2. G u d d e r S. P. An extension of classical measure theory // SIAM Review. - 1984. - Vol.26. - No I. - P.71 - 89.

3. G u d d e r S. P. Stochastic Methods in Quantum Mechanics. - North - Holland, New York, 1979.

4. О в ч и н н и к о в П. Г. Строение мер на квантовых логиках: Автореф. дисс. ... канд.физ.-мат.наук. - Казань, 1985.

Л.А.Сурай

МЕТОД МЕХАНИЧЕСКИХ КУБАТУР ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ СЛАБО СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА

Рассмотрим двумерное слабо сингулярное интегральное уравнение (с.с.и.у.) вида[I]

$$Ax \equiv \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \ln\left|\sin\frac{\sigma-s}{2}\right| \ln\left|\sin\frac{\tau-t}{2}\right| x(\sigma,\tau)\,d\sigma\,d\tau + \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} h(s,t,\sigma,\tau)\,x(\sigma,\tau)\,d\sigma\,d\tau = y(s,t), \tag{I}$$

где $x(s,t)$ - неизвестная функция, которая ищется в пространстве $X = L_2[0,2\pi]^2 = L_2[0,2\pi;0,2\pi]$ с обычной нормой

$$\|x\|_{L_2[0,2\pi]^2} = \|x\|_2 = \left(\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} |x(s,t)|^2 ds\,dt\right)^{1/2},$$

$h(s,t,\sigma,\tau), y(s,t)$ - известные непрерывные 2π-периодические функции по каждой из переменных, а слабо сингулярный интеграл понимается как несобственный.

Приближенные методы решения одномерных интегральных уравнений такого типа достаточно хорошо разработаны (см., например,

---

[I] Двумерный случай рассматривается для простоты выкладок ; распространение всех полученных ниже результатов на уравнение с κ $(\kappa \geqslant 3)$ - переменными не представляет труда.

[I, 2, 3, 9]). Ниже рассматривается метод механических кубатур (м.м.к.) для указанного двумерного уравнения и предлагается его теоретическое обоснование в смысле [4, гл. I] с помощью ряда результатов общей теории приближенных методов и теории функций.

§ I. Вспомогательные результаты

Введем пространство $Y = W_2^{1,1,2}$:

$$W_2^{1,1,2}=\left\{ y(s,t)\in L_2[0,2\pi]^2 : \exists y'_s, y'_t, y''_{st} \in L_2[0,2\pi]^2 \right\}$$

с нормой

$$\|y\|_{W_2^{1,1,2}} = \|y\|_2 + \|y'_s\|_2 + \|y'_t\|_2 + \|y''_{st}\|_2 . \tag{2}$$

Тогда с.с.и.у. (I) эквивалентно следующему операторному уравнению:

$$Ax = S_{12}x + \tau h x = y \; (x\in X, \; y \in Y), \tag{3}$$

где

$$S_{12}x = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \ln\left|\sin\frac{\sigma-s}{2}\right| \ln\left|\sin\frac{\tau-t}{2}\right| x(\sigma,\tau)\,d\sigma d\tau , \tag{4}$$

$$\tau h x = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} h(s,t,\sigma,\tau)\,x(\sigma,\tau)\,d\sigma d\tau . \tag{5}$$

Аналогично одномерному случаю (см. гл. I [3]) можно показать, что оператор $S_{12}: X \to Y$ непрерывно обратим и справедливо соотношение

$$\|S_{12}^{-1}\| \le 4 , \quad S_{12}^{-1}: Y \to X . \tag{6}$$

Воспользуемся ниже следующими обозначениями: $C_{2\pi}^2 = C_{2\pi}^2[0,2\pi]^2$ – пространство дважды непрерывно дифференцируемых 2π –периодических функций с нормой

$$\|x\|_{C_{2\pi}^2} = \|x\|_{C_{2\pi}} + \|x''_{ss}\|_{C_{2\pi}} + \|x''_{tt}\|_{C_{2\pi}} + \|x''_{st}\|_{C_{2\pi}} ;$$

