распределения с переменным параметром, который был предложен Вудкоком и изучался Колеманом (см. [79]). Упомянем также работы, посвященные моделированию других распределений. В [93] рассматривался вопрос о моделировании бетта-и гамма-распределений, в [407] — биноминального при большом $N$, а пуассоновского с быстро меняющимся средним — в [342]. Отдельные усовершенствования в алгоритмы моделирования распределений были внесены при описании программ, составленных для различных ЭВМ [93].

**2.7. Моделирование случайных процессов и полей.** В большинстве работ, посвященных этому вопросу, используются общие факты теории случайных процессов, обсуждавшиеся впервые, применительно к моделированию процессов, Франклином [293], В. Г. Сраговичем [188], З. А. Пиранашвили [160]. В исследованиях такого рода (например, в [39, 120, 125, 159]) рассматриваются частные типы процессов и применительно к ним совершенствуются алгоритмы моделирования.

Специально моделированию гауссовских случайных процессов посвящены работы [5, 139, 164]. Первая из них рассматривает вопрос о моделировании процесса в неравноотстоящих точках, во второй используются каноническое разложение процесса, а в [139] — быстрое преобразование Фурье, что иногда позволяет уменьшить необходимое для моделирования машинное время.

В [49] рассмотрен способ моделирования двумерного случайного вектора с заданным коэффициентом корреляции и заданным распределением компонент. Такого же типа задачи рассматриваются в работе [471]. Для многомерных задач такого рода А. И. Саханенко [175] и Г. А. Михайлов [148] предлагают «метод повторения», позволяющий разбивать матрицу ковариаций на сумму простых подматриц и сводить моделирование процесса со сложной ковариационной матрицей к моделированию процессов с более простыми ковариационными матрицами-слагаемыми.

Фишман [290] и Кивиат [352] на основе общих методов анализа временных рядов построили алгоритмы моделирования случайных процессов с помощью авторегрессионных схем и алгоритмы анализа данных, полученных при моделировании сложных систем на ЭВМ. Алгоритм анализа основан на проверке гипотезы о наличии авторегрессии данного порядка. Изложение результатов и соответствующие программы можно найти в книге Г. С. Фишмана [290].

Работа В. В. Конюховского [106] посвящена арифметическому моделированию процесса Пуассона на ЭВМ и основана на некоторых специальных представлениях вещественных чисел в виде сумм дробей с числителем единица.

Следующие работы имеют значение как для программного, так и для аппаратного моделирования процессов. В [409] указан новый метод фильтрации равномерно распределенной последовательности, приводящей к шумам, близким к гауссовским. В [372] указан способ моделирования процессов с двумя заданными первыми спектральными моментами, использующий многомерный пуассоновский процесс. Генератор широкополосного гауссовского шума описан в [343]. К этому же кругу работ относятся и [124, 171, 356].

В области моделирования случайных полей получены лишь первые результаты. Некоторые алгоритмы описаны в книге В. В. Быкова [26]. М. Д. Шкловер [215] рассмотрел вопрос о моделировании слабо зависимых случайных полей на двумерной решетке, когда значение поля в точке зависит лишь от ближайших соседних значений. Вопросу моделирования двумерных случайных полей посвящена также работа Б. И. Шкурского [216].

## § 3. МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

**3.1. Вычисление интегралов.** Общая теория недетерминированных (т. е. рандомизованных) процедур для приближенного вычисления интегралов развита Н. С. Бахваловым [17—19]. Пусть $K_N(f)$ — некоторый метод вычисления $\int\limits_{\mathscr{X}} f d\mu$, использующий только информацию о значениях функции $f$ в $N$ точках, и $R_N(f) = \int\limits_{\mathscr{X}} f d\mu - K_N(f)$. В работах Н. С. Бахвалова для случая, когда $\mathscr{X}$ есть $s$-мерный куб, а $\mu$ — мера Лебега, получены оценки снизу для математического ожидания $|R_N(f)|$ на различных классах функций и построены процедуры, обеспечивающие на этих классах порядок сходимости, близкий к оптимальному. Как один из способов построения таких процедур предложена идея рандомизации числа узлов и некоторых других параметров детерминированных квадратурных формул Н. М. Коробова. Дальнейшая разработка этой идеи выполнена В. Т. Стоянцевым [190].

Подавляющее большинство работ, однако, посвящено исследованию более узкого класса процедур — так называемым случайным квадратурам (СК), представляющим собой квадратурные формулы со случайными узлами и коэффициентами. В эту схему укладываются все простейшие приемы практического интегрирования методом Монте-Карло, возникшие еще на заре развития этого метода. В работе С. М. Ермакова и В. Г. Золотухина (см. [79]) предложены интерполяционные СК — первые несмещенные СК, точные для произвольной системы линейно-независимых функций, заданных в произвольной области интегрирования, и впервые в большой общности вскрыта связь погрешности метода Монте-Карло с приближениями в $L_2(\mu)$. Хэндскомб [327] предложил полезные обобщения этих СК. Случайные квадратурные формулы с одним свободным узлом были введены в рассмотрение С. М. Ермаковым (см. [79]) как вероятностный аналог гауссовских квадратур. Построение других типов СК, точных для функций из данного конечномерного подпространства, было выполнено затем в ряде исследований (подробнее об этом см. далее).

Для сравнения качества различных процедур метода Монте-Карло при конечном $N$, С. М. Ермаковым введено понятие допустимости (неулучшаемости) процедуры и доказана допустимость метода расслоенной выборки на классе функций $L_2(\mu)$. Им также указан один весьма общий способ преобразования плотности распределения узлов СК с целью уменьшения дисперсии последних [79]. Б. Л. Грановским получены общие условия несмещенности СК и условия допустимости СК с простейшей квадратурной суммой

$$K_N(f)=\frac{\mu(\mathscr{X})}{N}\sum_{l=1}^{N} f(x_l).$$

На базе этого им построен один класс допустимых СК, доминирующих простой метод Монте-Карло для всех $f\in L_2(\mu)$ (см [79, 55]).

В работе Б. Л. Грановского и В. Г. Столярова [57] предложено несколько способов конструирования допустимых СК с простейшей квадратурной суммой. Найдено описание класса тех из допустимых СК, которые доминируют простой метод Монте-Карло, и получено общее представление дисперсии этих СК.

С. М. Ермаков [77, 79] показал, что построение интерполяционной СК, минимизирующей дисперсию данной функции $f$, сводится к решению некоторой задачи бесконечномерного программирования и сформулировал для этой задачи двойственную.

С. М. Ермаковым и Б. Л. Грановским изучены СК с частично фиксированными узлами: установлен общий вид этих СК и приведены конкретные примеры их построения (см. [79]). Отдельные примеры таких СК содержатся также в работах Хэндскомба [327] и Хабера [315]. СК с одним свободным узлом систематически исследовались Б. Л. Грановским (см. [79, 54]). Им установлен общий вид этих СК, найдено представление их дисперсии и доказана их допустимость. Эти СК являются, по существу, вероятностным аналогом классических квадратур Гаусса. В перечисленных выше работах Б. Л. Грановского широко использовалась идея представления дисперсии СК в виде квадрата длины проекции интегрируемой функции на некоторое линейное подпространство, определяемое конструкцией данной СК.

Н. С. Бахвалов [17] и Хабер [314] показали, что СК, соответствующие определенным модификациям метода расслоенной выборки, обеспечивают на некоторых классах функций оптимальный порядок сходимости по вероятности (первые оценки погрешности метода расслоенной выборки дал В. Дупач; см. [184]). Хабером доказано, в частности, что оптимальные в этом смысле СК можно получить, используя в каждой из подобластей дробления СК, точные для многочленов. Им же дан способ построения СК степени точности 2 с простейшей квадратурной суммой [314]. В работе Крэнли и Паттерсона [275] построены построены СК, точные для многочленов данной степени. Специфика этих СК в том, что их коэффициенты не являются случайными величинами, а узлы распределены равномерно и независимо. За счет этого упрощения число узлов у таких СК значительно больше, чем у интерполяционных. В [309] также реализовано предложение Хэндскомба [327] выбирать коэффициенты СК на основе метода наименьших квадратов. Мерик [378] предложил в качестве оценки $\int\limits_0^1 [1-f(x)]\,dx$, где $f(x)$ — монотонная функция, взять среднее значение случайной величины $\zeta$ с плотностью распределения $f'(x)$ и показал, что эта оценка лучше простого метода Монте-Карло для всех $f(x)=x^r$, $r \geqslant 1$.

Небольшое число работ посвящено интегрированию на классе функций $f \in L_p(\mu)$, $p<2$, когда простой метод Монте-Карло не имеет дисперсии. Н. С. Бахваловым [17] получена оценка погрешности простейшей СК с попарно независимыми равномерно распределенными узлами для $f \in L_p$ $(p \geqslant 1)$, а А. Тори [441] дал приближение к предельному закону распределения оценки простого метода Монте-Карло для $f(x)=x^{-1/\nu}$, $\nu \in [0, 2]$, $x \in [0, 1]$.

Работа Зилински [465] является, по-видимому, единственной, в которой сделана попытка сравнения случайных и неслучайных квадратур с одинаковым числом узлов $N$. Автор сравнивает предложенным им способом простой метод Монте-Карло и многомерный аналог квадратурной формулы трапеций при вычислении интегралов от одночленов от $s$ переменных.

Так как требование несмещенности СК приводит к усложнению ее конструкции, имеется тенденция к замене его более слабым условием состоятельности. Д. Хэндскомб [327] предложил взять в качестве такой оценки СК Ермакова—Золотухина с равномерным распределением случайных узлов, а Поуэлл и Свэнн (см. [79]) использовали аналогичную конструкцию в схеме существенной выборки и определили скорость сходимости дисперсии и математического ожидания полученной оценки. Другая состоятельная оценка в форме простого метода Монте-Карло с поправочным множителем предложена И. М. Соболем [184]. Соответствующим выбором поправочного множителя здесь можно влиять на величину смещения и дисперсии. В основе использования указанных выше состоятельных оценок лежит тот факт, что, начиная с некоторого $N$, смещение этих оценок становится значительно меньше среднего квадратичного уклонения.

В работе Тсуда [442] для $s$-мерного куба предложены СК с простейшей квадратурной суммой, узлы которой распределены по определенному закону, заданному на решетке, образованной нулями многочлена Чебышева степени $n$ по каждой из $s$ переменных. При этом закон распределения случайных узлов выбран так, чтобы обеспечить несмещенность этих СК для всех функций, представимых в виде произведения $Q_1(x_1), \ldots, Q_s(x_s)$, где $Q_k$ — произвольный многочлен степени не выше $k$ от переменной $x_k$. Приведены оценки смещения и дисперсии указанных СК для некоторых специальных классов функций.

Другой способ упрощения реализации СК состоит в построении легко моделируемого распределения, в некотором смысле близкого к распределению узлов данной несмещенной СК. В работах Пискун [399], Гастингса [331] и В. Ф. Турчина [194] предложены различные конструкции марковского процесса блужданий, предельное распределение которого совпадает с заданным. При этом в [399, 331] рассматривается задача оценки взвешенной суммы большого числа значений $f$, а в [194] — задача оценки многомерного интеграла методом существенной выборки.

В ряде работ рассматриваются последовательные процедуры, Холтон [321] предложил весьма общую схему последовательной процедуры, сходящейся с вероятностью 1 к оцениваемому значению интеграла, и применил ее к методу существенной выборки. Процедуры такого рода строятся на основе последовательности несмещенных оценок с определенным порядком сходимости дисперсии к нулю. В работах Е. Пуха (см. [79]), Спанье [423], Мак-Миллана [367] и Стьюарта [427] рассматриваются различные последовательные процедуры типа градиентного метода для оптимального выбора плотности из заданного параметрического класса плотностей в схеме существенной выборки, а в работе группы авторов [236] для той же задачи предложена специальная многошаговая процедура оптимального выбора плотности из класса кусочно-линейных плотностей.

Вопросам выбора плотности распределения в методе существенной выборки, который остается основным приемом практического интегрирования, посвящено много работ. Помимо уже упомянутых, отметим работу Л. Розенберга (см. [79]), в которой предложена оригинальная идея использования в качестве такой плотности многочлена Бернштейна для функции $f$ и указана простая схема моделирования этой плотности.

Холтоном в [323] на основе ряда предшествующих исследований дана общая формулировка так называемого условного метода Монте-Карло (или метода условных математических ожиданий). Работы [244, 295, 322, 422, 373, 60, 328, 366] посвящены различным практическим приемам интегрирования, а в работах [274, 361, 401, 408, 440, 11, 83] рассмотрены интересные примеры вычисления интегралов, встречающихся в практических задачах, с помощью различных схем Монте-Карло.

Большой цикл работ, посвященных погрешности интегрирования при использовании псевдослучайных чисел, остался за пределами данного обзора, ибо эти работы относятся, по существу, к теории приближенного интегрирования детерминированными методами.

Метод Монте-Карло применяется также для вычисления континуальных интегралов. При этом вычисление производится либо путем приближенного моделирования траекторий соответствующего случайного процесса, либо путем аппроксимации данного континуального интеграла многомерным интегралом достаточно большой кратности. Обе эти схемы описаны в [184] на примере винеровских интегралов. В работах [361, 400] указанные выше традиционные схемы Монте-Карло используются для вычисления некоторых континуальных интегралов специального вида. Здесь уместно отметить, что к вычислению континуальных интегралов в сущности может быть сведено подавляющее большинство схем метода Монте-Карло для решения интегральных уравнений и уравнений в частных производных.

**3.2. Линейные алгебраические и интегральные уравнения.** Метод Монте-Карло для решения этих задач применяется в форме схемы Неймана—Улама, развитию которой посвящено большинство работ, а также в виде различных стохастических итерационных процедур типа случайного поиска. Последнее направление хотя и использует методы моделирования распределений (нормальное и равномерное на сфере), но более тесно связано с экстремальными задачами, и мы далее не будем на нем останавливаться.

В работах первого направления исследуется та же проблема уменьшения дисперсии оценки, что и в теории СК. При этом варьируется как мера в пространстве траекторий марковского процесса, так и конструкция оценки, заданной на этом вероятностном пространстве. Так же, как и в случае СК, здесь важное значение имеет вопрос об условиях обращения дисперсии оценки в 0, эквивалентный вопросу об условиях точности данной вычислительной схемы. Холтоном [321] были получены условия обращения в 0 дисперсии некоторых оценок решения заданной системы линейных алгебраических уравнений. В дальнейшем этот вопрос применительно к различным видам несмещенных оценок линейных функционалов $(h, \varphi)$ от решения интегрального уравнения $\varphi = K\varphi + f$ подробно исследовался в работах Ковейя, Кэйна и Уоста [272], Г. А. Михайлова (см. [147]) и В. В. Некруткина [156]. При этом конструкции «идеальных», т. е. точных, схем Неймана—Улама, полученные этими авторами, зависят от apriori неизвестного решения $\varphi^*$ сопряженного уравнения. Г. А. Михайлов (см. [147]) дал оценку величины дисперсии одной такой схемы в случае, когда вместо $\varphi^*$ используется его приближение $\psi=(1+\varepsilon)\varphi^*$. А. И. Хисамутдинов [202] ввел в рассмотрение так называемый «единичный» класс линейных несмещенных оценок функционала $(h, \varphi)$ и получил уравнение, решение которого определяет для фиксированного вероятностного пространства траекторий цепи Маркова параметры оценки «единичного» класса с минимальной дисперсией [204]. Поскольку (аналогично случаю метода существенной выборки) построение таких оценок практически невыполнимо, в [204] указан конкретный способ их приближенной реализации на основе использования некоторой априорной информации. В работе В. В. Некруткина [156] аналогичная задача минимизации дисперсии решается на некотором подклассе оценок «единичного» класса и некотором классе вероятностных распределений марковской цепи.

В [206] А. И. Хисамутдинов дал обобщение своих результатов [204] на случай задачи построения несмещенной оценки с минимальными абсолютными моментами до некоторого порядка. Г. А. Михайлов [143], А. И. Хисамутдинов [205], [207], а также Л. В. Майоров и А. Д. Франк-Каменецкий [123] изучили дисперсии различных конкретных оценок, используемых на практике. В работе С. М. Ермакова и Н. С. Нефёдова [86] получено выражение для дисперсии широкого класса несмещенных оценок $(h, \varphi)$. Этот результат обобщает известную формулу Ермакова—Золотухина (см. [79]) для дисперсии несколько более узкого класса оценок. Продолжая данные исследования, А. В. Лаппа, А. М. Кольчужкин и В. В. Учайкин [116] получили выражения для моментов любого порядка и для функции распределения указанных выше оценок. Как и в предыдущих работах, эти величины выражены через решение некоторого интегрального уравнения, связанного с выбранной схемой Неймана—Улама. Г. А. Михайловым (см. [147]) рассмотрена схема Неймана—Улама для решения системы линейных уравнений, полученной в результате аппроксимации данного интегрального уравнения.

Во всех перечисленных выше работах проблема построения оптимальной процедуры для оценивания $(\varphi, h)$ исследовалась применительно к одному заданному интегральному уравнению. С. М. Ермаков и Н. С. Нефёдов [86] сформулировали проблему построения допустимых (в смысле дисперсии) процедур Неймана—Улама для этой задачи и дали пример одной недопустимой процедуры как иллюстрацию содержательности указанной проблемы. Швендтом [357] для уравнения $\varphi=\lambda K\varphi+f$

получены условия на параметр $\lambda$, при которых простейшая оценка в схеме Неймана—Улама сходится по вероятности к решению этого уравнения. Г. А. Михайлов (см. [147]) и Р. Х. Хайруллин [199] применили схему Неймана—Улама для оценки максимального собственного числа оператора Фредгольма. Г. А. Михайловым для этой задачи рассмотрена одна схема Неймана—Улама, реализующая известный итерационный алгоритм, основанный на использовании резольвенты данного оператора, и даны условия обращения в 0 дисперсии соответствующей оценки. В работе же Р. Х. Хайруллина указанная задача исследуется в случае положительного оператора; полученная здесь оценка максимального собственного числа является смещенной. В работе Г. А. Михайлова и М. А. Назаралиева [149] рассмотрена задача об оценке параметрического семейства функционалов $J(\lambda)=(h, \varphi_\gamma)$ от решения данного интегрального уравнения. Получена несмещенная оценка для $J(\lambda)$, минимизирующая в некотором классе оценок среднее по $\lambda$ значение дисперсии, и указан способ практического построения такой оценки на основе априорной информации.

