А. И. Черноголов, В. Д. Поскотин, Ф. Е. Четин, Вариационная задача оптимизации формы плоского слоя излучающей среды, *ТВТ*, 1975, том 13, выпуск 3, 677–679 ведливости приближения ламинарного пограничного слоя наиболее удобным является случай промежуточного влияния излучения.

Эксперименты проводились в следующей области режимных параметров: плотность теплового потока $q_w=600-2770$ *вт/м²*; температура рабочей поверхности $T_w=340-450°$ K; скорость потока воздуха $U=1,5-5$ *м/сек.*

В данных опытах, по оценкам [8], максимальная относительная погрешность измерений находилась в пределах: при естественной конвекции по числу Нуссельта от 9,6 до 12,6%, по безразмерной избыточной температуре от 5,5 до 7%; при вынужденной конвекции по числу Нуссельта от 2,6 до 9,3%, по безразмерной избыточной температуре от 2,2 до 6,3%.

Результаты эксперимента обрабатывались в соответствии с теорией [2, 3] в критериальном виде и совместно представлены на рис. 2–5.

Графики показывают удовлетворительное совпадение теоретических и экспериментальных данных с погрешностью, не превышающей максимальных оценок. Из рис. 2–5 видно, что влияние излучения приводит к переходу закона конвективного теплообмена от зависимости, характерной для граничного условия g_w=const к случаю T_w=const. Скорость этого перехода определяется параметром излучения β.

Опыт подтверждает правильность математической постановки задачи и возможности упрощений, вводимых при теоретическом анализе процесса [2, 3].

Обозначения: T_w, T_e, T_0 – абсолютные температуры рабочей поверхности, окружающей среды (стенок трубы и бака) и омывающего потока воздуха соответственно; $\theta_w=T_w/T_0$, $\theta_e=T_e/T_0$ – безразмерные температуры рабочей поверхности и окружающей среды; ε_w, ε_e, ε – степень черноты материала рабочей поверхности, стенок, покрытых сажей, и приведенная степень черноты рабочей поверхности в системе соответственно; F_w, F_e – площади единицы длины рабочей и ограждающей поверхностей; q_w – плотность теплового потока, подводимого к стенке; $\beta=(q_w+\sigma\varepsilon T_e^4)/\sigma\varepsilon T_0^4$ – параметр излучения; Pr – число Прандтля; $\mathrm{Nu}=[q_w-\sigma\varepsilon_w(T_w^4-T_e^4)]/\lambda(T_w-T_0)$ – число Нуссельта; $\mathrm{Re}=Ux/\nu$ – число Рейнольдса; $\mathrm{Sk}=\sigma\varepsilon T_0^3x/\lambda$ – число Старка; $\mathrm{Ra}_0=gx^3/\nu a$ – число Рэлея.

Томский политехнический
институт им. С. М. Кирова

Поступило в редакцию
21 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. Д. Сесс.* В сб. Проблемы теплообмена. Атомиздат, 1967.
2. *В. В. Саломатов, Е. М. Пузырев.* Теплофизика высоких температур, *10*, № 1, 1972.
3. *В. В. Саломатов, Е. М. Пузырев.* Инж.-физ. ж., *20*, № 6, 1971.
4. *В. В. Саломатов, Е. М. Пузырев.* Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, № 4, 1973.
5. *J. C. Chen.* Int. J. Heat Mass Transfer, *9*, № 5, 1966.
6. *И. Бенициo, В. Дунсен, Т. Ирвин.* В сб. Достижения в области теплообмена. «Мир», 1970.
7. *А. С. Ненишев.* Автореф. канд. дис., Томск, 1972.
8. *Инглэнд, Эмери.* Теплопередача, № 1, 1969.
9. *В. Д. Виленский.* Теплофизика высоких температур, *4*, № 5, 1966.
10. *А. Г. Блох.* Основы теплообмена излучением. ГЭИ, М.— Л., 1962.
11. *Шенк.* Теория инженерного эксперимента. «Мир», 1972.