$E_{nm}(\varphi)_\infty$ – наилучшее равномерное приближение функции $\varphi(s,t)\in C_{2\pi}$ тригонометрическими полиномами порядка n , m ; $E_n^s(\varphi)_\infty$ – частное наилучшее равномерное приближение функции $\varphi(s,t)\in C_{2\pi}$

тригонометрическими полиномами порядка n по переменной s равномерно относительно переменной t [5], т.е.

$$E_n^s(\varphi)_\infty = \sup_{0\le t\le 2\pi}\left[\inf_{\{a_j\}}\sup_{0\le s\le 2\pi}\left|\varphi(s,t)-\sum_{j=-n}^{n} a_j(t)e^{ijs}\right|\right], \tag{7}$$

где нижняя грань берется по всевозможным функциям $a_j(t)$, принадлежащим пространству $C_{2\pi}[0,2\pi]$; $E_m^t(\varphi)_\infty$ определяется аналогично.

Обозначим через $\mathcal{L}_{nm}$ оператор, который любой 2π-периодической функции $\varphi(s,t)\in C_{2\pi}[0,2\pi]^2$ ставит в соответствие ее тригонометрический полином Лагранжа

$$\mathcal{L}_{nm}\varphi = \mathcal{L}_{nm}(\varphi;s,t) = \frac{4}{(2n+1)(2m+1)}\sum_{k=-n}^{n}\sum_{j=-m}^{m}\varphi(s_k,t_j)\mathcal{D}_n(s-s_k)\mathcal{D}_m(t-t_j) \tag{8}$$

по узлам

$$s_k = s_k^{(n)} = \frac{2k\pi}{2n+1},\ k=\overline{-n,n};\ t_j = t_j^{(m)} = \frac{2j\pi}{2m+1},\ j=\overline{-m,m}; \tag{9}$$

где

$$\mathcal{D}_r(\varphi) = \sin\left(r+\frac{1}{2}\right)\varphi/2\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2}+\sum_{p=1}^{r}\cos ps \tag{10}$$

– ядро Дирихле r-го порядка.

Для оператора Лагранжа (8) справедливо соотношение [6]:

$$\|\mathcal{L}_{nm}\| = 1,\ \mathcal{L}_{nm}: C[0,2\pi]^2 \to L_2[0,2\pi]^2,\ n,m\in\mathbb{N}. \tag{8'}$$

Существенную роль в дальнейшем играет следующая

Л е м м а. Для любой функции $\varphi(s,t)\in C_{2\pi}^2$ при $\forall n,m\in\mathbb{N}$ справедлива оценка

$$\|\varphi-\mathcal{L}_{nm}\varphi\|_{W_2^{1,1,2}} \le \left(1+\frac{\pi^2}{2}\right)E_{nm}(\varphi''_{st})_\infty + E_{nm}(\varphi'_s)_\infty + E_{nm}(\varphi'_t)_\infty. \tag{11}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Для выражения в квадратных скобках в (7) при фиксированном t можем использовать неравенство [7]

$$E_n(\psi)_\infty \le \frac{\pi}{2(n+1)} E_n(\psi')_\infty,$$

где $E_n(\psi)_\infty$ – наилучшее равномерное приближение функции $\psi(s)\in C_{2\pi}[0,2\pi]$ тригонометрическими полиномами порядка n. Тогда

$$E_n^s(\varphi)_\infty \le \frac{\pi}{2(n+1)} E_n^s(\varphi_s')_\infty ; \ E_m^t(\varphi)_\infty \le \frac{\pi}{2(m+1)} E_m^t(\varphi_t')_\infty . \tag{I2}$$

Аналогично получаем

$$E_{nm}(\varphi)_\infty \le \frac{\pi^2}{4(n+1)(m+1)} E_{nm}(\varphi_{st}'')_\infty . \tag{I3}$$

Для оператора Лагранжа (8) справедливо соотношение [6]:

$$\|\varphi - \mathcal{L}_{mn}\varphi\|_2 \le 2E_{nm}(\varphi)_\infty . \tag{I4}$$

Введем кратный оператор Фурье Φ_{nm} порядка n, m:

$$\Phi_{nm}\varphi = \Phi_{nm}(\varphi; s, t) = \sum_{k=-n}^{n} \sum_{j=-m}^{m} c_{kj}(\varphi) e^{i(ks+jt)} , \tag{I5}$$