В работах [300, 268] предлагаются различные несмещенные процедуры Неймана—Улама для оценки $(h, \varphi)$, а в [16] дан обзор методов Монте-Карло для решения систем линейных уравнений.

**3.3. Нелинейные уравнения.** Развитие метода Монте-Карло для решения нелинейных уравнений связано в первую очередь с попытками решения нелинейного уравнения Больцмана. В работах Берда [247], Хэвиленда [208] для этой цели проводилось моделирование поведения разреженного газа.

Связь работы [247] с уравнением Больцмана была подробно прослежена в [59] (см. также [58]). Анализ точности результатов проводился Хиксом и Смитом [334]. Имеется ряд прикладных работ, использующих и развивающих методику Хэвиленда и Берда (например, [67, 68, 158, 236, 253, 267, 451]). Ряд существенных усовершенствований в методику Хэвиленда был внесен Ф. Г. Черемисиным [211, 212], а также Ю. Н. Григорьевым, М. С. Ивановым, Н. И. Харитоновой [58, 59]. В. И. Власов внес усовершенствования в схему Берда, позволяющие уменьшить необходимый объем оперативной памяти при решении задач. (См. также обзор [119] и работы [34, 35]). А. Б. Яницким [222] развивалась и обосновывалась вычислительная схема, предложенная Бердом. Методы, развиваемые во всех этих работах в той или иной мере связаны с линеаризацией исходной задачи и, следовательно, с необходимостью хранения в памяти ЭВМ большого объема промежуточной информации. При итерационном решении уравнения Больцмана возникают сложные выражения, содержащие многократные интегралы. Непосредственному вычислению значений таких выражений посвящена работа М. В. Анолика [9], а также М. В. Анолика и Р. Г. Баранцева [10]. Комбинирование метода Монте-Карло и приближенных методов, основанных на ортогональных разложениях осуществлялось Чориным [266]. Непосредственное обобщение схемы Неймана—Улама на случай нелинейных уравнений с полиномиальным вхождением неизвестной функции было осуществлено С. М. Ермаковым [81, 82], который привлек к рассмотрению ветвящиеся процессы. Полученные в результате вычислительные схемы обладают теми же преимуществами, что и линейные — позволяют оценивать отдельные функционалы от решения и погрешность на базе центральной предельной теоремы. В. В. Некруткин [155, 157] получил в последнее время ряд результатов, обобщающих и развивающих результаты работ [81, 82]. В частности, им рассмотрена двойственная задача, связанная с обращением времени ветвящегося процесса. Приложение этих результатов к решению уравнения Больцмана можно найти в [85].

Имеются также работы, на которых мы не имеем возможности остановиться, где для решения систем нелинейных алгебраических или трансцедентных уравнений используются методы случайного поиска или близкие к ним методы. К тому же кругу идей примыкает работа Ф. Н. Ясинского [221] и работы В. В. Клейзы [97, 98].

**3.4. Дифференциальные уравнения в частных производных.** Существуют две практические схемы Монте-Карло для решения уравнений в частных производных: блуждание по узлам решетки и блуждание по сферам. Единственное принципиальное отличие алгоритмов, соответствующих этим схемам, от алгоритмов схемы Неймана—Улама для решения интегральных уравнений заключается в том, что в данном случае траектории цепи Маркова моделируются не на всем пространстве изменения переменных, а только на определенных подмножествах этого пространства (на узлах решетки в первом случае и на сферах во втором).

В результате оценки решения получаются смещенными. Все работы, выполненные за рассматриваемый период, посвящены исследованию и развитию этих двух схем.

3.4.1. Блуждание по узлам решетки. Этот метод предусматривает аппроксимацию данного уравнения системой конечно-разностных уравнений, соответствующей заданной решетке узлов, и построение затем на этой решетке схемы Неймана—Улама для решения полученной системы линейных уравнений. В работах Амана [228, 229, 230] рассматриваются линейные краевые задачи для эллиптических уравнений общего вида. Автором этих работ предложена и подробно исследована схема блужданий для оценки решения в нескольких узлах решетки. Начальная точка траектории цепи Маркова в предлагаемой схеме не фиксирована, а выбирается случайно в соответствии с некоторым распределением вероятностей на узлах решетки. Оценка решения задачи в данном узле $x$ производится на основе тех $n(x)$ (из общего числа $N$) моделируемых траекторий, которые посетили эту точку. Таким образом, в процессе моделирования требуется хранить информацию не только о точках обрыва траекторий, как это имеет место в простейшей схеме, но также и о всех тех точках, через которые прошли эти траектории. В указанных работах рассмотрена задача о наилучшем выборе начального распределения вероятностей на узлах решетки с точки зрения различных критериев оптимальности и получено также выражение для дисперсии оценки, соответствующей данной схеме. Хартман [330] распространил описанную выше схему на более сложные типы краевых задач для эллиптических уравнений и исследовал сходимость полученных алгоритмов, а Гопэлсэми и Аггэрвала [307] распространили эту схему на систему эллиптических уравнений и на бигармоническое уравнение.

Разафиндракото [403] исследовал схему трехмерного симметричного блуждания по узлам решетки применительно к решению уравнения Пуассона. Оценка решения в данном узле решетки производится в этой схеме с помощью простейших несмещенных оценок значений дискретного аналога функции Грина для рассматриваемой задачи.

Большое число работ посвящено применению простейшей схемы блужданий для решения различных типов дифференциальных уравнений и краевых задач для них. Среди этих работ отметим следующие:

Дабони [278] — построение оценок значений дискретного аналога функции Грина для некоторых краевых задач для эллиптических уравнений, Хигуши и Тагахаши [335] — краевая задача для бигармонического уравнения; О. В. Григорьева [61] — построение аналога известной оценки Вазова в случае краевой задачи для эллиптического уравнения общего вида; Э. Б. Абуталиев, А. У. Умирбеков, Р. С. Садуллаев [3] — краевые задачи для эллиптических уравнений в многосвязных областях; А. У. Умирбеков [195] — краевые задачи для уравнения Лапласа.

В работе Ж. Кюота [270] указан метод арифметического моделирования блуждания по решетке для уравнения Лапласа.

3.4.2. Блуждание по сферам. Метод блуждания по сферам, предложенный первоначально Брауном для решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа, состоит в моделировании на каждом шаге равномерного распределения на сфере максимального радиуса с центром в точке, полученной на предыдущем шаге. Блуждание, выходящее из точки, где ищется решение, заканчивается после попадания траектории в некоторую поглощающую зону вблизи границы области решения. В качестве оценки решения принимается среднее по траекториям значение заданной граничной функции в точках границы, ближайших к полученным точкам обрыва. Идея метода основана на том, что функция Грина для указанной задачи на круге (шаре) известна. Б. А. Мишустин [150] дал широкое обобщение этой идеи применительно к той же задаче. Предложенный им метод заключается в представлении области решения в виде объединения налегающих подобластей, для каждой из которых известна функция Грина данной задачи; соответственно этой функции Грина строится затем марковское блуждание по границам указанных подобластей, проходимых блуждающей частицей в определенном порядке.

Как частный случай этого подхода, можно рассматривать подробно разработанный С. Хошино и К. Ишида [338] метод блужданий по узлам максимальных квадратов некоторой фиксированной решетки. В этой работе данная схема, кроме указанной выше задачи, используется также при решении краевых задач для уравнения теплопроводности. Таким образом, работа [338] в какой-то мере синтезирует две указанные основные схемы метода Монте-Карло для решения уравнений в частных производных.

Работы, которых мы коснемся далее, посвящены непосредственно схеме блужданий по сферам. И. Г. Дядькин, В. Н. Стариков [72] предложили усовершенствование этой схемы с целью получения на основе одного блуждания оценок решения сразу в нескольких данных точках. Такие оценки для каждой из заданных точек строятся путем введения специальных поправочных коэффициентов в выражение для простейшей оценки. В [72] описанная схема подробно разработана для трехмерного уравнения Лапласа, а в уже упомянутой работе [338] получена модификация этой схемы применительно к блужданию по максимальным квадратам.

В работах Куджани и Боццини [276] и Хаджи-Шейка и Спарроу [318], [319] схема блужданий по сферам распространяется соответственно на эллиптическое уравнение $\Delta u+ku=0$ и стационарное и нестационарное уравнения теплопроводности. Б. С. Елепов и Г. А. Михайлов [74, 75] разработали алгоритм метода блужданий по сферам для эллиптического уравнения $\Delta u - cu = -g$ на основе предложенной ими схемы Неймана—Улама для интегрального уравнения, соответствующего этой задаче. В этих работах доказана конечность дисперсии построенной оценки, получена соответствующая рассмотренной задаче модификация схемы из [72] и дана оценка эффективности предложенного алгоритма в целом. Для применения метода блужданий по сферам к задаче Дирихле для бигармонического уравнения Гопэлсэми и Аггэрвала [308] построили схему Неймана—Улама для интегро-дифференциального уравнения, связанного с этой задачей. Аналогичная работа для трехмерного волнового уравнения была проделана А. З. Веселовской [33], предложившей оригинальную конструкцию оценки решения в данной точке. Ею доказано, что эта оценка имеет конечную дисперсию. В работе А. А. Кронберга [112] рассматривается следующая краевая задача на собственные значения: $\Delta u+\lambda u=0$, $u|_\Gamma=0$.

Для оценивания минимального по модулю характеристического числа предложен ветвящийся марковский процесс блужданий по сферам, дающий вероятностное представление известного метода последовательных приближений Келлога. Построенный автором функционал от этого процесса дает оценку значений в данной точке последовательных итераций в методе Келлога.

В работах [154, 209, 213, 277, 289, 297, 348, 397, 398, 429, 449] рассмотрены различные частные вопросы применения указанных двух основных схем, а работы [254, 280, 365, 219, 1, 2, 325] посвящены технике реализации этих схем на ЭВМ. Работы [405, 15] являются обзорными.

**3.5. Другие вычислительные задачи. Приближение функций.** Имеется ряд прикладных работ, например, [23, 177], где используются предложенные А. С. Фроловым и Н. Н. Ченцовым метод зависимых испытаний и непараметрические методы оценивания неизвестной плотности (описание этих методов см. в [79]). С. М. Ермаков (см. [79]) предложил схему интерполирования по случайным узлам для оценки элемента наилучшего приближения к данной функции в метрике $L_2$. Эта схема позволяет получить несмещенные оценки коэффициентов Фурье данной функции $f \in L_2$ по заданной системе ортонормированных функций. Указанные оценки, имеющие вид интерполяционных СК, точны для всех функций $f \in L_2$, принадлежащих конечномерному пространству, образованному функциями данной системы. Одним из существенных отличий предложенной схемы от известной схемы аппроксимации плотности распределения (см. [79]), является независимость распределения моделируемой случайной величины от вида аппроксимируемой функции $f$. В то же время, эта схема, как правило, сложнее для реализации. С. М. Ермаковым для той же задачи приближения предложена также схема рандомизованного метода наименьших квадратов, обобщающая описанную выше схему, и рассмотрена проблема выбора оптимальной в некотором смысле плотности распределения случайных узлов интерполирования (см. [79]).

В работе Мезея [380] рассмотрен более простой для реализации вариант рандомизованного метода наименьших квадратов. Полученная при этом оценка элемента наилучшего приближения к функции $f$ в метрике $L_2$ является смещенной.

Тсуда и Ишида [444] предложили одну вероятностную схему для оценки значения интерполяционного многочлена, построенного по узлам данной решетки, и указали простой способ ее реализации. Эта схема представляет собой, по существу, вариант метода существенной выборки для оценки суммы большого числа слагаемых, составляющих интерполяционный многочлен для функции большого числа переменных. В работе Тсуда и Матсумото [445] аналогичная схема была развита для задачи линейной экстраполяции. Близкий к указанной выше схеме С. М. Ермакова подход был предложен в работе Чорина [266]. В этой работе метод Монте-Карло применяется для оценивания коэффициентов разложения в ряд по многочленам Эрмита функции, представимой в виде зависящего от параметра интеграла по мере Винера в пространстве непрерывных функций многих переменных. Здесь, однако, эти оценки получены простым методом Монте-Карло на основе независимых случайных величин, распределенных по нормальному закону. С помощью указанных оценок формируется затем оценка значения искомой функции в данной точке. Описанная схема легко реализуется и может быть использована, в частности, для оценки решения уравнения теплопроводности в данной точке.

Отыскание точек экстремума функции. В. Н. Фетисов [196] исследовал скорость сходимости по вероятности простейшей монтекарловской оценки максимума многомерного интеграла, зависящего от параметра. В работе Зилински [466] задачу нахождения максимума функции предлагается сводить к задаче оценивания моды некоторого распределения, связанного с видом этой функции, а в работе того же автора [464] исследуются статистические свойства простейшей оценки максимума, построенной на основе последовательности равномерно распределенных случайных величин. Для случая, когда функция является плотностью распределения, С. М. Ермаков и Л. В. Митиоглова [84] построили модификацию этой оценки, исходя из последовательности нормально распределенных случайных величин. В [332] рассмотрена задача нахождения такой перестановки строк данной матрицы, которая минимизирует ее след. Предлагаемая схема заключается в случайном выборе на каждом шаге подстановки из $n$ чисел ($n$ — число строк матрицы), согласно которой производится перестановка строк этой матрицы.

Мы не будем рассматривать здесь большой цикл работ, посвященных методу случайного поиска и методу стохастической аппроксимации, которые широко используются для решения экстремальных задач. Эти методы заслуживают самостоятельного обзора.

Перейдем теперь к работам, в которых метод Монте-Карло используется для решения некоторых других вычислительных задач. Ю. Н. Кондюриным [105] предложена схема моделирования для оценки функционалов от решения одной нелинейной системы стохастических дифференциальных уравнений, а Тсуда, Ишида и Кийоно [443] — для краевой задачи к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. В работе А. И. Хисамутдинова [203] исследуется схема существенной выборки для задачи оценки вероятности некоторого события, а

Зилински [469] предложена рандомизованная процедура для оценки градиента.

В методе Монте-Карло продолжают применяться вероятностные модели типа той, которая дала методу его название. Как правило, такие схемы прямого моделирования служат для экспериментального решения различных задач; несмещенной оценкой решения является при этом частота некоторого события. К числу таких работ относятся [281, 170, 296, 65, 324, 320, 435].

## § 4. ПРИЛОЖЕНИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО

Громадный объем литературных источников в области применений метода Монте-Карло не позволяет достаточно подробно остановиться на всех вопросах в рамках этого обзора. Вместе с тем, по мнению авторов, было бы неправильным не дать читателю представления о разнообразии и широте применения метода. По этой причине при составлении данного краткого обзора приложений авторы старались выбрать по возможности характерные работы, представляющие соответствующие направления в области приложений, и указать наиболее поздние из них по времени. Разумеется, обзор тем самым не претендует на исчерпывающую полноту.

**4.1. Метод Монте-Карло в задачах переноса излучения.** Эта область приложений является традиционной для метода Монте-Карло и характеризуется уверенным решением сложных и актуальных задач, а также наличием комплексов хорошо отработанных программ, как в кодах ЭВМ, так и на различных алгоритмических языках. Примеры решения такого рода сложных задач можно найти в [23, 63, 71, 73, 109, 115, 161, 192, 374, 404, 452]; решение задач, связанных с прохождением $\gamma$-излучения через вещество, — в [265, 269, 384, 448]; решение задач переноса нейтронов — в [248, 326, 336, 347, 362]; расчета ядерных реакторов — в [141, 152, 153, 337, 377, 470].

Мы остановимся далее лишь на некоторых основных направлениях развития метода, оставляя в стороне физические или главным образом физические работы. Монографии, относящиеся к этой области, были перечислены выше. Большинство теоретических результатов, относящихся к решению интегральных уравнений 2-го рода, о которых говорилось выше, было получено в связи с задачами переноса излучения.

Многие работы последних лет посвящены исследованию и созданию новых модификаций метода локального вычисления потока, предложенного В. Г. Золотухиным и С. М. Ермаковым (см. [79]). Г. А. Михайловым [146] построены оценки с логарифмической расходимостью дисперсии, что дает порядок сходимости $O(N^{-1/2})$. В работе Стейнберга и Калоса [426] конструируются оценки, у которых все моменты оказываются конечными. Следует отметить, что в этих задачах, как и вообще в задачах метода Монте-Карло, важную роль играет необходимое количество вычислительной работы и сравнение различных методов нужно производить с учетом этого факта. Модификациям локальных оценок посвящена также работа Б. М. Голубицкого и М. В. Танташева [50]. В. С. Антюфеев, Г. А. Михайлов, М. А. Назаралиев [14] для построения оценки с конечным вторым моментом используют осевую симметрию решаемых задач атмосферной оптики. Важной и трудной задачей, которой уделялось значительное внимание в последние годы, является задача о вычислении с высокой относительной точностью характеристик излучения, проходящего через большие толщи вещества. Здесь можно назвать работы Ланора [360], Карчера, Эрдмана, Балдонадо [350], В. Г. Золотухина, А. И. Ксенофонтова, А. М. Панченко, В. П. Синева [91], а также работы [142, 201, 257, 388]. Используемые здесь методы основаны, в большинстве случаев, на изменении распределения длины свободного пробега частицы или на изменении ее углового распределения при рассеянии.

Работы Калоса [349], Хисамутдинова [201], Левита и Спанье [363] посвящены решению сопряженного уравнения, которое играет важную роль в теории переноса излучения. Методика расчета для случая, когда сечения непрерывно меняются, описана Картером, Кэшвелом, Тейлором [259].