УДК 536.24

ВАРИАЦИОННАЯ ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ ПЛОСКОГО СЛОЯ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ СРЕДЫ

А. И. Черноголов, В. Д. Поскотин, Ф. Е. Четин

Среди факторов, влияющих на лучистый теплообмен в рабочем пространстве пламенных печей и различного рода энергетических установок существенное значение имеет форма факела или потока излучающих газов и их положение относительно тепловоспринимающей поверхности. В какой-то мере влияние этих факторов иллюстрируется результатами исследования тепловых потоков в рабочем пространстве мартеновских печей, показывающих резкое изменение их по высоте в начале печи, где наблюдается настильный факел, имеющий четко выраженные границы и плавное изменение в конце, где факел оказывается выродившимся в почти гомогенный поток излучающих газов [1].

Ниже приводится решение простейшей задачи оптимизации формы плоского слоя излучающей среды, опирающегося на нормально расположенную к нему абсолютно черную холодную тепловоспринимающую прямоугольную площадку длиной $2a$. Толщина слоя и соответственно ширина площадки берутся бесконечно малыми, поэтому решаемая задача является двухмерной.

Несмотря на то, что в действительности приходится иметь дело в основном с излучающими объемами, решение плоской задачи будет иметь не только теоретический, но и практический интерес. В частности, оно имеет отношение к применяемому на практике приближенному методу расчета теплообмена по одноразмерной схеме [2].

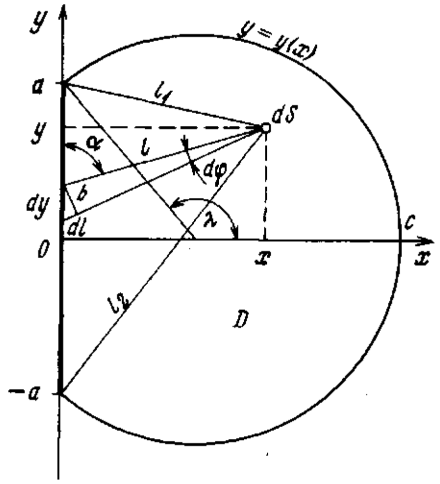

Рис. 1. Расчетная схема

Итак, задача заключается в определении контура слоя, обеспечивающего максимум излучения на площадку.

Будем считать, что охватываемая слоем область D занимает площадь S_0. Температура T и коэффициент поглощения k излучающей среды постоянны по слою. Расчетная схема показана на рис. 1.

Количество лучистого тепла, которое поступит от площадки к элементу тепловоспринимающей поверхности dy, равно

$$d^3Q = A\frac{d\varphi}{2\pi}e^{-kl}\,ds, \tag{1}$$

где A – постоянный коэффициент, зависящий от характеристик T и k газовой среды.

Из рис. 1 имеем $\operatorname{tg}\alpha = b/dl$, но $b = ld\varphi$, откуда

$$d\varphi = \operatorname{tg}\alpha/l\cdot dl. \tag{2}$$

Из рис. 1 замечаем также, что

$$\sin\alpha = x/l. \tag{3}$$

Так как $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha/\sqrt{1-\sin^2\alpha}$, то с учетом выражений (2) и (3) выражение (1) можно записать следующим образом:

$$d^3Q = Axe^{-kl}/2\pi l\sqrt{l^2-x^2}\,dl\,ds. \tag{4}$$

Интегрируя по l, находим элементарный поток тепла от площадки ds через отрезок $[-a, a]$

$$d^2Q = \frac{Ax}{2\pi}\left[\int\limits_x^{l_1}\frac{e^{-kl}\,dl}{l\sqrt{l^2-x^2}} + \int\limits_x^{l_2}\frac{e^{-kl}\,dl}{l\sqrt{l^2-x^2}}\right]ds, \tag{5}$$

где $l_1 = \sqrt{x^2+(a-y)^2}$; $l_2 = \sqrt{x^2+(a+y)^2}$.

Далее, интегрируя по всей области D и учитывая симметричность пламени относительно оси x, имеем

$$Q = \frac{A}{\pi}\int\limits_0^c\int\limits_0^{y(x)} x\left[\int\limits_x^{l_1}\frac{e^{-kl}\,dl}{l\sqrt{l^2-x^2}} + \int\limits_x^{l_2}\frac{e^{-kl}\,dl}{l\sqrt{l^2-x^2}}\right]dy\,dx. \tag{6}$$