где
$$c_{kj}(\varphi) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \varphi(\sigma,\tau) e^{-i(k\sigma+j\tau)} d\sigma\, d\tau . \tag{I6}$$

Для $\forall\varphi(s,t) \in W_2^{1,1,2}$ справедливы тождества

$$\frac{\partial \Phi_{nm}(\varphi; s, t)}{\partial s} = \Phi_{nm}(\varphi_s'; s, t); \quad \frac{\partial \Phi_{nm}(\varphi; s, t)}{\partial t} = \Phi_{nm}(\varphi_t'; s, t);$$
$$\frac{\partial^2 \Phi_{nm}(\varphi; s, t)}{\partial s\, \partial t} = \Phi_{nm}(\varphi_{st}''; s, t) . \tag{I7}$$

С помощью (I4), (I7), следуя методу, предложенному в [3, 6], для $\forall\varphi(s,t) \in C_{2\pi}^2$ последовательно находим

$$\|\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi\|_{W_2^{1,1,2}} = \|\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi\|_2 + \|(\varphi - \mathcal{L}_{mn}\varphi)_s'\|_2 + \|(\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi)_t'\|_2 +$$
$$+ \|(\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi)_{st}''\|_2 \le 2E_{nm}(\varphi)_\infty + \|(\varphi - \Phi_{nm}\varphi)_s'\|_2 +$$
$$+ \|[\Phi_{nm}(\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi)]_s'\|_2 + \|(\varphi - \Phi_{nm}\varphi)_t'\|_2 + \|[\Phi_{nm}(\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi)]_t'\|_2 +$$
$$+ \|(\varphi - \Phi_{nm}\varphi)_{st}''\|_2 + \|[\Phi_{nm}(\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi)]_{st}''\|_2 \le 2E_{nm}(\varphi)_\infty +$$
$$+ \|\varphi_s' - \Phi_{nm}(\varphi_s')\|_2 + n\|\Phi_{nm}(\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi)\|_2 + \|\varphi_t' - \Phi_{nm}(\varphi_t')\|_2 +$$
$$+ m\|\Phi_{nm}(\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi)\|_2 + \|\varphi_{st}'' - \Phi_{nm}(\varphi_{st}'')\|_2 + nm\|\Phi_{nm}(\varphi - \mathcal{L}_{nm}\varphi)\|_2 . \tag{I8}$$

Заметим, что здесь использовалось также обобщенное неравенство Бернштейна для функций двух переменных [8]. Используя (I3), (I4), продолжим (I8) с учетом того, что $\|\mathcal{P}_{nm}\|=1$, $\mathcal{P}_{nm}: L_2[0,2\pi]^2 \to L_2[0,2\pi]^2$ и

$$E_{nm}(\varphi)_2 \le E_{nm}(\varphi)_\infty \quad ;$$

$$E_{nm}(\varphi_s')_2 \le E_{nm}(\varphi_{st}'')_2/(m+1)\, ; \; E_{nm}(\varphi_t')_2 \le E_{nm}(\varphi_{st}'')_2/(n+1)\, ;$$

где $E_{nm}(\varphi)_2$ – наилучшее среднеквадратическое приближение функции $\varphi(s,t)$ тригонометрическими полиномами порядка n, m. Тогда окончательно получим

$$\|\varphi-\mathcal{L}_{nm}\varphi\|_{W_2^{1,1,2}} \le \left(1+\frac{\pi^2}{2}\right)E_{nm}(\varphi_{st}'')_\infty + E_{nm}(\varphi_s')_\infty + E_{nm}(\varphi_t')_\infty .$$

Лемма доказана.