В связи с оцениванием $k_{\text{эфф}}$ ядерного реактора новые результаты, существенно обобщающие результаты Г. А. Михайлова [141], были получены В. А. Каневским [95]. Этому же кругу вопросов посвящена работа В. К. Наумова, С. Г. Розина, Т. И. Эльперина [153].

Сравнительно новой областью приложения методов, развитых в связи с решением задач переноса нейтронов и $\gamma$-квантов, являются задачи атмосферной оптики — сложные прикладные задачи, которые потребовали создания специальной модели атмосферы, удобной для применения метода Монте-Карло и развития специальных приемов повышения его эффективности. Основные результаты в этой области изложены в работе Г. И. Марчука и Г. А. Михайлова [130], а также в упоминавшейся ранее монографии [131]. Работы, посвященные отдельным вопросам (например, [4, 22, 21, 96]) можно найти в сборнике [135]. Отметим, что практические задачи атмосферной оптики вызвали к жизни ряд важных теоретических работ, таких как упоминавшиеся ранее [146, 147, 149, 202, 142].

**4.2. Метод Монте-Карло в задачах массового обслуживания и имитация сложных систем.** В связи с использованием метода Монте-Карло для решения задач массового обслуживания возникли следующие математические задачи: 1) оценка погрешности, 2) развитие методов, уменьшающих погрешность. Соответствующая теория здесь стала развиваться намного позже, чем в задачах прохождения излучения через вещество. Это связано, как с более поздним возникновением проблемы, так и с большей ее трудностью. Как правило, необходимо оценивать величины, связанные со стационарным режимом системы. В качестве основных оценок здесь фигурируют среднее арифметическое зависимых случайных величин или отношение сумм зависимых случайных величин. Кроме того, имеется смещение (оценки асимптотически не смещены). При оценке погрешности нужно оценивать как случайную, так и систематическую составляющую. Хотя оценка дисперсии случайной составляющей принципиальных трудностей не представляет, но алгоритмы могут быть очень сложными. Удобные для ЭВМ алгоритмы оценки дисперсии были построены С. М. Гарабедян и И. В. Романовским [40] (для случая цепи Маркова с конечным числом состояний) и Д. Г. Поляком [167] (для процессов восстановления). Фишман [290] использовал для оценки дисперсии методы анализа временных рядов и рассмотрел весьма общий случай. Вопросы определения длины реализации при моделировании системы рассматривались также Я. С. Рубинштейном и др. [174] и Ханом [317]. Точность моделирования полнодоступных систем подробно изучалась М. А. Шнепс-Шнеппе и Е. И. Школьным [218]. В книге Фишмана [290] описан также прием для разделения систематической и случайной составляющей. Он аналогичен соответствующим приемам дисперсионного анализа.

Для уменьшения дисперсии применялись случайные квадратурные формулы [168, 169, 382, 385] и некоторые частные приемы [168, 169, 240], использующие, например, интегрирование (осреднение по отдельным переменным). Общая дискуссия о статистических методах повышения эффективности моделирования содержится в [279, 301, 346, 410]. Специально применительно к проблемам телетрафики, вопросы повышения точности моделирования обсуждались в книге М. А. Шнепса-Шнеппе [217] и ряде его журнальных статей.

Что касается метода существенной выборки, то, как было показано в недавних работах И. Ю. Линника [117, 118], перенесение его на случай задач теории массового обслуживания не является тривиальным. В этих работах сконструированы алгоритмы, аналогичные «алгоритмам с нулевой дисперсией» в задачах переноса излучения. Можно ожидать, что эти алгоритмы найдут широкое применение при оценке малых вероятностей методом Монте-Карло в задачах массового обслуживания. Можно отметить также определенную связь между задачами на собственные значения (задача определения критического размера реактора) и задачами массового обслуживания, которая еще не проявилась в полной мере.

Мы лишены возможности рассматривать подробно вопросы, связанные с моделированием (имитацией) различных систем. Моделирование получило в настоящее время широкое распространение. Достаточно сослаться на библиографию [287], где собрано более 700 названий, имеющих отношение к имитации. Можно считать, что метод Монте-Карло используется при моделировании, но основные проблемы в этой области, по крайней мере в настоящее время, сосредоточены на средствах удобного описания модели. Такими средствами можно считать специальные компилирующие системы и языки моделирования [46, 64, 66, 94, 128, 352, 354, 376, 395, 396, 437]. Системы подпрограмм и стандартные процедуры, связанные с этими системами и языками, включают датчики случайных чисел, получение реализаций случайных процессов и обработку статистических данных, получаемых в результате моделирования. Мы не будем более подробно останавливаться на проблемах, связанных с моделированием. Упомянем только в качестве характерных примеров работы Х. Ш. Маргулиса и Г. Я. Фридмана [126], [127], Ю. Г. Полляка [165], Найлора, Уолланса, Сассера [392], а также [110, 359, 313]. Дальнейшую библиографию можно найти в монографиях раздела 1.4, а также в [390, 287]. Из числа этих работ следует выделить, впрочем, две группы. Первую, связанную с управлением сложными системами (такими, как энергообъединение): [20, 36, 48, 114] (см. также [359]) и вторую, связанную с созданием механизмов: [8, 41, 52, 200, 249, 305, 412, 453], и других конструкций [52, 260].

**4.3. Статистическая физика, теория переноса заряженных частиц.** О приложениях метода Монте-Карло для решения задач разреженного газа довольно подробно упоминалось в связи с решением нелинейных уравнений. Применению метода Монте-Карло в квантовой статистике посвящены работы Фосдика [292], В. М. Замалина и Г. Э. Нормана [88, 89] и ряд работ сборника [135] (см. [28, 92]). В том же сборнике имеется работа В. С. Филинова [197], посвященная решению задач неидеальной слабо вырожденной плазмы. В упомянутых работах имеет место, в основном, простое моделирование, хотя вероятностные модели несколько видоизменяются для нужд метода Монте-Карло. Вопросам, связанным с имитацией полимерных цепочек, посвящен ряд работ, из которых мы упомянем [70] А. В. Добродумова и А. М. Ельяшевича и [375] Маккракина. В последней для улучшения метода вводятся статистические веса. Различным моделям статистической физики посвящены работы [222, 237, 253, 256, 281, 324, 351]. Типичные примеры расчета каскадных процессов содержатся в [178, 232, 233]. Из других работ, связанных с заряженными частицами упомянем [42] и работы [162, 271], посвященные рассеянию электронов. Наконец, следует отметить работы, связанные с моделированием жидких сред [459], решением нестационарных задач гидродинамики вязко-пластических сред [92] и моделированием турбулентности [239].

**4.4. Математическая статистика.** В этой области метод Монте-Карло очень широко используется как инструмент экспериментального определения (или проверки) статистических характеристик различных решающих процедур математической статистики. Среди огромного количества работ, написанных на эту тему, нам встретились только две: [240, 406], где с целью уменьшения дисперсии оценки использованы методы существенной и расслоенной выборок. Во всех остальных работах результаты получены путем прямого моделирования изучаемого распределения. Ниже указана тематика работ такого рода, выполненных за период с 1969 г. Исследование свойств оценок: [388, 243, 436, 288, 420, 417, 425, 240, 275, 416, 402, 406, 344, 113, 310]; исследование свойств распределений: [299, 340, 358, 311, 424, 294, 252, 421, 415, 339]; исследование свойств тестов: [460, 263, 302, 434, 341, 353, 411, 251, 383, 258, 454, 286, 393]. Таким образом, данная область приложений метода Монте-Карло находится пока в стороне от тех достижений в построении эффективных схем моделирования, которые имеются в других областях.

Метод Монте-Карло применяется также в задачах планирования эксперимента. Уже давно известны схемы рандомизованного выбора плана эксперимента из некоторой конечной совокупности планов в задачах дисперсионного анализа. В последние годы стала развиваться теория рандомизованного планирования эксперимента применительно к регрессионным моделям. Первой в этом направлении является по-видимому, работа Б. Л. Грановского и С. М. Ермакова [56], в которой была сформулирована задача планирования регрессионного эксперимента в пространстве функций регрессии $L_2$, т. е. когда относительно измеряемой (наблюдаемой) функции отсутствует практически всякая априорная информация. Для решения этой задачи в [56] предложена такая рандомизация классической схемы метода наименьших квадратов, которая приводит к несмещенной оценке элемента наилучшего приближения к искомой функции регрессии в метрике $L_2$ относительно заданной системы ортонормированных функций.

Соответствующая вероятностная мера в области планирования называется при этом рандомизованным планом эксперимента (р. п. э.). В [56] сформулировано также понятие допустимости р. п. э. и получен ряд результатов, обобщающих соответствующие результаты для случайных квадратур. В работе С. М. Ермакова [78] подробно исследована задача выбора оптимального в некотором смысле р. п. э., которая сводится к задаче бесконечномерного программирования, а в работе С. М. Ермакова и Е. В. Седунова [87] изучены р. п. э. с одной свободной точкой. Результаты, полученные в [87], основаны на исследованиях по случайным квадратурам гауссовского типа.

**4.5. Другие приложения.** Перейдем далее к перечислению других приложений метода Монте-Карло. Эффективность обнаружения вычислялась методом Монте-Карло в работе [234].

При этом использовалась техника типа расслоенной выборки с последовательным улучшением расслоений. В работах Теодореску [432, 433] метод Монте-Карло применялся для изучения модели обучения типа Буша—Мостеллера. Метод Монте-Карло для решения задач сетевого планирования использовался в [44, 121, 122, 140, 191, 255]. Вопросы миграции рассматривались в [364], селекции — в [303, 304]. С нелинейной фильтрацией случайных процессов связаны работы [27, 103, 326, 414, 419]. Довольно обширная литература посвящена вопросам надежности и восстановления ненадежных систем: [7, 29, 30, 31, 32, 53, 101, 172, 189, 198]. Здесь следует отметить работы [172, 198], где была предпринята попытка построить фиктивную модель с целью ускорения моделирования процесса отказов. С использованием метода Монте-Карло при моделировании боевых действий можно познакомиться по работам [193, 231]. Здесь используется непосредственное моделирование (имитация). Следует отметить использование метода Монте-Карло в химии для моделирования химического реактора [132], расчетов непрерывных процессов сушки в аппаратах взвешенного слоя [151] и решения других задач [37, 76, 235, 298, 461]; в геологии [2, 170, 214, 329]; в регулировании водного стока [176, 138], в астрономии [333]; в задачах фильтрации [220]; в ракетной технике [260] и, наконец, в животноводстве [102].

## БИБЛИОГРАФИЯ


1. **Абуталиев Э. Б.,** Садуллаев Р. С., К численному решению стационарной задачи теории фильтрации методом Монте-Карло. В сб. «Вопр. кибернет. и вычисл. мат. «Ташкент», «Фан», 1969, вып. 28, 109—113 (РЖМат, 1970, 1Б774)
2. —, Умирбеков А. У., Садуллаев Р. С. Решение задачи интерференции скважин с применением метода Монте-Карло и электронной вычислительной машины «М-20». Тр. Ташкентск. политехн. ин-та, 1966, вып. 37, 33—43 (РЖМат, 1967, 4Б570)
3. —, —, —, Приближенное решение краевой задачи для уравнения эллиптического типа в многосвязной области методом Монте-Карло. Тр. Ташкентск. политехн. ин-та, 1967, вып. 43, 142—158 (РЖМат, 1968, 6Б784)
4. **Авасте О. А.,** Вайнико Г. М., Глазов Г. Н., Креков Г. М., Титов Г. А., Статистическое моделирование переноса коротковолновой радиации в разорванной облачности. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.», Новосибирск, 1974, 232—239
5. **Акимов П. П.,** Городецкий Ю. М., Шукурьян С. И., О моделировании гауссовых случайных последовательностей на цифровых вычислительных машинах. Автоматика и телемеханика, 1968, № 11, 45—50 (РЖМат, 1969, 4В194)
6. **Александров А. А.,** Статистические испытания программы генерации последовательности псевдослучайных чисел на ЭЦВМ «Наири». Научн. тр. Омск. ин-т инж. ж-д. трансп., 1970, **115**, 41—49 (РЖМат, 1971, 4В682)
7. **Александров В. М.,** Сысоев В. И., Применение метода Монте-Карло к синтезу систем по критерию максимальной надежности. В сб. «Некотор.

вопр. надежности в задачах автомат. управл.», М., 1967, 5—9 (РЖМат, 1968, 11В228)

8. **Ализаде Р. И.**, Синтез шарнирно-рычажных механизмов методом статистических испытаний. Машиноведение, 1968, № 3
9. **Анолик М. В.**, Вычисление кратных интегралов, встречающихся в задаче о структуре ударной волны в одноатомно разреженном газе. В сб. «Методы вычислений», Изд-во Ленингр. ун-та, 1968, вып. 5, 49—60
10. —, Баранцев Р. Г., Вторая итерация интегрального кинетического оператора в ударной волне одноатомного газа. В сб. «Методы вычислений», Изд-во Ленингр. ун-та, 1968, вып. 5, 43—48
11. —, Мирошин Р. Н., Вычисление континуальных интегралов в задачах об отражении атомов газа от шероховатой поверхности. Вестн. Ленингр. ун-та, 1971, № 7, 52—55 (РЖМат, 1972, 1В366)
12. **Антипов М. В.**, К оценке датчика псевдослучайных чисел. В сб. «Вычисл. системы». Новосибирск, 1970, вып. 42, 81—88 (РЖМат, 1971, 10В813)
13. —, Оптимальный производящий множитель мультипликативного датчика. В сб. «Вероятн. методы решения задач мат. физ.». Новосибирск, 1971, 7—25 (РЖМат, 1972, 8В600)
14. **Антюфеев В. С.**, Михайлов Г. А., Назаралиев М. А., Модификации локальных оценок с учетом осевой симметрии в задачах атмосферной оптики. В сб. «Вероятн. методы решения задач мат. физ.». Новосибирск, 1971, 26—43
15. **Ахатов Ю. К.**, Умирбеков А. У., Обзор по некоторым методам Монте-Карло для решения дифференциальных уравнений эллиптического типа. В сб. «Вопросы вычисл. и прикл. мат.». Ташкент, 1972, вып. 10, 74—78 (РЖМат, 1972, 8В909)
16. —, —, Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Монте-Карло. Тр. Ташкент. политехн. ин-та, 1972, вып. 76, 74—89 (РЖМат, 1973, 4Б927)
17. **Бахвалов Н. С.**, Об оптимальных оценках сходимости квадратурных процессов и методов интегрирования типа Монте-Карло на классах функций. В сб. «Числ. методы решения дифференц. и интегральн. уравнений». М., «Наука», 1964, 5—63 (РЖМат, 1965, 3Б680)
18. —, Оценка снизу меры случайности, необходимой при употреблении метода Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1965, 5, № 4, 760—763 (РЖМат, 1966, 1Б570)
19. —, *Численные методы. Анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения.* Учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. «Прикл. математика», М., «Наука», 1973 (РЖМат, 1974, 2Б1018К)
20. **Бартоломей П. И.**, Использование метода Монте-Карло для расчета оптимального режима энергосистемы на цифровых вычислительных машинах. Тр. Уральского политехн. ин-та, 1966, СБ, 154, 72—82 (РЖМат, 1967, 6В788)
21. **Белов В. Ф.**, Глазов Г. Н., Креков Г. М., Алгоритмы расчета флуктуаций лазерных сигналов, рассеянных облаками. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 246—253
22. **Бернистейн М. С.**, Романкевич А. М., Генератор случайных чисел с изменяемым законом распределения. Кибернетика, 1973, № 1, 115—121
23. **Брайнина М. З.**, Генерозов В. Л., Кузнецов В. Г., Сакович В. А., Вычисление производных дозы методом Монте-Карло для оптимизации формы и состава радиационной защиты. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1967, 7, № 4, 953—957
24. **Бусленко Н. П.**, Моделирование сложных систем. М., «Наука», 1968 (РЖМат, 1969, 7В501К)
25. **Бухараев Р. Г.**, Автоматный синтез управляемого генератора случайных величин. В сб. «Вероятности. автоматы и их применение». Рига, «Зинатне», 1971, 97—101 (РЖМат, 1971, 10В442)
26. **Быков В. В.**, Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М., «Сов. радио», 1971