Таким образом, задача сводится к нахождению экстремума функционала (6) при наличии изопериметрического условия

$$\int\limits_0^c y(x)\,dx = \frac{1}{2}S_0 \tag{7}$$

и граничных условий

$$y(0) = \pm a. \tag{8}$$

Для нахождения экстремали применяем метод множителей Лагранжа [3]. Полагаем

$$F^* = F + \lambda y, \tag{9}$$

где F – подынтегральная функция. Уравнение Эйлера – Лагранжа в нашем случае имеет вид

$$F_y^* = 0 \tag{10}$$

или

$$x\int\limits_x^{l_1}\frac{e^{-kl}\,dl}{l\sqrt{l^2-x^2}} + x\int\limits_x^{l_2}\frac{e^{-kl}}{l\sqrt{l^2-x^2}} + \lambda = 0. \tag{11}$$

Выражение (11) и есть уравнение искомой кривой $y=y(x)$, заданное в неявном виде.

Разлагая e^{-kl} в ряд, уравнение (11) можно представить как сумму интегралов, определяемых в квадратурах.

Для первых пяти членов разложения на ЭВМ «Проминь-2» получены кривые (рис. 2) для различных значений параметров k, λ, S_0.

Оптимальная по эффекту излучения на тепловоспринимающую поверхность форма слоя излучающих газов напоминает сегмент эллипса, эксцентриситет которого тем больше, чем больше показатель поглощения.

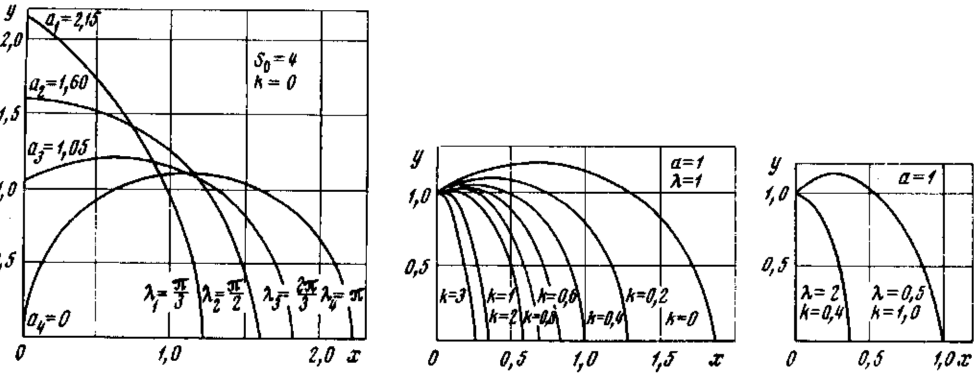

Рис. 2. Контуры максимально излучающих слоев для различных троек параметров k, λ, S_0 (ввиду симметричности контуров относительно оси x нижняя половина их не показана)

Устремив величину коэффициента поглощения $k\to 0$ и выполнив интегрирование (11), получим

$$\operatorname{arctg}\frac{2ax}{x^2+y^2-a^2}+\lambda=0.$$

После элементарных преобразований последнее выражение принимает вид

$$x^2+y^2+2a\operatorname{ctg}\lambda x-a^2=0,$$

а это не что иное как уравнение окружности, координаты центра которой суть

$$x_0=-a\operatorname{ctg}\lambda,\quad y_0=0,\quad \text{а радиус}\quad R=\frac{a}{|\sin\lambda|}.$$

Нетрудно видеть, что параметр λ имеет геометрический смысл, представляя угол между положительным направлением оси x и прямой, проведенной из центра окружности в точку 0, a (см. рис. 1).

Связь между λ и S_0 определяется либо из изопериметрического условия (7), либо из простых геометрических соображений. В данном случае эта связь имеет вид

$$S_0=a^2\left(\frac{\lambda}{2\pi\sin^2\lambda}-\operatorname{ctg}\lambda\right).$$

Следует отметить, что при стремлении длины тепловоспринимающей поверхности к нулю ($|a|\to 0$), максимальная интенсивность излучения на нее будет достигаться, если излучающий слой газов также будет иметь форму круга.

Институт металлургии
УНЦ АН СССР

Поступило в редакцию
5 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. И. Черноголов.* Теплометрические исследования мартеновских печей. Металлургиздат, 1967.
2. *А. С. Невский.* Теплопередача в мартеновских печах. Металлургиздат, 1963.
3. *Л. Н. Цлаф.* Вариационное исчисление и интегральные уравнения. «Наука», 1970.