§ 2. Метод механических кубатур

Рассмотрим следующую вычислительную схему м.м.к., которая часто используется в ряде приложений. Приближенное решение уравнения (I) будем искать в виде полинома:

$$x_{nm}(s,t)=\frac{4}{(2n+1)(2m+1)}\sum_{\ell=0}^{2n}\sum_{\tau=0}^{2m}\alpha_{\ell\tau}\,\mathcal{D}_n(s-s_\ell)\mathcal{D}_m(t-t_\tau)\, . \qquad (\text{I}9)$$

При этом коэффициенты $\{\alpha_{\ell\tau}\}_{\ell=\overline{0,2n},\,\tau=\overline{0,2m}}$ определяются из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\frac{1}{(2n+1)(2m+1)}\sum_{\ell=0}^{2n}\sum_{\tau=0}^{2m}\alpha_{\ell\tau}\Big\{\ln^2 2+\ln 2\sum_{p=1}^{n}\frac{\cos p(s_k-s_\ell)}{p}+$$

$$+\ln 2\sum_{q=1}^{m}\frac{\cos q(t_j-t_\tau)}{q}-\sum_{p=1}^{n}\sum_{q=1}^{m}\frac{\cos p(s_k-s_\ell)\cos q(t_j-t_\tau)}{pq}+$$

$$+h(s_k,t_j,s_\ell,t_\tau)\Big\}=y(s_k,t_j)\,,\quad k=\overline{0,2n}\,,\; j=\overline{0,2m}\, . \qquad (20)$$

Поясним, что для получения СЛАУ (20) обе части уравнения (I) приравниваются в узлах $\{s_k,t_j\}_{k=\overline{0,2n},\,j=\overline{0,2m}}$, вместо $x(\sigma,\tau)$ подставляется $x_{nm}(\sigma,\tau)$ из (I9). Затем интегралы $S_{12}(x_{nm};s_k,t_j)$ вычисляются точно с учетом (I0) свойств оператора S_{12} :

$$
S_{12}(\cos n\tau \cos m\sigma)=\begin{cases} \ln^2 2\ , & n=m=0\ ;\\ \dfrac{\ln 2}{2|m|}\cos mt\ , & n=0\ ,\ m\neq 0\ ;\\ \dfrac{\ln 2}{2|n|}\cos ns\ , & n\neq 0\ ,\ m=0\ ;\\ \dfrac{\cos ns\ \cos mt}{4|n|\,|m|}\ , & m\neq 0\ ,\ n\neq 0\ . \end{cases} \qquad (21)
$$

А интегралы $\tau h x_{nm}(s_k, t_j)$ вычисляются приближенно по кубатурной формуле наивысшей тригонометрической степени точности.

Сходимость м.м.к. в $L_2[0,2\pi]^2$ и оценку погрешности устанавливает следующая

Т е о р е м а. Пусть с.с.и.у. (I) однозначно разрешимо в $L_2[0,2\pi]^2$ при любой правой части из $W_2^{1,1,2}$. Пусть функции $y(s,t)$ и $h(s,t,\sigma,\tau)$ имеют вторые смешанные непрерывные производные y''_{st}, h''_{st}, $h''_{\sigma\tau}$. Тогда при всех $n\geq n_0$, $m\geq m_0$ (числа n_0, m_0 определяются свойствами функции $h(s,t,\sigma,\tau)$) СЛАУ (20) имеет единственное решение $\{\alpha^*_{\ell r}\}_{\ell=\overline{0,2n},\ r=\overline{0,2m}}$, и приближенные решения

$$
x^*_{nm}(s,t)=\frac{4}{(2n+1)(2m+1)}\sum_{\ell=0}^{2n}\sum_{r=0}^{2m}\alpha^*_{\ell r}\,\mathcal{D}_n(s-s_\ell)\mathcal{D}_m(t-t_r)
$$

сходятся к точному решению $x^*(s,t)$ в среднем со скоростью

$$
\|x^*-x^*_{nm}\|_2=O\left\{E_{nm}(y''_{st})_\infty+E^{st}_{nm}(h''_{st})_\infty+E^{\sigma\tau}_{nm}(h''_{\sigma\tau})_\infty\right\}. \qquad (22)
$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Через $X_{nm}\subset X$ и $Y_{nm}\subset Y$ будем обозначать множество всех тригонометрических полиномов степени n, m, наделенное нормами пространств соответственно X и Y. Используя оператор $\mathcal{L}_{nm}$ с учетом свойств оператора S_{12} и тригонометрической точности применяемой нами кубатурной формулы, несложно показать (см., например, [10]), что СЛАУ (20) эквивалентна следующему операторному уравнению:

$$
A_{nm}x_{nm}=S_{12}x_{nm}+\mathcal{L}_{nm}\tau(\mathcal{L}^{\sigma\tau}_{nm}h)x_{nm}=\mathcal{L}_{nm}y\ (x_{nm}\in X_{nm},\mathcal{L}_{nm}\,y\in Y_{nm}), \qquad (23)
$$

где $\mathcal{L}^{\sigma\tau}_{nm}$ означает, что оператор $\mathcal{L}_{nm}$ применен по переменным σ и τ.