27. —, Малайчук В. П., Применение метода Монте-Карло для исследования реакции амплитудного приемника на колебания, модулированные флюктуациями по частоте. Радиотехника и электроника, 1967, 12, № 8
28. **Валуев А. А.**, Норман Г. Э., Метод Монте-Карло с динамическими изменениями. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.», Новосибирск, 1974, 268—274
29. **Варжапетян А. Г.**, Сажин Ю. Е., Об ускорении процесса статистического моделирования отказов элементов системы. Автоматика и вычисл. техн., 1971, № 2, 95—96 (РЖМат, 1971, 9В329)
30. —, —, Ускорение процесса моделирования надежности систем методом Монте-Карло. Автоматика и вычисл. техн., 1973, № 6, 59—61 (РЖМат, 1974, 4В232)
31. **Вдовин А. А.**, Кравицкий А. О., Исследование методом статистических испытаний организации восстановления ненадежных систем. В сб. «Системы управления и коммутации». М., «Наука», 1965.
32. —, —, Исследование методом Монте-Карло организации восстановления ненадежных систем. В сб. «Прикл. задачи техн. кибернет.». М., «Сов. радио», 1966, 147—166 (РЖМат, 1967, 9В363)
33. **Веселовская А. З.**, О решении первой краевой задачи для волнового уравнения методом Монте-Карло. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 128—135 (РЖМат, 1974, 9Б1171)
34. **Власов В. И.**, Улучшение метода статистических испытаний (Монте-Карло) для расчета течений разреженных газов. Докл. АН СССР, 1966, 167, № 5, 1016—1018
35. —, Расчет методом Монте-Карло потока тепла между параллельными пластинами в разреженном газе. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, 1, № 4, 46—51
36. Водноэнергетические расчеты методом Монте-Карло (под ред. А. Ш. Резниковского). М., «Энергия», 1969
37. **Воробьев В. А.**, Кивран В. К., Наац И. Э., Моделирование случайных плотных упаковок равных сфер на цифровых электронно-вычислительных машинах. Изв. Томск. политехн. ин-та, 1972, 223, 31—36 (РЖМат, 1973, 7В668)
38. **Воронцов Ю. В.**, Полляк Ю. Г., Об использовании квазислучайных последовательностей при прямом вероятностном моделировании систем. Автоматика и вычисл. техн. 1971, № 6, 23—27 (РЖМат, 1972, 1В410)
39. **Вошврда М.**, Генерирование случайного процесса с помощью авторегрессионных схем. В сб. «Стат. пробл. упр.». Вильнюс, 1973, вып. 4, 148—162 (РЖМат, 1973, 12В193)
40. **Гарабедян С. М.**, Романовский И. В., Приближенное построение доверительных интервалов для параметров марковской цепи. Теория вероятн. и ее применения, 1967, 12, № 1, 123—127 (РЖМат, 1967, 11В73)
41. **Гаррет Холл мл.**, Учет влияния допусков и зазоров при проектировании рычажных механизмов. Конструирование и технология машиностроения. М., «МИР», 1969, № 1
42. **Генерозов В. Л.**, Коломенский В. Л., Кузнецов В. Г., Сакович В. А., Применение метода Монте-Карло для вычисления риска превышения заданной дозы протонов солнечных вспышек. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1970, 10, № 1, 247—250 (РЖМат, 1970, 6Б902)
43. **Герман В. А.**, Соболь И. М., Об использовании поверхностей постоянной плотности при моделировании многомерных случайных величин. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1971, 11, № 3, 789—791 (РЖМат, 1971, 11В264)
44. **Гиффлер Б.**, Томпсон Д., Ван-Нессе В., Опыт вычислений с применением линейного алгоритма и алгоритма Монте-Карло для решения задач календарного планирования на производстве. В сб. «Календарн. планирование». М., «Прогресс», 1966, 42—61 (РЖМат, 1967, 6В320)

45. **Гладкий В. С.**, Вероятностные вычислительные модели. М., «Наука», 1973
46. **Глушков В. М.**, Колинниченко Л. А., Марьянович Т. П., Москаленко В. М., Сахнюк М. А., СЛЭНГ-система программирования для моделирования дискретных систем. Киев, Изд-во ин-та кибернетики АН УССР, 1968
47. **Голенко Д. И.**, Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах. М., «Наука», 1965, (РЖМат, 1965, 8В279К)
48. —, Кеслер С. М., Лившиц С. Е., Мордвинов В. Ю., Статистическое моделирование процесса функционирования системы управления. Тр. Ленингр. инж.-экон. ин-та, 1972, вып. 94, 82—90 (РЖМат, 1973, 3В691)
49. **Гольдштейн В. Г.**, Черновой Б. М., Об одном способе моделирования случайного вектора. Изв. Сиб. отд. АН СССР, 1973. Сер. техн. н., вып. 3, № 13, 153—154 (РЖМат, 1974, 3В106)
50. **Голубицкий Б. М.**, Танташев М. В., Об ограничении дисперсии «локальных» оценок при решении задач переноса излучения методом Монте-Карло, Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1972, **12**, № 1, 249—252 (РЖМат, 1972, 5Б1162)
51. **Гондарев В. П.**, Об одном способе получения случайных чисел. В сб. «Региональн. научн.-техн. семинар по стат. анализу, моделир. и автоматиз. контроля объектов с конструктивно-сложн. структурой». Таганрог, 1971, вып. 3, 3—13 (РЖМат, 1972, 6В128)
52. **Горнова Э. Г.**, Применение метода Монте-Карло с самообучением в оптимальном проектировании конструкции. Тр. Белорус. ин-та ж.-д. трансп., 1972, вып. 114, 44—48 (РЖМат, 1973, 1В375)
53. **Горский Л. К.**, Статистические алгоритмы исследования надежности. М., «Наука», 1970 (РЖМат, 1970, 9В248К)
54. **Грановский Б. Л.**, О дисперсии случайных квадратур гауссовского типа. В сб. «Исслед. операций и стат. моделир.» Ленингр. ун-т, 1972, вып. 1, 53—60 (РЖМат, 1973, 12В192)
55. —, Об условиях допустимости одного класса квадратурных формул со случайными узлами. Мат. заметки., 1974, вып. 2, 16, 247—303
56. —, Ермаков С. М., О непараметрическом подходе к задачам планирования регрессионных экспериментов. Докл. АН СССР, 1968, **180**, № 2, 273—275 (РЖМат, 1968, 12В207)
57. —, Столяров В. Г., К вопросу о допустимости квадратурных формул со случайными узлами. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.», Новосибирск, 1974, 78—85 (РЖМат, 1974, 8Б880)
58. **Григорьев Ю. Н.**, Иванов М. С., Харитонова Н. И., Решение задачи о течении Куэтта для кинетического уравнения БГК методом Монте-Карло. В сб. «Вероятн. методы решения задач мат. физ.». Новосибирск, 1971, 69—86
59. —, —, —, К вопросу о решении нелинейных кинетических уравнений динамики разреженных газов методом Монте-Карло. В сб. «Числ. методы мех. сплош. среды». Новосибирск, 1971, 2, 101—107 (РЖМат, 1972, 6Б452)
60. **Григорьева О. В.**, Прием понижения дисперсии в методе Монте-Карло. Уч. зап. Казанск. ун-та, 1966, **125**, № 6, 79—81 (РЖМат, 1967, 6В90)
61. —, Метод Монте-Карло для одной краевой задачи эллиптического типа. Уч. зап. Казанск. ун-та, 1966, **125**, № 6, 82—84 (РЖМат, 1967, 4Б571)
62. **Губенко В. С.**, Кириллов Н. Е., Мешковский К. А., Черкунов А. И., Формирование псевдослучайных равномерно распределенных чисел из шумоподобных сигналов. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1969, № 1, 57—63 (РЖМат, 1969, 9В145)
63. **Гулин Ю. А.**, Велижанин В. А., Дядькин И. Г., Расчет методом Монте-Карло зависимости показаний гамма-гамма-каротажа от плотности породы и толщины глинистой корки для зондов до 1 метра.

В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 221—224
64. **Гусев В. В.,** Языки моделирования и некоторые тенденции их развития. Киев, 1972
65. **Гячяускас Э.,** О статистических квадратурах. Теория вероятн. и ее применения, 1964, 9, № 4, 707—710 (РЖМат, 1965, 4В91)
66. **Дал У.-И.,** Мюрхауг Б., Ньюгорд К., СИМУЛА-67. Универсальный язык программирования. М., «Мир», 1969 (РЖМат, 1970, 3В578К)
67. **Денисик С. А.,** Лебедев С. Н., Малама Ю. Г., Об одной проверке нелинейной схемы метода Монте-Карло. Ж. Вычисл. мат. и мат. физ., 1971, 11, № 3, 783—785 (РЖМат, 1971, 11Б1113)
68. —, —, —, Осипов А. Н., Применение метода Монте-Карло для решения задач кинетики газов. Физика горения и взрыва, 1972, 8, № 3, 331—349
69. **Добрис Г. В.,** Метод синтеза генератора псевдослучайных чисел для стохастических вычислительных машин на основе двух регистров сдвига. Автоматика и вычисл. техн., 1973, № 2, 1—7 (РЖМат, 1973, 10В606)
70. **Добродумов А. В.,** Ельяшевич А. М., Имитация хрупкого разрушения полимеров на сеточной модели методом Монте-Карло. Физика твердого тела, 1973, 15, 1891—1893
71. **Дядькин И. Г.,** Лисененков А. Т., Понятов Г. И., Об ускорении сходимости метода Монте-Карло при решении задач радиоактивного каротажа, Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1965, 5, № 4, 763—768 (РЖМат, 1966, 2Б689)
72. —, Стариков В. Н., Об одной возможности экономии машинного времени при решении уравнения Лапласа методом Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1965, 5, № 5, 936—938 (РЖМат, 1966, 2Б628)
73. —, —, Об использовании симметрии и других особенностей нейтронных траекторий для ускорения расчетов методом Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1968, 8, № 5, 1001—1012 (РЖМат, 1969, 5В607)
74. **Елепов Б. С.,** Михайлов Г. А., О решении задачи Дирихле для уравнения $\Delta u - cu = -g$ моделированием блужданий по сферам. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1969, 9, № 3, 647—654 (РЖМат, 1969, 11Б729)
75. —, —, Алгоритм «блуждания по сферам» для уравнения $\Delta u - cu = -g$. Докл. АН СССР, 1973, 212, № 1, 15—18 (РЖМат, 1973, 12Б1149)
76. **Енукашвили И. М.,** Бегалишвили Н. А., О численном решении интегральных кинетических уравнений коагуляции методом Монте-Карло. Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана, 1973, 9, № 8, 878—882 (РЖМат, 1973, 12Б1149)
77. **Ермаков С. М.,** О распределении узлов интерполяционно-кубатурных формул. В сб. «Вопр. вычисл. и прикл. мат.». Ташкент, 1970, вып. 38, 22—28 (РЖМат, 1971, 5Б1110)
78. —, Об оптимальных несмещенных планах регрессионных экспериментов. Тр. мат. ин-та АН СССР, 1970, 111, 252—257 (РЖМат, 1971, 7В319)
79. —, Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М., «Наука», 1971, (РЖМат, 1972, 2В185К)
80. —, Замечание о псевдослучайных последовательностях. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1972, 12, № 4, 1077—1082 (РЖМат, 1972, 11Б1178)
81. —, Метод Монте-Карло для итерации нелинейных операторов. Докл. АН СССР, 1972, 204, № 2, 271—274 (РЖМат, 1972, 9Б728)
82. —, Об аналоге схемы Неймана—Улама в нелинейном случае. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1973, 13, № 3, 564—573 (РЖМат, 1973, 9В234)
83. —, Илюшина Г. А., О вычислении одного класса интегралов с помощью случайных интерполяционно-квадратурных формул. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 67—71 (РЖМат, 1974, 8Б882)
84. —, Митиоглова Л. В., Об одном методе поиска экстремума, использующем обобщенный метод Неймана моделирования случайных величин.

В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 146—151 (РЖМат, 1974, 8В218)

85. —, Некруткин В. В., Прошкин А. Я., Сизова А. Ф., О решении методом Монте-Карло нелинейного уравнения Больцмана. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 254—261 (РЖМат, 1974, 8Б873)

86. —, Нефедов В. С., Об оценках ряда Неймана по методу Монте-Карло. Докл. АН СССР, 1972, 202, № 1, 27—29 (РЖМат, 1972, 6В126)

87. —, Седунов Е. В., Рандомизованные планы регрессионных экспериментов с одной свободной точкой. В сб. «Исслед. операций и стат. модел.». Л., Ленингр. ун-т, 1972, вып. 1, 61—71 (РЖМат, 1973, 11В274)

88. **Замалин В. М.**, Норман Г. Э., О методе Монте-Карло в феймановской формулировке квантовой статистики. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1973, 13, № 2, 408—420 (РЖМат, 1973, 8Б501)

89. —, —, Филинов В. С., О методе Монте-Карло для ферми-частиц в квантовой статистике. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 262—267 (РЖМат, 1974, 8В173)

90. **Золотухин В. Г.**, Климанов В. А., Лейпунский О. И. и др. Прохождение излучений через неоднородности в защите. М., Атомиздат, 1968.

91. —, Ксенофонтов А. И., Панченко А. М., Синёв В. В., Разработка и использование некоторых модификаций метода Монте-Карло применительно к расчету поля излучения на больших расстояниях от источника. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 190—191.

92. **Ильясов А. М.**, Исякаев В. А., Решение одной задачи гидродинамики методом Монте-Карло. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 289—295 (РЖМат, 1974, 8В174)

93. **Иомдин Г. И.**, Каневский В. А., Михайлов Г. А., О некоторых алгоритмах моделирования модели бета- и гамма-распределений и их быстродействии. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 47—54 (РЖМат, 1974, 8В182)

94. **Ионин Г. Л.**, Седол Я. Я., Статистическое моделирование случайных процессов. Международная конференция по теории вероятностей и мат. статистике. Вильнюс, 25—30 июня 1973. Тезисы докладов, I, 1973, 281—284

95. **Каневский В. А.**, Состоятельность метода поколений с постоянным числом частиц. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 166—176 (РЖМат, 1974, 8В168)

96. **Каргин Б. А.**, Некоторые вопросы решения нестационарных задач теории переноса узких пучков излучения методом Монте-Карло. В сб. «Вероятност. методы решения задач мат. физ.». Новосибирск, 1971, 123—155 (РЖМат, 1972, 7Б939)

97. **Клейза В. В.**, Метод Монте-Карло для локализации решений систем нелинейных уравнений. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 152—154

98. —, Решение нелинейных разностных уравнений методов Монте-Карло. В сб. «Дифференц. уравнения и их применение». Вильнюс, 1973, вып. 3, 51—67

99. **Климов Г. П.**, Стохастические системы обслуживания. М., «Наука», 1966 (РЖМат, 1968, 6В47К)

100. **Козлов Г. А.**, Об оценке погрешности метода статистических испытаний (Монте-Карло), вызванной неидеальностью распределения случайных чисел. «Теория вероятн. и ее применения», 1972, 17, № 3, 518—534 (РЖМат, 1972, 12В104)

101. **Койфман А. А.**, Расчет надежности вычислительных средств методом статистического моделирования при применении локального резервирования и перестройки. В сб. «Вероятн. автоматы и их применение». Рига, «Зинатне», 1971, 207—211 (РЖМат, 1971, 9В436)

102. **Колемаев В. А.**, Пащенко П. Д., К применению планирования эксперимента и статистического моделирования в животноводстве. Экономика и мат. методы, 1973, 9, № 5, 992—994 (РЖМат, 1974, 2В412)

103. **Кондюрин Ю. Н.**, Некоторые способы повышения точности метода Монте-Карло с применением к расчету вероятностных характеристик нелинейных систем автоматического регулирования. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1968, 8, № 5, 1167—1173 (РЖМат, 1969, 3В147)

104. —, О моделировании случайных величин методом суперпозиций. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1970, 10, № 1, 262—266 (РЖМат, 1970, 6Б901)

105. —, Об одном алгоритме метода Монте-Карло для расчета функционалов, определяемых траекториями нелинейной системы стохастических дифференциальных уравнений. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1970, 10, № 6, 1375—1384 (РЖМат, 1971, 6В172)

106. **Конюховский В. В.**, Арифметическое моделирование процесса Пуассона. «Сб. работ Вычисл. центра Моск. ун-та», 1972, 13, 125—137 (РЖМат, 1973, 1В273)

107. —, Моделирование равномерного распределения. «Сб. работ Вычисл. центра Моск. Ун-та», 1972, 18, 138—154 (РЖМат, 1973, 1В274)

108. **Коробов Н. М.**, Теоретико-числовые методы в приближенном анализе. М., Физматгиз, 1963 (РЖМат, 1974, 7Б627К)

109. **Косарев Ю. Г.**, Наумов В. А., Розин С. Г., Ярошевич А. А., Решение задачи о рассеянии энергии ионизирующего излучения методом Монте-Карло по системе «Минск-222». В сб. «Вычисл. системы», вып. 30. Новосибирск, «Наука», 1968, 41—45 (РЖМат, 1969, 9В448)

110. **Кочарян Т. П.**, Моделирование сложных систем с помощью кусочно-непрерывных марковских процессов. Научн. тр. Моск. инж.-экон. ин-та, 1973, вып. 66, 3—7 (РЖМат, 1974, 1В794)

111. **Коченов М. И.**, Правоторова Е. А., Сергеев В. И., Вероятностное моделирование в задачах точности. М., «Наука», 1973, 152 (РЖМат, 1973, 12В732К)

112. **Кронберг А. А.**, Об одном сочетании метода Келлога с методом Монте-Карло. В сб. «Методы Монте-Карло в вычислит. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 136—142 (РЖМат, 1974, 9Б1151)

113. **Куракина И. В.**, Оценка квантилей некоторых статистик при помощи метода Монте-Карло. В сб. «Случайн. процессы и стат. выводы». Ташкент, «Фан», 1971, 34—36 (РЖМат, 1973, 1В177)

114. **Куров Б. Н.**, Шаханов В. С., Метод анализа чувствительности алгоритма системы управления, оптимизирующий режимы энергообъединения, на основе дисперсионного анализа и метода Монте-Карло. Тр. ин-та электрон. управ. машин, 1969, вып. 5, 43—77 (РЖМат, 1971, 8В756)

115. **Куропатенко Э. С.**, Огибин В. Н., Об одной схеме моделирования траекторий частиц в системах сложной геометрии. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1968, 8, № 1, 211—216 (РЖМат, 1968, 7Б745)

116. **Лаппа А. Д.**, Кольчужкин А. М., Учайкин В. В., Интегральные уравнения для вероятностных характеристик функционалов, заданных на траекториях марковской цепи. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 114—121 (РЖМат, 1974, 9В38)

117. **Линник И. Ю.**, Об улучшении сходимости метода Монте-Карло при вычислении параметров системы массового обслуживания. В сб. Вероятност. методы решения задач мат. физ.». Новосибирск, 1971, 156—164 (РЖМат, 1972, 7В194)

118. —, Улучшение сходимости метода Монте-Карло в некоторых задачах массового обслуживания. Кибернетика, 1973, № 5, 129—132 (РЖМат, 1974, 4В216)

119. **Лимар Е. Ф.**, Шахов Е. М., Шидловский В. П., Численные методы решения уравнения Больцмана. Обзор. В сб. «Числен. методы в