Для $\forall x_{nm}\in X_{nm}$ из уравнений (3), (23) с учетом (II) полу-

чим
$$\| Ax_{nm}-A_{nm}x_{nm}\|_{W_2^{1,1,2}} \le \| rhx_{nm}-\mathcal{L}_{nm} rhx_{nm}\|_{W_2^{1,1,2}} +$$
$$+\|\mathcal{L}_{nm} r(h-\mathcal{L}_{nm}^{\sigma\tau}h)x_{nm}\|_{W_2^{1,1,2}} \le \left(1+\frac{\pi^2}{2}\right)E_{nm}(rh''_{st}x_{nm})_\infty +$$
$$+E_{nm}(rh'_s x_{nm})_\infty + E_{nm}(rh'_t x_{nm})_\infty +$$
$$+\|\mathcal{L}_{nm} r(h-\mathcal{L}_{nm}^{\sigma\tau}h)x_{nm}\|_{W_2^{1,1,2}} . \qquad (24)$$

С помощью неравенства Гельдера, неравенства Бернштейна, оценок (I4), (8′) имеем по аналогии с [IO]

$$\|\mathcal{L}_{nm} r(h-\mathcal{L}_{nm}^{\sigma\tau}h)x_{nm}\|_2 \le 2E_{nm}^{\sigma\tau}(h)_\infty \|x_{nm}\|_2 ,$$
$$\|[\mathcal{L}_{nm} r(h-\mathcal{L}_{nm}^{\sigma\tau}h)x_{nm}]'_s\|_2 \le 2nE_{nm}^{\sigma\tau}(h)_\infty \|x_{nm}\|_2 ,$$
$$\|[\mathcal{L}_{nm} r(h-\mathcal{L}_{nm}^{\sigma\tau}h)x_{nm}]'_t\|_2 \le 2mE_{nm}^{\sigma\tau}(h)_\infty \|x_{nm}\|_2 ,$$
$$\|[\mathcal{L}_{nm} r(h-\mathcal{L}_{nm}^{\sigma\tau}h)x_{nm}]''_{st}\|_2 \le 2nmE_{nm}^{\sigma\tau}(h)_\infty \|x_{nm}\|_2 .$$

Тогда, продолжая (24) с помощью (II), (I3) и легко доказываемых неравенств

$$E_{nm}(rh''_{st}x_{nm})_\infty \le E_{nm}^{st}(h''_{st})_\infty \|x_{nm}\|_2 ,$$
$$E_{nm}(rh'_s x_{nm})_\infty \le E_{nm}^{st}(h'_s)_\infty \|x_{nm}\|_2 ,\ E_{nm}(rh'_t x_{nm})_\infty \le E_{nm}^{st}(h'_t)_\infty \|x_{nm}\|_2 ,$$

получаем

$$\| Ax_{nm}-A_{nm}x_{nm}\|_{W_2^{1,1,2}} \le \left(1+\frac{\pi^2}{2}\right)E_{nm}^{st}(h''_{st})_\infty + E_{nm}^{st}(h'_s)_\infty +$$
$$+E_{hm}^{st}(h'_t)_\infty + \frac{\pi^2}{2}E_{nm}^{\sigma\tau}(h''_{\sigma\tau})_\infty ,\ x_{nm}\in X_{nm} .$$

Аналогично неравенствам (I2) получаем следующие оценки:

$$E_{nm}^{st}(h'_s)_\infty \le \frac{\pi}{2(m+1)} E_{nm}^{st}(h''_{st})_\infty ;$$

$$E^{st}_{nm}(h'_t)_\infty \le \frac{\pi}{2(n+1)} E^{st}_{nm}(h''_{st})_\infty .$$