теории разреженных газов». Тр. вычисл. центра АН СССР, М., 1969
120. Любимов Ю. К., Получение на ЦВМ дискретных значений стационарного случайного процесса в неравноотстоящих точках. Автоматика и телемеханика, 1965, 26, № 12, 2239—2248 (РЖМат, 1966, 10В135)
121. Майзлин И. Е., Определение временных характеристик системы сетевого планирования со случайными оценками длительностей отдельных работ. В сб. «Цифровая вычисл. техника и программир.». М., «Сов. радио», 1967, вып. 2, 40 (РЖМат, 1968, 7В422)
122. —, Николаева Л. П., Определение методом статистических испытаний функции распределения времени окончания разработок при сетевом планировании. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1965, № 3, 97—103 (РЖМат, 1966, 3В180)
123. Майоров Л. В., Франк-Каменецкий А. Д., Сравнительная эффективность различных оценок в методе Монте-Карло. Препринт. ИАЭ им. И. В. Курчатова. М., 1969
124. Макаревич Л. В., Универсальный преобразователь случайных последовательностей. Пробл. передачи информ., 1971, 7, № 4, 55—58 (РЖМат, 1972, 3В189)
125. Малкина Л. А., Реализация случайных процессов с заданными корреляционными функциями. В сб. «Мат. методы решения экономических задач». М., «Наука», 1972, № 3, 157—165 (РЖМат, 1973, 4В314)
126. Маргулис Х. Ш., Фридман Г. Л., Статистическое моделирование некоторого класса сложных систем. Докл. АН СССР, 1966, 168, № 2, 296—299 (РЖМат, 1966, 10В252)
127. —, —, Статистическая модель промышленного предприятия. (На примере нефтеперерабатывающего завода). Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1967, № 3, 10—16 (РЖМат, 1967, 12В429)
128. Марковиц Г., Хауснер Б., Карр Б., Симскрипт. Алгоритмический язык для моделирования. М., «Сов. радио», 1966
129. Марчук Г. И., Ермаков С. М., Метод Монте-Карло и методы вычислительной математики. В сб. «Метод Монте-Карло в пробл. переноса излуч.» М., Атомиздат, 1967 (РЖМат, 1968, 6Б874)
130. —, Михайлов Г. А., О решении задач атмосферной оптики методом Монте-Карло. Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана, 1967, 3, № 3, 258—273 (РЖМат, 1967, 10Б713)
131. —, —, Назаралиев М. А., Дарбинян Р. А., Решение прямых и некоторых обратных задач атмосферной оптики методом Монте-Карло. Новосибирск, «Наука» (сиб. отд.), 1968
132. Махоткин О. А., Моделирование химического реактора с движущимся катализатором методом Монте-Карло. В сб. «Мат. пробл. химии». Новосибирск, 1970, 75—91 (РЖМат, 1971, 6В212)
133. —, Численное исследование процедур моделирования нормального и показательного распределений. В сб. «Вероятностн. методы решения задач мат. физ.». Новосибирск, 1971, 165—172 (РЖМат, 1972, 8В178)
134. Метод Монте-Карло в проблеме переноса излучений (сб). М., Атомиздат, 1967, 25—52
135. Методы Монте-Карло в вычислительной математике и математической физике (сб). Новосибирск, 1974
136. Методы Монте-Карло и их применения. Тезисы докл. на втором Всесоюз. совещ. по методам Монте-Карло 20—25 октября 1969. Тбилиси, 1969
137. Методы Монте-Карло и их применения. Тезисы докл. на III Всес. конф. по методам Монте-Карло 30 авг. — 3 сент. 1971 г. (АН СССР, Вычисл. центр Сиб. отд. АН СССР), Ин-т кибернетики АН СССР. Новосибирск, 1971 (РЖМат, 1971, 12Б192)
138. Миндиашвили А. П., Об одном способе программирования для моделирования гидрологических рядов методом Монте-Карло. Сакартвелос ССР Мецниеребата Академиис моамбе. Сообщ. ГрузССР, 1966, 43, № 2, 419—425 (РЖМат, 1966, 12В141)
139. Миркин Л. И., Рабинович М. А., Ярославский Л. П., Метод генерирования коррелированных гауссовских псевдослучайных чисел на

ЭВМ. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1972, 12, № 5, 1353—1357 (РЖМат, 1973, 1В392)
140. **Мироносецкий Н. Б.,** Рабинович И. Б., Методы Монте-Карло в сетевом планировании. В сб. «Вычисл. методы и программир. для ЭВМ «Урал-2», «Урал-4». Саратов, Саратовск. ун-т, 1966, 256—259 (РЖМат, 1967, 8В326)
141. **Михайлов Г. А.,** Расчеты критических систем методом Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1966, № 1, 71—80 (РЖМат, 1966, 6Б624)
142. —, О применении экспоненциального преобразования в расчетах прохождения частиц методом Монте-Карло. В сб. «Метод Монте-Карло в пробл. переноса излуч.». М., Атомиздат, 1967, 67—72 (РЖМат, 1968, 4Б518)
143. —, Об одном классе оценок по методу Монте-Карло. Теория вероятн. и ее применения, 1970, 15, № 1, 142—144 (РЖМат, 1970, 6В187)
144. —, Метод моделирования длины свободного пробега частицы. Атомная энергия, 1970, 28, № 2, 175
145. —, Два замечания о моделировании случайных величин. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1972, 12, № 5, 1350—1352 (РЖМат, 1973, 1В391)
146. —, Модификация локальной оценки потока частиц методом Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1973, 13, № 3, 574—582 (РЖМат, 1973, 9Б990)
147. —, Некоторые вопросы теории метода Монте-Карло. Новосибирск, «Наука», 1974
148. —, О «методе повторения» для моделирования случайных векторов и процессов (Рандомизация корреляционных матриц). В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 32—41 (РЖМат, 1974, 8Б131)
149. —, Назаралиев М. А., Оптимизация оценки функциональных зависимостей методом Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1970, 10, № 3, 734—740 (РЖМат, 1970, 10Б805)
150. **Мишустин Б. А.,** О решении задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом статистических испытаний. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1967, 7, № 5, 1179—1187 (РЖМат, 1968, 3Б697)
151. **Назаров В. П.,** Бабенко В. Е., Применение метода Монте-Карло для расчета непрерывных процессов сушки в аппаратах взвешенного слоя. В сб. «Мат. пробл. химии». Ч. I. Новосибирск, 1973, 108—113 (РЖМат, 1974, 3Б1006)
152. **Наумов В. А.,** Розин С. Г., Панько В. Л., Применение метода Монте-Карло в задачах анализа реакторного критического эксперимента. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 183—189 (РЖМат, 1974, 8В178)
153. —, —, Эльшерин Т. И., Об одной модификации метода Монте-Карло для расчета критических параметров реакторных систем. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974. 177—182 (РЖМат, 1974, 8Б176)
154. **Неделько С. А.,** Шпильберг А. Я., Алгоритмы блужданий при решении задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом Монте-Карло. В сб. «Вычисл. мат. и вычисл. техн.». Харьков, 1971, вып. 2, 79—80 (РЖМат, 1972, 2Б893)
155. **Некруткин В. В.,** Вычисление интегралов по пространству деревьев методом Монте-Карло. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 94—102 (РЖМат, 1974, 9Б1202).
156. —, О дисперсии некоторых оценок суммы ряда Неймана по методу Монте-Карло. В сб. «Исслед. операций и стат. моделир.». Л., Ленингр. ун-т, 1974, вып. 2, 115—120 (РЖМат, 1974, 9В165).
157. —, Прямая и сопряженная схемы Неймана — Улама для решения нелинейных интегральных уравнений. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1974, 14, № 6, 1409—1415
158. **Нордсик А.,** Хикс Б., Вычисление интеграла столкновений Больцмана

методом Монте-Карло. В сб. «Вычисл. методы в динамике разреж. газов». М., «Мир», 1969, 215—230.
159. **Носков В. Ф.**, Моделирование на ЦВМ стационарного нормального случайного процесса с дробно-рациональной спектральной плотностью. Докл. Всес. объедин. межвуз. конф. по физ. моделир. (VI) и кибернет. энерг. систем (II), 1972. Секц. теории постановки и обработки модельн. эксперимента. Баку, 1972, 128—133 (РЖМат, 1973, 3В290)
160. **Пиранашвили З. А.**, К вопросу моделирования одного класса нестационарных случайных процессов. В сб. «Вопросы исслед. операций». Тбилиси, «Мецниереба», 1966 (РЖМат, 1968, 4В132)
161. **Плетников Е. В.**, Труханов Г. Я., О расчете возмущений функционалов потока одного типа методом Монте-Карло. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 192—197 (РЖМат, 1974, 8В179)
162. **Пляшешников А. В.**, Лаппа А. В., Кольчужкин А. М., Моделирование процесса переноса электронов с использованием вложенных марковских цепей. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 283—288 (РЖМат, 1974, 8В172)
163. **Полляк Ю. Г.**, Об анализе псевдослучайных чисел. Автоматика и вычисл. техн., 1968, № 5, 31—35 (РЖМат, 1969, 4В129)
164. —, Моделирование последовательности неравностоящих по времени выборок из гауссовского случайного процесса. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1969, № 1, 50—56 (РЖМат, 1969, 6В112)
165. —, Оценка отношения показателей систем по данным статистического моделирования. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1971, № 4, 8—15 (РЖМат, 1972, 1В927)
166. —, Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М., «Сов. радио», 1971
167. **Поляк Д. Г.**, Оценка точности статистического моделирования систем массового обслуживания. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1970, № 1, 80—88 (РЖМат, 1970, 7В211)
168. —, Некоторые способы повышения точности статистического моделирования систем массового обслуживания. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1970, № 4, 75—85 (РЖМат, 1971, 1В221)
169. —, Розенталь Г. О., О повышении точности статистического моделирования систем массового обслуживания. Автоматика и вычисл. техн., 1972, № 6, 54—58 (РЖМат, 1973, 4В313)
170. **Разумовский Ю. В.**, О выборе коэффициентов систем линейных дифференциальных уравнений методом Монте-Карло [Сб. научн. статей]. Н.-и. горноруди. ин-т М-ва черн. металлургии СССР, 1969, № 13, 123—132 (РЖМат, 1969, 10Б687)
171. **Растригин Л. А.**, Дискретное моделирование непрерывных случайных процессов. Докл. V Межвузовск. конф. по физ. и мат. моделир. Секц. «Мат. вопр. вероятности. и кибернетич. моделир.». Изд-во МЭИ, 1968, 77—82 (РЖМат, 1969, 5В166)
172. **Рахвальский В. М.**, Ускорение процесса моделирования при оценке эффективности и надежности сложных систем методом статистических испытаний. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1966, № 1, 41
173. **Розин С. Г.**, Розина К. А., Холмский Л. Х., Об одном способе моделирования экспоненциального закона распределения. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1973, 13, № 2, 503—509 (РЖМат, 1973, 7В157)
174. **Рубинштейн Я. С.**, Мороз П. А., Малицкий М. Ф., Котляр Б. Я., Управление длиной реализации в методе Монте-Карло при оптимизации функционалов, заданных статистической моделью. В сб. «Вопр. кибернетики». Ташкент, 1971, вып. 42, 107—113 (РЖМат, 1971, 11В363)
175. **Саханенко А. И.**, О вырожденном методе повторения. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 42—46 (РЖМат, 1974, 8В132)
176. **Сванидзе Г. Г.**, Пиранашвили З. А., К вопросу о применении метода Монте-Карло в теории регулирования речного стока. Изв.

АН СССР. Энерг. и трансп., 1967, № 5, 151—157 (РЖМат, 1968, 6В161)
177. **Сизова А. Ф.**, Оценка плотности делений в сферическом реакторе. В сб. «Метод Монте-Карло в пробл. переноса излуч.». М., Атомиздат, 1967, 228—231
178. —, Расчет методом Монте-Карло внутриядерного каскада. В сб. «Исслед. операций и стат. моделир.». Л., Ленингр. ун-т, 1972, вып. 1, 159—162 (РЖМат, 1973, 10Б909)
179. **Снапелев Ю. М.**, Старосельский В. А., Моделирование и управление в сложных системах. М., «Сов. радио», 1974 (РЖМат, 1974, 12В203К)
180. **Соболь И. М.**, Три замечания о проверке псевдослучайных чисел. В сб. «Методы Монте-Карло и их применения». Тезисы докл. на 2-м Всес. сов. по методам Монте-Карло, 20—25 октября 1969. Тбилиси, Изд-во ИК АН ГрузССР, 1969, 183
181. —, Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара. М., «Наука», 1969 (РЖМат, 1970, 1Б806К)
182. —, Детерминистическая интерпретация критериев согласия и проверка псевдослучайных чисел. В сб. «Исслед. операций и стат. моделир.». Л., Ленингр. ун-т, 1972, вып. 1, 162—169 (РЖМат, 1973, 11В275)
183. —, О псевдослучайных числах для построения дискретных цепей Маркова методом Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1974, 14, № 1, 36—44 (РЖМат, 1974, 5В68)
184. —, Численные методы Монте-Карло. М., «Наука», 1973
185. —, Бесконечномерные равномерно распределенные последовательности в алгоритмах Монте-Карло. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 24—31 (РЖМат, 1974, 8Б901)
186. —, Статников Р. Б., ЛП-поиск и задачи оптимального конструирования. В сб. «Пробл. случайн. поиска». Т. I. Рига, «Зинатне», 1972, 117—135 (РЖМат, 1973, 12В297)
187. **Спанье Дж.**, Гелбард З., Метод Монте-Карло и задачи переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1972
188. **Срагович В. Г.**, Моделирование некоторых классов случайных процессов. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1963, 3, № 3, 586—593
189. **Старобин К. Б.**, Оценка надежности методом Монте-Карло. Тр. Ленингр. инж.-экон. ин-та, 1966, вып. 3, 48—50 (РЖМат, 1967, 2В168)
190. **Стоянцев В. Т.**, Недетерминированные методы интегрирования с конечным числом разыгрываемых способов. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1969, 9, № 6, 1235—1246 (РЖМат, 1970, 4Б951)
191. **Сытник В. Ф.**, Использование процедуры Монте-Карло для решения задачи календарного планирования. Исслед. операций и АСУ. Межвед. научн. сб., 1973, вып. 1, 75—84 (РЖМат, 1974, 5В676)
192. **Тарасов Г. П.**, К расчету осредненных линейных функционалов от решения уравнения переноса излучения в среде со случайными свойствами методом Монте-Карло. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 206—216 (РЖМат, 1974, 8В175)
193. **Ткаченко П. Н.**, Куцев Л. Н., Мещеряков Т. А., Чавкин А. М., Чебыкин Л. Д., Математические модели боевых действий. М., «Сов. радио», 1969
194. **Турчин В. Ф.**, К вычислению многомерных интегралов по методу Монте-Карло. Теория вероятностей и ее применения, 1971, 16, № 4, 738—742 (РЖМат, 1972, 3В137)
195. **Умирбеков А. У.**, Влияние шага сетки и числа испытаний на решение краевых задач методом Монте-Карло для уравнения Лапласа. Тр. Ташкент. политехн. ин-та, 1970, вып. 67, 68—81 (РЖМат, 1971, 4Б1031)
196. **Фетисов В. Н.**, Неравенство к методу Монте-Карло. Теория вероятностей и ее применения, 1974, 19, № 1, 224—226 (РЖМат, 1974, 7В217)
197. **Филинов В. С.** Применение метода Монте-Карло к исследованию неидеальной слабо вырожденной плазмы. В сб. «Методы Монте-Карло

в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 275—282 (РЖМат, 1974, 8В181)

198. **Фуксман А. Л.**, Харламова Е. Д., Шмайло Н. В., Ускорение процесса моделирования отказов в больших системах. Автоматика и вычисл. техн., 1969, № 1, 63

199. **Хайруллин Р. Х.**, Об одном алгоритме методов Монте-Карло для нахождения максимального характеристического числа линейного положительного оператора. В сб. «Функц. анализ и теория функций». Казань, Казанский ун-т, 1971, вып. 8, 156—166 (РЖМат, 1972, 5Б1163)

200. **Хигасино Итиро**, Исикэта Тадаси, Торито Ситэюки, Применение метода Монте-Карло к изучению двигателя внутреннего сгорания «Дзидося гидзюцу», Iidosha gijutsu, I. Soc. Automat. Eng. Japan, 1969, 23, № 4, 296—300 (РЖМат, 1969, 10В141)

201. **Хисамутдинов А. И.**, Оценка функционалов от решения сопряженного уравнения переноса излучения методом Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1968, 8, № 2, 467—471 (РЖМат, 1968, 9Б375)

202. —, Единичный класс оценок для вычисления по методу Монте-Карло функционалов от решения интегрального уравнения 2-го рода. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1970, 10, № 5, 1269—1280 (РЖМат, 1971, 3Б640)

203. —, К уменьшению дисперсии оценки вероятности методом Монте-Карло. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1970, 10, № 6, 1547—1549 (РЖМат, 1971, 6В173)

204. —, Оценки «единичного» класса с минимальной дисперсией. В сб. «Вероятности. методы решения задач мат. физ.». Новосибирск, 1971, 184—210 (РЖМат, 1972, 8В179)

205. —, Об одном виде оценок «единичного» класса. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1973, 13, № 3, 770—775 (РЖМат, 1973, 9В116)

206. —, Оценки с минимальными абсолютными моментами для вычисления методом Монте-Карло суммы ряда Неймана. Докл. АН СССР, 1973, 212, № 2, 308—311 (РЖМат, 1974, 1Б831)

207. —, О сравнении двух простых Монте-Карловских моделей для вычисления суммы ряда Неймана. В сб. «Методы Монте-Карло в вычисл. мат. и мат. физ.». Новосибирск, 1974, 122—127 (РЖМат, 1974, 9В227)

208. **Хэвиленд Дж. К.**, Решение двух задач о молекулярном течении методом Монте-Карло. В сб. «Вычисл. методы в динамике разреж. газов». М., «Мир», 1969, 7—115

209. **Хэ Юй-гун**, О сходимости и конечности дисперсий некоторых методов Монте-Карло для решения эллиптических дифференциальных уравнений с частными производными. Тр. политехн. ин-та Цинхуа, 1964, 11, № 2, 109—128 (РЖМат, 1965, 2Б595)

210. **Ченцов Н. Н.**, Псевдослучайные числа для моделирования марковских цепей. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1967, 7, № 3, 632—643 (РЖМат, 1968, 12В235)

211. **Черемисин Ф. Г.**, Метод прямого численного интегрирования уравнения Больцмана. В сб. «Числ. методы в теории разреж. газов». М., ВЦ АН СССР, 1969

212. —, Развитие метода прямого решения уравнения Больцмана. В сб. «Числ. методы в динамике разреж. газов», вып. 1. М., ВЦ АН СССР, 1973

213. **Шленник А. Ф.**, О решении задачи Дирихле методом блужданий. В сб. «Дифференц. уравнения и их применения в технике». Рига, Зинатне; 1968, 53—72 (РЖМат, 1968, 11Б689)

214. **Шкловер М. Д.**, О применении метода Монте-Карло для поиска нефтяных куполов малой амплитуды. Тр. 4-й зимн. школы по мат. программир. и смеж. вопр., вып. 5, М., 1972, 231—234 (РЖМат, 1974, 1В220)

215. —, О моделировании одного класса случайных полей. Теория вероятностей и ее применения, 1973, 18, № 2, 425—427 (РЖМат, 1973, 9В191)

216. **Шкурский Б. И.**, Метод математического моделирования двумерных

случайных полей. Изв. АН СССР. Техн. кибернет., 1969, № 6, 141—145 (РЖМат, 1970, 7В142)

217. **Шнепс-Шнеппе М. А.**, Численные методы теории телетрафика. М., «Связь», 1974

218. —, Школьный Е. И., О точности статистического моделирования СМО, описываемых полумарковскими процессами размножения и гибели. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1973, № 5, 60—65

219. **Шпилевский Э. К.**, К вопросу о решении дифференциальных уравнений с частными производными методом статистических испытаний с помощью аналоговых вычислительных машин. В сб. «Кибернетика и управление». М., «Наука», 1967, 131—140 (РЖМат, 1967, 10Б706)

220. **Эмих В. Н.**, О применении метода статистических испытаний (метода Монте-Карло) к решению плановой задачи неустановившейся фильтрации грунтовых вод (на примере задачи Г. Н. Каменского). В сб. «Материалы 3-го семинара по применению геофиз. и мат. методов при гидрогеол. и инж.-геол. исслед.». М., 1970, 220—226 (РЖМат, 1971, 3В173)

221. **Ясинский Ф. П.**, Применение метода Монте-Карло к нелинейным аэродинамическим проблемам. Изв. АН СССР. Сер. мех. жидк. и газа, 1968, № 6, 69—73

222. **Яницкий В. Е.**, Применение стохастического процесса Пуассона для расчета столкновительной релаксации неравновесного газа. Ж. вычисл. мат. и мат. физ., 1973, **13**, № 2, 505—510

223. **Afnan I. R.**, Tang Y. C., Evaluation of the imaginary part of the optical potential with a Monte-Carlo method. Nucl. Phys., 1970, **A141**, № 3, 653—663 (РЖМат, 1970, 7Б858)

224. **Ahrens I. H.**, Dieter V., Computer methods for sampling from the exponential and normal distributions. Communs. ACM, 1972, 15, № 10, 873—882 (РЖМат, 1974, 3В822)

225. —, —, Extensions of Forsythe's method for random sampling from the normal distribution. Math. Comput., 1973, **27**, № 124, 927—937 (РЖМат, 1974, 9Б1275)

226. —, —, Neuere Methoden zur Erzeugung von nicht-gleichverteilten **Zufall**svariablen. Z. angew. Math. und Mech., 1973, 53, № 4, T221—T223 (РЖМат, 1973, 10В164)

227. —, —, Grube A., Pseudo-random numbers: a new proposal for the choice of multiplicators. Computing, 1970, **6**, № 1-2, 121—138 (РЖМат, 1971, 7В762)

228. **Amann H.**, Eine Monte-Carlon-Methode mit Informationsspeicherung zur Lösung von elliptischen Randwertproblemen. Z. Wahrscheinlichkeitstheor. und verw. Geb., 1967, 8, № 2, 117—130 (РЖМат, 1968, 2Б730)

229. —, Optimale Anfangsverteilungen bei der Monte-Carlo-Methode mit Informationsspeicherung. Z. angew. Math. und Mech., 1967, **47**, № 5, 286—299 (РЖМат, 1968, 6Б783)

230. —, Monte-Carlo-Methoden und Lineare Randwertprobleme. Z. angew. Math. und Mech., 1968, 48, № 2, 109—116 (РЖМат, 1968, 12В290)

231. **Andersson S. E.**, A Monte Carlo model for simulation of tank battles. Nord tidskr. informationsbehandl, 1966, **6**, № 2, 89—100 (РЖМат, 1967, 4Б631)

232. **Armstrong T. W.**, Alsmiller R. G., Monte Carlo calculations of the nucleon-meson cascade in iron initiated by 1 and 3 — Gev. Protons and comparison with experiment. Nucl. Sci. and Eng., 1968, 33, № 3, 291—296

233. —, —, Chandler K. C., Monte Carlo calculations of High-energy nucleon-meson cascades and comparison with experiment. Nucl. Sci. and Eng. 1972, 49, № 1, 82—92

234. **Babe W. G.**, Ellsworth I. H., A computerized Monte Carlo simulation of solids mixing. Proc. Summer Comput. Simul. Conf., Montreal, 1973, vol. 1, La Jolla, Calif., 1973, 416—422 (РЖМат, 1974, 4Б1070)

235. **Baldini-Celio R.**, Ballico-Lay B., Spano-Mencuccini A., Un metodo di Monte Carlo auto-ottimizzato a piu' stadi applicato al calcolo di

un'efficienza di rivelazione. Lab. naz. Frascati Rept., 1968, № 54, 13p (РЖМат, 1969, 5B164)
236. —, —, —, A multistage self-improving Monte Carlo method. Nucl. Instrum. and Methods, 1969, 72, № 3, 317—320 (РЖМат, 1970, 4Б960)
237. **Ballance J. O.**, A Monte Carlo approach to transition and fire molecular flow problems. Rarefied Gas. Dynam., N. Y. Acad. Press, 1967, vol. 1, 578—588 (РЖМат, 1968, 2B141)
238. **Barra J. R.**, Controle statistique des suites de nombres «av hasard.», Rev. statist. appl., 1971, **19**, № 3, 19—26 (РЖМат, 1973, 5B210)
239. **Bass I.**, La simulation du hasard et les methodes mathematiques de la turbulance. Rev. CETHEDEC, 1973, **10**, № 34, 1—11 (РЖМат, 1974, 1Б771)
240. **Bayes A. J.**, A minimum variance sampling technique for simulation models. J. Assoc. Comput. Math., 1972, **19**, № 4, 734—741 (РЖМат, 1973, 11B273)
241. **Beasley I. D.**, W i l s o n H., Design and testing of the system 4 random number generator. Comput. J., 1969, **12**, № 4, 368—372
242. **Berger Arno.**, Die Prüfung rechnerisch erzeugbarer Pseudozufallszahlenfolgen. Wiss. Z. Martin-Luther-Univ. Halle-Witterferg. Math.-natur. R., 1970, **19**, № 2, 39—51 (РЖМат, 1971, 8B740)
243. **Berk R. H.**, A note on a Monte-Carlo estimation of Darling and Robbins. Isr. J. Math., 1969, **7**, № 4, 365—368 (РЖМат, 1970, 8B119)
244. **Berti S. N.**, Asupra metodei Monte-Carlo de evaluare a integralelor. Studii şi cercetări mat. Acad. RPR, 1963, **14**, № 2, 209—212 (РЖМат, 1964, 5Б550)
245. **Beyer W. A.**, R o o f R. B., W i l l i a m s o n D., The lattice structure of multiplicative congruental pseudo-random vectors. Math. Comput., 1971, **25**, № 114, 345—363
246. **Bhansali R. I.**, A Monte Carlo comparison of the regression method and the spectral methods of prediction. J. Amer. Statist. Assoc., 1973, **68**, № 343, 621—625 (РЖМат, 1974, 7B267)
247. **Bird G. A.**, Direct simulation and the Boltzmann equation. Phys. Fluids, 1970, **13**, № 11, 2677—2684
248. **Bischoff F. G.**, Y e a t e s M. L., M o o r e W. E., Monte Carlo evaluation of multiple scattering and resolution effects in Double-differential neutron scattering cross-section measurements. Nucl. Sci. and Eng., 1972, **48**, № 3, 266—280
249. **Blažek L.**, Bestimmung der optimalen Arbeitsweise eines Stahlwerkes mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode. Wiss. Z. Techn. Hochschule Otto von Guericke, Magdeburg, 1965, 9, № 4, 411—414 (РЖМат, 1966, 10Б745)
250. **Blomqvist N.**, Monte Carlo metoden och samplingteorin. Statist. tidskr., 1972, **10**, № 5, 389—399 (РЖМат, 1973, 2B220)
251. **Boardman Th. I.**, M o f f i t t D. R., Craphical Monte Carlo type I error rates for multiple comparison procedures. Biometrika, 1971, **27**, № 3, 738—744 (РЖМат, 1972, 4B168)
252. **Bohigas O.**, B r o d y T. A., F l o r e s J., M e l l o P. A., Monte Carlo studies of a class of real symmetric matrices. Rev. mex. fis., 1971, **20**, № 4, 217—229 (РЖМат, 1972, 11Б1179)
253. **Borgnakke C.**, L a r s e n P. S c h., Statistical collision model for Monte Carlo simulation of polyatomic gas. Rept. Dan. Center Appl. Math. and Mech., 1973, № 52 (РЖМат, 1973, 12Б1150)
254. **Bozzini M. T.**, Tecniche Monte Carlo per particolari contorni in problemi di tipo ellittico Rend. Ist. lombardo. Acad. sci. e lett., 1972, **A106**, № 1, 47—59 (РЖМат, 1973, 7Б931)
255. **Burt I. M. I.**, G a r m a n M. B., Monte Carlo techniques for stochastic pent network analysis INFOR. Canad. J. Oper. Res. and Information Processing, 1971, **9**, № 3, 248—268 (РЖМат, 1972, 9B532)
256. **Byckling E.**, K a a r t i n e n M., K a j a n t i e K., V i l l a n e n H., A Monte Carlo method for generating peripheral events. J. Comput. Phys., 1969, **4**, № 4, 521—530 (РЖМат, 1970, 6Б904)

257. **Cain V. R.**, Comparisons of Monte Carlo calculations to measurements of neutron leakage from the TSF—SNAP reactor. Nucl. Sci. and Eng., 1970, 41, № 2, 310—315
258. **Carmer S. G.**, Swanson M. R., An evaluation of ten pairwise multiple comparison procedures by Monte Carlo methods. J. Amer. Statist. Assoc., 1973, 68, № 341, 66—74 (РЖМат, 1973, 10В301)
259. **Carter L. L.**, Cashwell E. D., Taylor W. H., Monte Carlo sampling with continuously varying cross sections along flight path. Nucl. Sci. and Eng., 1972, 48, № 4, 403—411
260. **Cassou Marcel.**, Methodes de Monte-Carlo: application au lanceur Europa. II. ELDO/ESRO Techn. Rev., 1969, 1, № 2, 163—183 (РЖМат, 1971, 10Б819).
261. **Cenacci G.**, de Matteis A., Pseudo-Random numbers for comparative Monte Carlo calculations. Numer. Math., 1970, 16, № 1, 11—15
262. —, —, Quasi-Random sequences by Power Residues. Numer. Math., 1972, 20, 54—63 (РЖМат, 1973, 3В175)
263. **Chase G. R.**, Bulgren W. G., A Monte Carlo investigation of the robustness of $T^2$. J. Amer. Statist. Assoc., 1971, 66, 335, 499—502 (РЖМат, 1972, 4В137)
264. **Chi-Ich M.**, A Linear method for the optimum design of mechanisms. J. Mech., 1966, 1, 301—313
265. **Chilton A. B.**, Linear energy transformation for gammaray Monte Carlo calculations. Nucl. Sci. and Eng., 1968, 34, № 3, 328—329
266. **Chorin A. J.**, Hermite expansions in Monte-Carlo computation. J. Comput. Phys., 1971, 8, № 3, 472—482 (РЖМат, 1972, 5Б1164)
267. **Chubb J. N.**, A Monte Carlo computer programme for analysis of molecular gas flow. Res. Group. U. K. Atomic Energy Author., 1966, N CLM-R 52, 22 (РЖМат, 1966, 12В413)
268. **Cimmino G.**, Un metodo Monte Carlo per la risoluzione numerica dei sistemi di equazioni lineari. Atti Accad. Sci. Ist. Bologna. Cl. sci. fis. Rend., 1964—1965 (1967), 2, № 1-2, 39—44 (РЖМат, 1968, 9Б739)
269. **Coleman W. A.**, Monte Carlo calculation of the effect of subterranean perturbations on reflected. X-Rays. Nucl. Sci. and Eng., 1971, 46, № 1, 12—21
270. **Couot J.**, Convergence sûre de méthodes arithmétiques de Monte-Carlo pour l'inversion d'un opérateur linéaire. C. r. Acad. sci., 1968, **267**, № 22, A799—A802 (РЖМат, 1969, 6Б830)
271. **Cordaro M. C.**, Zucker M. S., A method for solving time-dependent electron transport problems. Nucl. Sci. and Eng., 1971, 45, № 2, 107—116
272. **Coveyou R. R.**, Cain V. R., Yost K. I., Adjonit and Importance in Monte Carlo application. Nucl. Sci. and Eng., 1967, 27, № 2, 219—234
273. —, Macpherson R. P., Fourier analysis of uniform random number generators. J. Assoc. Comp. Mach., 1967, 14, № 1, 100—119
274. **Cowdrey D. R.**, Reeves C. M., An application of the Monte Carlo method to the evaluation of some molecular integrals. Comput. J., 1963, 6, № 3, 277—286 (РЖМат, 1964, 4Б634)
275. **Cranley R.**, Patterson T. N. L., A regression method for the Monte Carlo evaluation of multidimensional integrals. Numer. Math., 1970, 16, № 1, 58—72
276. **Cugiani Marco**, Bozzini Maria T., Metodi Monte Carlo per problemi di tipo ellittico. Atti. Semin. mat. e fis. Univ. Modena, 1970(1971), 19, № 2, 354—370 (РЖМат, 1971, 10Б767)
277. —, Liverani A., Regoliosi G., Processi di simmetrizzazione nelle applicazioni Monte Carlo al problema di Dirichlet. Atti. Semin. mat. e fis. Univ. Modena, 1968, 17, 142—159 (РЖМат, 1969, 2Б859)
278. **Daboni L.**, Notizie e considerazioni sull'applicazione del metodo Monte Carlo in problemi differenziali di tipo ellittico. Rend. semin. mat. e fis., Milana, 1964, 34, 1—18 (РЖМат, 1965, 6Б486)
279. **Daley D. J.**, Monte Carlo estimation of the mean queue size in a stationary $GI/M/1$ queus. Operat. Res., 1968, 16, № 5, 1002—1005 (РЖМат, 1969, 5В54)

280. **D'Aquanni R. T.**, A Monte Carlo technique using a fast repetitive analog computer for determining lowest eigenvalues of partial differential equations for various boundaries, with applications. Ann. Assoc. int. calc. analog, 1970, **12**, № 2, 81—90, 91, 92 (РЖМат, 1970, 9Б594)
281. **Dean P.**, Bird N. E., Monte Carlo estimates of critical percolation probabilities. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1967, **63**, № 2, 477—479
282. **Dieter U.**, Pseudo-random numbers: the exact distribution of pairs. Math. Comput., 1971, **25**, № 116, 855—883 (РЖМат, 1972, 7В226)
283. —, Statistical independence of pseudo-random numbers generated by the linear congruential method. Proc. Sympos. on Appl. of Number Theory to Numer. Anal., Montreal, 1971, Acad. Press N. Y., 1972
284. —, Ahrens J. H., A combinatorial method for the generation of normally distributed random numbers. Computing, 1973, **11**, № 2, 137—146 (РЖМат, 1974, 1В164)
285. —, —, An exact determination of serial correlations of pseudo-random numbers. Numer. Math., 1971, **17**, № 2, 101—123 (РЖМат, 1971, 11В265)
286. **Duncan G. T.**, Layard M. W. J., A Monte-Carlo study of asymptotically robust tests for correlation coefficients. Biometrica, 1973, **60**, № 3, 551—558 (РЖМат, 1974, 5В146)
287. **Dutton J. M.**, Starbuck W. H., Computer simulation models of human behaviour: a history of an intellectual technology. IEEE Trans. Syst., Man and Cybern., 1971, vol. SMC-1, № 2
288. **Ekblom H.**, A Monte Carlo investigation of mode estimators in small samples. Appl. Statist., 1972, **21**, № 2, 177—184 (РЖМат, 1973, 1В211)
289. **Filippi S.**, Bemerkungen zur Monte-Carlo-Methode Elektron Datenverarb., 1964, **6**, № 2, 49—54 (РЖМат, 1964, 9Б491)
290. **Fishman G. S.**, Concepts and methods in discrete event digital simulation, I. Wiley & Sons. Inc., N. Y., 1973
291. **Forsythe G. E.**, Von Neumann's comparison method for random sampling from the normal and other distributions. Math. Comput., 1972, **26**, № 120, 817—826 (РЖМат, 1973, 6В150)
292. **Fosdick L. D.**, The Monte Carlo method in quantum statistics. SIAM Rev., 1968, **10**, № 3, 315—328 (РЖМат, 1969, 4Б674)
293. **Franklin J. N.**, Numerical simulation of stationary and nonstationary Gaussian random processes. SIAM Rev., 1965, **7**, № 1, 68—80 (РЖМат, 1965, 9В37)
294. **Frățilă E.** Metoda Monte-Carlo în evaluarea funcției densitate de probabilitate a unei variabile aleatoare. Stud. Univ. Babeș—Bolyai. Ser. math.-mech., 1970, **15**, № 2, 27—32 (РЖМат, 1971, 10В326)
295. —, O metodă statistică pentru calculul unei integrale definite. Stud. și cerc. mat. Acad. Sci. RSR, 1970, **22**, № 2 (РЖМат, 1970, 11Б851)
296. —, Une méthode statistique d'évouer le longueur d'un arc de courbe spatiall. Rev. roum. Math. pures et appl., 1971, **16**, № 4, 493—498 (РЖМат, 1971, 12А776)
297. —, Metoda Monte Carlo pentru determinarea soluției unor ecuații diferențiale de ordin superior. Stud. și cerc. mat., 1972, **24**, № 8, 1209—1217 (РЖМат, 1973, 3Б1032)
298. **Fürst H.**, Müller P. H., Nollau V., Über ein stochastisches Verfahren zur Bestimmung des Maximums einer Funktion mit experimentell ermittelbaren Funktionswerten und seine Anwendung bei chemischen Prozessen. Wiss. Z. Techn. Univ., Dresden, 1967, **16**, № 1, 9—13 (РЖМат, 1968, 7В152)
299. **Gabriel K., R.**, Lachenbruch P. A., Non-parametric ANOVA in small samples: a Monte Carlo study of the adequacy of the asymptotic approximation. Biometrica, 1969, **25**, № 3, 593—596 (РЖМат, 1970, 6В208)
300. **Gatesoupe M.**, Guilloud I., Une application de la methode de Monte-Carlo à la résolution numerique des équations de Fredholm. Publs. Inst. Statist. Univ., Paris, 1961, **10**, № 4, 243—265 (РЖМат, 1964, 1Б539)
301. **Gaver D. P.**, Statistical methods for improving simulation efficiency. Proc. Third Conf. Appl. Simul., Dec. 8—10, 1968, 1969, 38—46