Следовательно, для $\forall n,m \in \mathbb{N}$ имеем

$$\varepsilon_{nm} = \| A - A_{nm} \|_{X_{nm} \to Y} = O\left\{ E^{st}_{nm}(h''_{st})_\infty + E^{\sigma\tau}_{nm}(h''_{\sigma\tau})_\infty \right\} . \qquad (25)$$

С другой стороны, в силу (II) для правых частей уравнений (3), (23) справедливо соотношение

$$\delta_{nm} = \| y - \mathcal{L}_{nm} y \|_{W_2^{1,1,2}} = O\left\{ E_{nm}(y''_{st})_\infty \right\} .$$

Таким образом, для уравнений (3) и (23) выполнены все условия теоремы 7 гл. I [4], из которой и следуют утверждения доказываемой теоремы, в том числе оценка (22).

Литература

I. Г а б д у л х а е в Б. Г. Оптимизация прямых методов решения интегральных уравнений I рода // Интегральные уравнения в прикладном моделировании: Тез.докл. научной конференции. Киев, 1986. – Т.I. – С.22 – 23.

2. Г а б д у л х а е в Б. Г. Оптимальные проекционные методы решения слабо сингулярных интегральных уравнений I рода // Метод дискретных особенностей в задачах математической физики: Тез. докл. Всесоюзн. симпозиума. Харьков, 1985. – С.46 – 47.

3. Г а б д у л х а е в Б. Г. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений I рода. – Казань: Казанск. ун-т, 1990. – 290 с.

4. Г а б д у л х а е в Б. Г. Оптимальные аппроксимации решений линейных задач. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1980.– 232 с.

5. Т и м а н А. Ф. Теория приближения функций действительного переменного. – М.: Физматгиз, 1960. – 624 с.

6. Г а б д у л х а е в Б. Г. Кубатурные формулы для многомерных сингулярных интегралов, I, II // Известия на математическия ин-т при БАН. София, 1970. – Т. II. – С.181 – 196; Изв. вузов.Математика. – 1975. – № 4. – С.3 – 13.

7. Д а у г а в е т И. К. Введение в теорию приближения функций. – Л.: Ленингр. ун-т, 1976. – 184 с.

8. Никольский С. М. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. – М.: Наука, 1977. – 456 с.

9. Панасюк В. В., Саврук М. П., Назарчук З. П. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. – Киев: Наукова думка, 1984. – 344 с.

10. Габдулхаев Б. Г. Приближенное решение многомерных сингулярных уравнений, I, II // Изв. вузов. Математика. – 1975. – № 7. – С.30 – 41; 1976. – № 1. – С.30 – 41.

О.Е.Тихонов

СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВ С БАЗОВОЙ НОРМОЙ

В работе продолжены исследования, начатые в [3]. В рамках некоммутативной спектральной теории Альфсена и Шульца [7],[8] для элементов пространства с базовой нормой ($\mathcal{V}$, K), обладающего точным следом, доказана единственность "спектрального разложения" относительно следа (теорема 4.5). Предварительно исследованы свойства "проективных следов" из $\mathcal{V}$ и интегралов по $\mathcal{V}^+$-значной мере. В теореме 5.2 доказано свойство экстремальности спектральных мер в связи с выпуклыми функциями и на этой основе введен некоторый аналог пространств $L_p(1 \le p < \infty)$.

Насколько возможно используются терминология и обозначения работ [7], [8] и [3].

§ 1. Обозначения и предварительные сведения

Пусть ($\mathcal{V}$, K) – <u>пространство с базовой нормой,</u> т.е. $\mathcal{V}$ – вещественное упорядоченное нормированное пространство с порождающим конусом $\mathcal{V}^+$ и выделенной в нем базой K , причем множество $conv(K \cup -K)$ радиально компактно, а норма задается функционалом Минковского этого множества [6; гл. 2, § 1]. Сопряженным к ($\mathcal{V}$, K) является пространство с порядковой единицей ($\mathcal{A}$, e) – упорядоченное банахово пространство, причем конус $\mathcal{A}^+$ положительных элементов двойственен к $\mathcal{V}^+$, порядковая единица e определяется условием $\langle e,\rho\rangle=1$ для любого $\rho\in K$, а норма на $\mathcal{A}$ удов –