302. **Gilbert Richard V.**, A Monte Carlo study of analysis of variance and computing rank tests for Scheffe's mixed model. J. Amer. Statist. Assoc., 1972, 67, № 337, 71—75 (РЖМат, 1972, 11В165)
303. **Gill J. L.**, Selection and linkage in simulated genetic populations. Austral. J. Bid. Sci., 1965, 18, № 6, 1171—1187
304. —, Clemmer B. A., Effects of selection and linkage on degree of inbreeding. Austral. J. Bid. Sci., 1966, 19, № 2, 307—317
305. **Golinski J.**, O zastosowaniu metod Monte-Carlo do syntezy maszyn. Algorytmy, 1965, 2, № 4, 15—35 (РЖМат, 1966, 7Б583)
306. **Good I. J.**, Gaskins R. A., Some relationships satisfied by additive and multiplicative recurrent congruential sequences, with implications for pseudorandom number generation. Comput. Number Theory, ed. by A. O. Atkin and B. I. Birch, Acad. press, 1971, 127—136
307. **Gopalsamy K.**, Aggarwala B. D., Monte Carlo methods for some fourth order partial differential equations. Z. angew. Math. und Mech., 1970, 50, № 12, 759—767 (РЖМат, 1971, 5Б1069)
308. —, —, On a Monte Carlo method for biharmonic boundary value problems. Z. angew. Math. und Mech., 1973, 53, № 6, 293—298 (РЖМат, 1973, 12Б1042)
309. **Grasenbaugh L. R.**, More on fortran random generators. Communs ACM, 1969, 12, 639
310. **Gringorten I. I.**, Estimation finite-time maxima and minima of a stationary Gaussian Ornstein-Uhlenbeck process by Monte Carlo simulation. J. Amer. Statist. Assoc., 1968, 63, № 324, 1517—1521 (РЖМат, 1969, 12В212)
311. **Gross A. M.**, A Monte Carlo swindle for estimators of location. Appl. Statist., 1973, 22, № 3, 347—353 (РЖМат, 1974, 8В130)
312. **Grube A.**, Mehrfach rekursiv-erzeugte Pseudo-Zufallszahlen. Z. angew. Math. und Mech., 1973, 53, № 4, 1223—1225 (РЖМат, 1974, 1В730)
313. **Güttner Klaus.**, Monte-Carlo-Rechnungen zur Rückstrenung von schweren, hochenergetischen Ionen an Metallo-berflächen. Z. Naturforsch., 1971, 26A, № 8, 1290—1296 (РЖМат, 1972, 3В170)
314. **Haber S.**, Stochastic quadrature formulas. Math. Comput., 1969, 23, № 108, 751—764 (РЖМат, 1970, 9Б617)
315. —, Numerical evaluation of multiple integrals. SIAM Rev., 1970, 12, № 4, 481—526 (РЖМат, 1971, 5Б1092)
316. —, Sequence of numbers that are approximately completely equidistributed. J. Assoc. Comput. Mach., 1970, 17, № 2, 269—272 (РЖМат, 1970, 11В561)
317. **Hahn G. I.**, Sample sizes for Monte Carlo simulation. IEEE Trans. Syst., Man and Cybern, 1972, 2, № 5, 678—680 (РЖМат, 1973, 5В209)
318. **Haji-Sheikh A.**, Sparrow E. M., The floating random walk and its application to Monte Carlo solutions of heat equations. SIAM J. Appl. Math., 1966, 14, № 2, 370—389 (РЖМат, 1967, 4Б629)
319. —, —, The solution of heat equation conduction problems by probability methods. Trans. ASME, 1967, C89, № 2, 121—130, Discuss., 130—131, Paper Amer. Soc. Mech. Engrs, 1966, № NWA/HT—1 (РЖМат, 1968, 1В162)
320. **Halász G.**, Statisztikus interpoláció. Mat. lapok, 1972, 23, № 1-2, 71—87 (РЖМат, 1974, 8В217)
321. **Halton J. H.**, Sequential Monte Carlo. Proc. Cambridge Philos Soc., 1962, 58, № 1, 57—78 (РЖМат, 1964, 5В56)
322. —, On the relative merits of correlated and importance sampling for Monte Carlo integration. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1965, 61, № 2, 497—498 (РЖМат, 1965, 11В12)
323. —, A retrospective and prospective survey of the Monte Carlo method. SIAM Rev., 1970, 12, № 1, 1—63 (РЖМат, 1970, 12В159)
324. **Hammersley J. M.**, Existence theorems and Monte Carlo methods for the

monomer-dimer problem. Res. papers statist., London—New York—Sydney, John Wiley and Sons, 1966, 125—146 (РЖМат, 1966, 12В142)

325. **Handler H.**, Monte-Carlo solution of partial differential equations using a hybrid computer. IEET Trans. Electron. Comput., 1967, **16**, № 5, 603—619 (РЖМат, 1968, 6Б787)

326. **Handschin J. E.**, Monte Carlo techniques for prediction and filtering of non-linear stochastic processes. Automatica, 1970, **6**, № 4, 555—563 (РЖМат, 1971, 2В157)

327. **Handscomb D. C.**, Remarks on a Monte Carlo integration method. Numer. Math., 1964, **6**, № 4, 261—268 (РЖМат, 1965, 5Б578)

328. —, A rigorous lower bound for the efficiency of a Monte Carlo technique. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1964, **60**, № 2, 357—358 (РЖМат, 1965, 1Б526)

329. **Harhaugh I. W.**, Bonham-Carter., Computer Simulation in geology. John Wiley and Sons, N. Y. 1970

330. **Hartmann W.**, Über eine Erweiterung der Monte-Carlo-Metode zur Lösung linearer Randwertprobleme zweiter und dritter Art. Z. angew Math. und Mech., 1972, **52**, № 9, 471—477 (РЖМат, 1973, 3Б1034)

331. **Hastings W. K.**, Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. Biometrika, 1970, **57**, № 1, 97—109 (РЖМат, 1970, 9В179)

332. **Heller I.**, A Monte-Carlo approach to the approximate solution to sequencing problems. ACM Nat. Conf. 1962, Digest techn, papers. New York, N. Y., 1962, 41 (РЖМат, 1965, 3Б707)

333. **Hénon M.**, The Monte Carlo method. Astrophys. and Space Sci., 1971, **14**, № 1, 151—167 (РЖМат, 1972, 6Б957)

334. **Hicks B. L.**, Smith M. A., On the accuracy of Monte Carlo solutions of the nonlinear Boltzman equations. J. Comput. Phys., 1968, **3**, № 1, 58—79 (РЖМат, 1969, 4Б392)

335. **Higuchi Kazuo**, Takahashi Toshiyuki., Monte-Carlo solutions of some boundary value problems of biharmonics. Proc. 12th Japan. Nat. Congr. Appl. Mech., Tokyo, 1962. Tokyo 1963, 197—200 (РЖМат, 1965, 4Б634)

336. **Hirayama H.**, Nakamura T., Monte Carlo calculation neutrons transmitted through matter. Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ., 1972, **34**, part 2, 187—200 (РЖМат, 1973, 3Б1030)

337. **Hiroshi Takahashi.**, Monte Carlo method for geometrical perturbation and its application to the pulsed past reaction. Nucl. Sci. and Eng., 1970, **41**, № 2, 259—270

338. **Hoshino S.**, Ichida K., Solution of partial differential equations by a modified Random Walk. Numer. Math., 1971, **18**, № 1, 61—72

339. **Hovanessian S. A.**, McRee B. R., Computer analysis of reliability testing with exponential distribution. Comput. and Elec. Eng., 1973, **1**, № 2, 227—237 (РЖМат, 1974, 5В823)

340. **Huber P. I.**, Robust regression: asymptotics, conjectures and Monte Carlo. Ann. Statist, 1973, **1**, № 5, 799—821 (РЖМат, 1974, 6В192)

341. **Hudson J. D. Jr**, Krutchkoff Richard G., A Monte Carlo investigation of the size and power of tests employing Satterthwaite's synthetic mean squares. Biometrika, 1968, **55**, № 2, 431—433 (РЖМат, 1969, 2В100)

342. **Hufnagel R. E.**, Kerr E. L., A simple algorithm for fast realtime generation of pseudorandom poisson integers with rapidly varying means. Proc. IEEE, 1969, **57**, № 1, 2088

343. **Hurd W. J.**, A wideband Gaussian noise generator utilizing simultaneously generated *PN*-sequences. «Proc. 5th Haw. Int. Conf. Syst. Sci., Hanolulu, Haw. 1972». [Hollywood. Calif.], 1972, 168—170 (РЖМат, 1972, 8В274)

344. **Hutchison M. C.**, A Monte Carlo comparison of some ratio estimators. Biometrika, 1971, 58, № 2, 313—321 (РЖМат, 1972, 1В256)

345. **Jansson B.**, Random number generators, Stocholm, Victor Pettersons Boking, Aktiebolag, 1966 (РЖМат, 1967, 5В364)

346. Kabak I. W., Stopping rules for queuing simulations. Oper. Res., 1968, 16, № 2, 431—437 (РЖМат, 1969, 2В394)
347. Kalli H., A Monte Carlo solution of multiple scattering in cold neutron scattering experiments. Nucl. Instrum. and Meth., 1972, 101, № 2, 263—266 (РЖМат, 1972, 12Б932)
348. Kalos M. H. Monte Carlo integration of the Schrödinger equation. Trans., N. Y. Acad. sci., 1964, 26, № 4, 497—507 (РЖМат, 1964, 12Б516)
349. —, Monte Carlo integration of the adjoint gamma-ray transport equation. Nucl. Sci. and Eng., 1968, 33, № 3, 284—290
350. Karcher R. H., Erdmann R. C., Baldonado O. C., The application of Track—Length Distribution Biasing in Monte Carlo Deep-Penetration calculations. Nucl. Sci. and Eng., 1968, 31, № 3, 492—499
351. Kiciman M. O., A random-sampling procedure with applications to structural synthesis problem. J. Aircraft, 1967, 4, № 4, 333—338 (РЖМат, 1968, 3В159)
352. Kiviat P. J., Villaneva R., Markovitz H., The SIMSCRIPT II Programming Language. Prentice Hall, Englewood Cliff., N. Y., 1969
353. Klahr D., A Monte Carlo investigation of the statistical significance of Kruskal's nonmetric sealing procedure. Psychometrika, 1969, 34, № 3, 319—330 (РЖМат, 1970, 4В175)
354. Kleine H., A survey of Users views of discrete simulation languages. Simulation, 1970, 14, № 5.
355. Knuth D. E., The art of Computer Programming: Seminumerical Algorithms, vol. 2. Addison-wesley, Reading Mass, 1969.
356. Král I., A note on generation of sequences of pseudorandom numbers with prescribed autocorrelation coefficients. Kybernetika, 1972, 8, № 6, 485—489 (РЖМат, 1972, 5В211)
357. Kschwendt H., Convergence limits in the Monte Carlo theory of integral equations, Numer. Math., 1968, 11, № 4, 307—314 (РЖМат, 1968, 11Б701)
358. Kupść W. Wyznaczanie metoda Monte Carlo rozkladu prawdopodobienstwa rosztępu w pewnym ciągu zmiennych losowych. Algorytmy, 1969, 5, № 10, 51—57 (РЖМат, 1970, 5В116)
359. Kushner H. J., Gavin T., A versatile method for the Monte Carlo optimization of stochastic systems. Int. J. Contr., 1973, 18, № 5, 963—975 (РЖМат, 1974, 6В314)
360. Lanore J.-M., Weighting and biasing of a Monte-Carlo calculation for very deep penetration of radiation. Nucl. Sci. and Eng., 1971, 45, № 1, 66—72
361. Lavande S. V., Jensen C. A., Sahlin H. L., Monte-Carlo evaluation of Feynman path integrals in imaginary time spherical polar coordinates. J. Comput. Phys., 1969, 4, № 4, 451—464 (РЖМат, 1970, 6Б903)
362. Levitt L. B., The use of self optimized exponential biasing in obtaining Monte Carlo estimates of transmissing probabilities. Nucl. Sci. and Eng., 1968, 31, № 3, 500—504
363. —, Spanier I., A new non-multigroup adjoint Monte Carlo technique. Nucl. Sci. and Eng., 1969, 37, № 2, 278—287
364. Lindsay I., Barr B. M., Two stochastic approaches to migration: comparison of Monte Carlo simulation and Markov Chain models. Geogr. ann., 1972, B54, № 1, 56—67 (РЖМат, 1973, 6В285)
365. Little W. D., Hybrid computer solutions of partial differential equations by Monte Carlo methods. AFIPS Conf. Proc. Washington, D. C., Spartan Books, 1966, vol. 29, 181—190 (РЖМат, 1969, 3Б685)
366. MacMillan D. B., Note on a paper by J. Spanier concerning Monte Carlo estimators. SIAM J. Appl. Math., 1967, 15, № 2, 264—268 (РЖМат, 1968, 5В115)
367. —, Optimization of importance-sampling parameters in Monte Carlo. Nucl. Sci. and Eng., 1972, 48, № 2, 219

368. **Maisel H.**, G n u g n o l i G., Simulation of discrete stochastic systems. Sci. Res. Assoc. Inc., Chicago, Palo Alto ect., 1972
369. **Maritsas D. G.**, A high speed and accuracy digital Gaussian generator of pseudorandom numbers. IEEE Trans. Comput., 1973, 22, № 7, 629—634 (РЖМат, 1974, 1B163)
370. **Marsaglia G.**, Random numbers fall mainly in the planes. Proc. Nat. Acad. Sci USA, 1968, 61, № 1, 25—28 (РЖМат, 1969, 5B163)
371. **Martin F. F.**, Computer modeling and simulation. N.-Y. 1968.
372. **Martin R. D.**, S c h a r f L. L., Simulation of processes with nonseparable covariances. IEEE Trans. Automat. Contr, 1973, 18, № 5, 546—547 (РЖМат, 4B101)
373. **Marton K.**, V a r g a L., Bizonyes tipusu többszozös integrálok kiszámitása Monte Carlo módszerrel. Közp. fiz. kutató int. közl, 1968, 16, № 3, 167—172 (РЖМат, 1968, 11Б705)
374. **Matthes W.**, Calculation of reactivity perturbations with the Monte Carlo method. Nucl. Sci. and Eng., 1972, 47, № 2, 234—237.
375. **McCrackin F. L.**, Weighting methods for Monte Carlo calculation of polymer configurations. J. Res. Nat. Bur. Stand. 1973, **B76**, № 3-4, 193—200 (РЖМат, 1974, 2B321)
376. **McNeley J.**, Simulation languages. Simulation, 1967, 9, 95—98.
377. **Mendelson M. R.**, Monte Carlo criticality calculations for thermal reactors. Nucl. Sci. and Eng, 1968, 32, № 3, 319—331.
378. **Méric J.**, Sur une méthode de Monte-Carlo pour le calcul de certaines intégrales simples. C. r. Acad. Sci., 1969, 268, № 13, A732—A734 (РЖМат, 1969, 10Б668)
379. **Meyer D. L.**, Methods of generating random normal numbers. Educ. and psycholog. measurements, 1969, 29, № 1, 193—198.
380. **Mezei M.**, The error of a function approximation based on random selected points. J. Inst. Math. and Appl. 1973, 12, № 1, 97—102 (РЖМат, 1974, 2B251)
381. **Mihram G. A.**, Simulation. Statistical foundations and methodology. Math Sci and Eng., vol. 92, New York—London, Acad. Press, 1972 (РЖМат, 1974, 7B287K)
382. —, On antithetic variates. Proc. Summer Comput. Simul. Conf., Montreal, 1973, vol. 1. La Jolla, Calif., 1973, 91—95 (РЖМат, 1974, 4B203)
383. **Miller R. G., Jr.**, Sequential rank tests-one sample case. Proc. 6th Berkeley Symp. Math. Statist. and Probab., Univ. Calif, 1970, vol. 1, Berkeley—Los Angeles, 1972, 97—108 (РЖМат, 1973, 1B236)
384. **Minato Susumu.**, On the low-energy components of scatterd gamma radiation. III Examinations with respect to the method of Monte Carlo calculation and influence of coherent scattering on the transmission and reflection spectra. Repts. Govt Ind. Res. Inst., Nagoya, 1972, 21, № 8, 204—224 (РЖМат, 1973, 8B668)
385. **Mitchell B.**, Variance reduction by antithetic variates in GI/G/I queuing simulations. Oper. Res., 1973, 21, № 4, 988—997 (РЖМат, 1974, 4B204)
386. **Miyatake O.**, Generation of uniform random numbers of good quality. Math. jap., 1972, 17, № 1, 79—84 (РЖМат, 1973, 12B191)
387. **Morakis J. C.**, On the auto and crosscorrelation of PN sequences. Proc. UMR-Mervin J. Kelly Communs Conf., Rolla, Mo., 1970, New York, N. Y., 1970, 18—1/1—18—1/6 (РЖМат, 1971, 8B525)
388. **Mullin F. J.**, W h a l e n B. H. A technique for the analysis of Monte Carlo results. J. Spacecraft and Bockets, 1969, 6, № 6, 757—759 (РЖМат, 1970, 4B174)
389. **Nance R. E.**, C l a u d e O. T., Bibliography 29. A Bibliography on random number generation. Comput. Rev., 1972, 13, № 10, 495—508
390. **Naylor Th. H.**, Bibliography 19 simulation and gaming. Comput. Rev., 1969, 10, № 1, 61—69
391. —, **Balintey J. L.**, B u r d i c k D. S., Computer simulation techniques. Wiley Sons, New York, 1966
392. —, **Wallance W. H.**, S a s s e r W. E., A computer simulation model of

the textile industry. J. Amer. Statist. Assoc., 1967, **62**, 1338—1364 (РЖМат, 1968, 10В268)
393. **Neavy H. R.**, A power study of some tests for slippage. Statist., 1973, 22, № 4, 269—280 (РЖМат, 1974, 7В189)
394. **Niederreiter H.**, On the distribution of pseudo-random numbers generated by the linear congruential method. Math. Comput., 1972, **26**, № 119, 793—795 (РЖМат, 1973, 5А148)
395. **Olszewski T.**, FORPIT-polska modyfikacja 160 FOFTRAN-a dla zastosowán metody Monte-Carlo. Masz. mat., 1970, **6**, № 11, 12—16.
396. **Parente R. I.**, K r a s n o w H. S., A language for modeling and simulating dynamic systems. Communs. acm., 1967, **10**, № 9, 559—566 (РЖМат, 1968, 9В487)
397. **Pătărlăgeanu V.**, Rezolvarea ecuatiilor diferentiale cu derivate parțiale de tip eliptic prin metoda Monte Carlo. Luct. ICPE, 1972, № 27, 143—151 (РЖМат, 1973, 8Б1101)
398. **Perez V. I.**, Resulación de ecuaciones elipticas en derivadas parciales por el metodo Monte Carlo. Trab. estadist. y invest. oper., 1969, **20**, № 1, 117—121 (РЖМат, 1969, 12Б831)
399. **Peskun P. H.**, Optimum Monte-Carlo sampling using Markov chains. Biometrika, 1973, **60**, № 3, 607—612 (РЖМат, 1974, 4В140)
400. **Precht M.**, Über die numerische Berechnung der bei linearen stochastischen Differentialgleichungen anfallenden Integrale. Elektron. Datenverarb., 1968, **10**, № 3, 142—153 (РЖМат, 1968, 10Б824)
401. **Qvist B.**, T ö r n A., Calculation of some energy integrals with the Monte Carlo method. Acta Acad. Aboensis, math. et phys., 1963, **23**, № 8 (РЖМат, 1964, 5Б549)
402. **Rabinowitz M.**, B e r e n s o n M. L., A comparison of various methods of obtaining random order statistics for Monte Carlo computations. Amer. Statist., 1974, **28**, № 1, 27—29 (РЖМат, 1974, 9В161)
403. **Razafindrakoto O.**, Solutions numériques de l'équation de Poisson á trois variables par la méthode de Monte-Carlo. C. r. Acad. Sci., Paris, 1967, **A265**, № 15, 425—428 (РЖМат, 1968, 6Б781)
404. **Razani A.**, A Monte Carlo method for radiation transport calculations. J. Nucl. Sci. and Technol., 1972, **9**, № 9, 551—554 (РЖМат, 1973, 4Б1044)
405. **Reinartz E.**, Die numerishe Behandlung verschiedener Probleme bei partiellen Differentialgleichungen mit Monte-Carlo-Methoden, Mitt. Ges. Math. und Datenverarb, 1970, № 7, 58S (РЖМат, 1974, 4Б961)
406. **Relles D. A.**, Variance reduction techniques for Monte Carlo sampling from student distributions. Technometrics, 1970, **12**, № 3, 499—515 (РЖМат, 1971, 4В181)
407. —, A simple algorithm for generating binomial random variables when $N$ is large. J. Amer. Statist. Assoc., 1972, **67**, № 339, 612—613 (РЖМат, 1973, 4В211)
408. **Roos P.**, A r n o l d L., Numerishe Experimente zur mehrdimensionalen Quadratur. Sitzugsber. Osterr. Akad. Wiss. Mat.-naturwiss, Abt. 2, Kl., 1963, **172**, № 9-10, 271—286 (РЖМат, 1965, 7Б531)
409. **Rowe I. H.**, K e r r I. M., A broad-spectrum pseudorandom Gaussian noise generator. IEEE Trans. Autom. Contr., 1970, **15**, № 5, 529—535
410. **Rubin H.**, Optimisation problems in simulation. Optimizing methods in stet., Acad. Press., N. Y.—L., 1971, 29—32
411. —, On large sample properties of certain nonparametric procedures. Proc. 6 th Berkeley Symp. Math. Statist. and Probab., Univ. Calif., 1970, Vol. 1. Berkeley—Los Angeles, 1972, 429—435 (РЖМат, 1973, 1В238)
412. **Rudolph H.-J.**, Anwendung der Monte-Carlo-Methode zur Berechnung von automatischen Maschinenfließreihen. Fertigungstechn. und Betrieb., 1966, **16**, № 8, 471—475 (РЖМат, 1967, 3В146)
413. **Sasaki Kimio**, S a t o T a k u s o, A d a c h i T o h r u, Bispectrum synthesizer by using multiple Poisson processes. Bull. Tokyo Inst. Technol., 1972, № 113, 55—66 (РЖМат, 1974, 1В263)

414. **Schilder M.**, A Monte-Carlo method for analysing nonlinear circuits. Int. J. Contr., 1967, **5**, № 2, 131—134 (РЖМат, 1968, 2Б797)
415. **Schlüsener H.**, Systematische Proben zu vorgegebenem stetigem Verteilungsgesetz für die Anwendung bei Monte-Carlo-Methoden. Ber. Kernforschungsanlage Jülich., 1972, № 845 (РЖМат, 1973, 2В155)
416. **Seeger P.**, Thorson U., Two-sided tolerance limits with two-stage sampling from normal populations-Monte-Carlo studies of the distributions coverages. Appl. Statist., 1973, **22**, № 3, 292—300 (РЖМат, 1974, 8В111)
417. **Sherman C. R.**, Nonmetric multidimensional scaling: a Monte Carlo study of the basic parameters. Psychometrika, 1972, **37**, № 3, 323—355
418. **Smith C. S.**, Multiplicative pseudo-random number generators with prime modulus. J. Assoc., Comput. Mach., 1971, **18**, № 4, 586—593
419. **Smith F. W.**, Hilton W. B., Monte Carlo evaluation of methods for pulse transfer function estimation. IEEE. Trans. Automat. Control, 1967, **12**, № 5, 568—576 (РЖМат, 1968, 6Б873)
420. **Soeda Takashi**, Goshimura Toshio., Evaluation of the a posteriori probability density function for the state variables by Monte Carlo method. Trans. Jap. Soc. Mech. Eng., 1972, **38**, № 313, 2217—2223
421. **Somerville P. N.**, A technique for the computation of percentage points of a statistic. Technometrica, 1970, **12**, № 2, 373—382 (РЖМат, 1971, 2В108)
422. **Spanier J.**, Two pairs of families of estimators for transport problems. SIAM J. Appl. Math., 1966, **14**, 702—713 (РЖМат, 1967, 6В89)
423. —, A New multistage procedure for systematic variance reduction in Monte Carlo. SIAM J. Numer. Anal., 1971, **8**, № 3, 548—554 (РЖМат, 1972, 3Б827)
424. **Spear R. C.**, Monte Carlo method for component sizing. J. Spacecraft and Rockets, 1970, **7**, № 9, 1127—1129 (РЖМат, 1971, 6В170)
425. **Srivastava I. N.**, Zaatar M. K., A Monte Carlo comparison of four estimators of the dispersion matrix of a bivariate normal population, using in complete data. J. Amer. Statist. Assoc., 1973, **68**, № 341, 170—183 (РЖМат, 1973, 9В66)
426. **Steinberg U. A.**, Kalos M. H., Bounded estimator for flux at a point in Monte Carlo. Nucl. Sci. and Eng. 1971, **44**, № 3, 406—412
427. **Stewart N. F.**, Sur une methode de Monte-Carlo adaptive. Rev. statist. appl., 1973, 21, № 4, 53—56 (РЖМат, 1974, 7В216)
428. **Strating J.**, Vos H., Computer simulation of the E.C.C.S. buckling curve using a Monte-Carlo method. Heron, 1973, **19**, № 2 (РЖМат, 1974, 3В771)
429. **Szargut J.**, Rozewicz J., Zastosowanie metody Monte Carlo do trzeciego zagadnienia brzegowego ustalonego przewodzenia ciepla. Zesz. nauk. Politechn. Slaskiej, 1966, № 168, 3—30 (РЖМат, 1967, 5В637)
430. **Szep. A.**, Some remarks on random number transformation. Stud. sci. math. hung., 1971, **6**, № 3-4, 393—397 (РЖМат, 1973, 1В272)
431. **Tausworthe R. C.**, Random numbers generated by linear recurrence modulo two. Math. Comput., 1965, **19**, № 90, 201—209 (РЖМат, 1966, 10В144)
432. **Theodorescu R.**, Asupra modelării Monte-Carlo a modelelor pentru învătare de tip Bush-Mosteller. Studii și cercetări mat. Acad. RSR, 1966, **18**, № 3, 387—396 (РЖМат, 1967, 1В135)
433. —, On the Monte-Carlo simulation of Buch-Mosteller stochastic models for learning. Trans. 4 th Prague Conf. Inform. Theory, Statist. Decis. Funct. Random Process, 1965, Prague, 1967, 595—604 (РЖМат, 1968, 3В227)
434. **Thornber H.**, Finite sample Monte Carlo studies: an autoregressive illustration. J. Amer. Statist. Assoc., 1967, **62**, № 319, 801—818 (РЖМат, 1969, 3В116)
435. **Thuinm W.**, Buffon's needle: stochastic determination of π. Math. Teacher. 1965, 58, № 7, 601—607 (РЖМат, 1966, 10В102)
436. **Tiku M. L.**, Monte Carlo study of some simple estimators in cencored

normal samples. Biometrica, 1970, 57, № 1, 207—211 (РЖМат, 1970, 9В135)
437. **Tocher K. D.**, Review of simulation languages. Operat. Res. Quart., 1965, **16**, № 2, 189—217 (РЖМат, 1966, 1В348)
438. **Tootill I. P. R.**, Robionson W. D., Adams A. G., The runs up-and-down performance of Tausworthe pseudorandom number generators. J. Assoc. Comput. Mach, 1971, **18**, № 3, 381—399
439. —, —, Eagle D. T., An asymptotically Random Tausworthe Sequence T. A. C. M., 1973, **20**, № 3, 469—481
440. **Törn A.**, Tillämpning av Monte Carlo-metoden pá beräkning av flerdimensionella integraler. Nord. mat. tidskr, 1963, **11**, № 3, 97—102 (РЖМат, 1964, 5Б548)
441. —, Crude Monte Carlo quadrature in infinite variance case and the central limit theorem. Nord. tidscr. informations-behandl., 1966, **6**, № 4, tions. Nuclear engineering program, 1968
442. **Tsuda Takao**, Numerical integration of functions of very many variables. Numer. Math., 1973, **20**, № 5, 377—391 (РЖМат, 1973, 9Б955)
443. —, Ichida K., Kiyono T., Monte Carlo path-integral calculations for two point boundary-value problems. Numer Math., 1967, **10**, № 2, 110—116 (РЖМат, 1968, 2Б724)
444. —, Ichida Kozo., Nonlinear interpolation of multivariable functions by the Monte Carlo method. J. Assoc. Comput. Mach., 1970, **17**, № 3, 420—425 (РЖМат, 1971, 4Б1003)
445. —, Matsumoto Hiroshi., A note on linear extrapolation of multivariable functions by the Monte Carlo method. J. Assoc. Comput. Mach., 1966, **13**, № 1, 143—150 (РЖМат, 1967, 11В96)
446. **Van Gelder**, Some new results in pseudo-random number generation, J. Assoc. Comput. Mach., 1967, **14**, № 4, 785—792
447. **Verdier P. H.**, Relations within sequences of congruential pseudo-random numbers. J. Res. Nat. Bur. Stand., 1969, **B73**, № 1, 41—44 (РЖМат, 1970, 2В571)
448. **Veseley W. E.**, A study of the effects of polarization, electron binding, and Rayleigh scattering in Monte Carlo gamma-ray transport calculations. Nuclear engineering program, 1968
449. **Vilaplana J. P.**, Resolucion de ecuaciones elipticas en derivadas parciales par el metodo de Montecarlo. Actas 8a Reun. anu. math. esp., Santiago de Compostela, 1967, Madrid, 1969, 156—160 (РЖМат, 1974, 9Б1163)
450. **Vincent C. H.**, Precautions for accuracy in the generation of truly random binary numbers. J. Phys. E.: Sci. Instrum., 1971, **4**, № 11, 825—828 (РЖМат, 1972, 2В259)
451. **Vogentz F. W.**, Takata G. I., Rarefied hypersonic flow about cones and flat plates by Monte-Carlo simulation, AIAA, J., 1971, № 1, 94—100
452. **Volpe I. I.**, Hardy I. и др., A Comparison of thermal-neutron-activation measurements and Monte Carlo calculations in light-water-moderated uranium cells. Nucl. Sci. and Eng. 1970, **40**, № 1, 116—127
453. **Wagner F. R. van.**, Dynamic mechanism reliability by Monte Carlo methods, «8th Annual W. Coast Reliabil Sympos.: Spectrum Reliabil., Beverly Hills, Calif., 1967», Los Angeles. Sec. Amer. Soc. Anal. Control, 1967, 71—82 (РЖМат, 1969, 3В162)
454. **Weed H. D. Jr.**, Bradley R. A., Sequential one-sample grouped signed rank tests for symmetry: Monte Carlo studies. J. Statist. Comput. and Simul., 1973, **2**, № 2, 99—137 (РЖМат, 1973, 10В147)
455. **Wehrli M.**, Zur Stichprobenreduktion bei Monte Carlo simulationen. Unternehmensforschung, 1970, **14**, № 2, 97—108 (РЖМат, 1971, 2В156)
456. **Westlake W. J.**, A uniform random number generator based on the combination of two congruential generators. J. Assoc. Comput. Mach., 1967, **14**, № 2, 337—340 (РЖМат, 1968, 2В466)
457. **Whittlesey J. R. B.**, On the multidimensional uniformity of pseudorandom generators. Communs. ACM, 1969, **12**, № 5, 247

458. —, G i e s e R. P., Multi-dimensional pseudorandom non-uniformity. Proc. UMR-Mervin J. Kelly Communs Conf., Rolla, Mo., 1970, New York, N. Y., 1970, 15—4/1—15—4/6 (РЖМат, 1971, 10В814)
459. **Wood W. W.**, Monte Carlo studies of simple liquid models. The Physics of Simple Liquids, Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1968, 116—230
460. **Yates F.**, A Monte-Carlo trial on the behaviour of the non-additivity test with nonnormal data. Biometrika, 1972, **59**, № 2, 253—261 (РЖМат, 1973, 1В323)
461. **Yoshimura T.**, S o e d a T., The application of Monte Carlo methods to the nonlinear filtering problem. IEEE Trans. Automat. Contr., 1972, **17**, № 5, 681—684 (РЖМат, 1973, 4В285)
462. **Zaremba S. K.**, The mathematical basis of Monte Carlo and quasi-Monte Carlo methods. SIAM Rev., 1968, **10**, № 3, 303—314 (РЖМат, 1969, 6Б828)
463. —, Good lattice points in the sense of Hlawka and Monte-Carlo integration. Monatsh. Math., 1968, 72, № 3, 264—269 (РЖМат, 1969, 2Б858)
464. **Zieliński R.**, On the Monte-Carlo evaluation of the extremal value of a function. Algorytmy, 1965, **2**, № 4, 7—13 (РЖМат, 1966, 7Б584)
465. —, On the effeciency of Monthe Carlo integration on the monomial $c_{n,k}x_1^n \ldots x_k^n$. Algorytmy, 1968, 5, № 9, 21—29
466. —, A Monte Carlo estimation of the maximum of a function. Algorytmy, 1970, 7, № 13, 5—7 (РЖМат, 1971, 8Б780)
467. —, Metody Monte Carlo. Warszawa, WNT, 1970, (РЖМат, 1972, 2Б888К)
468. —, Generatory liczb losowych. Warszawa, 1972
469. —, A randomized finite-differential estimator of the gradient. Algoritmy, 1973, **10**, № 18, 21—30 (РЖМат, 1974, 3Б1049)
470. **Zolotar B.**, Monte Carlo analysis of nuclear reactor fluctuation models. Nucl. Sci. and Eng., 1968, **31**, № 2, 287—294
471. **Zorilescu D.**, Constructii de siruri de numere pseudoaleatoare corelate, urmind functii de repartitie date. An Univ. Bucuresti. Mat.-mec., 1972, **21**, № 1, 137—145 (РЖМат, 1973, 10В169)