

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. S. Golubev, M. M. Malikov, Волна ионизации в турбулентном потоке газа,
TVT, 1974, Volume 12, Issue 5, 947–951

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt7438>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.173

May 12, 2025, 21:41:51



УДК 537.5

ВОЛНА ИОНИЗАЦИИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ГАЗА

В. С. Голубев, М. М. Маликов

Рассматривается распространение фронта ионизации электрического разряда в турбулентном потоке газа. Основным механизмом переноса энергии ионизации через фронт волны считается перенос плазмы турбулентными пульсациями скорости нейтрального газа. Сравнение найденной расчетным путем скорости фронта ионизации с имеющимися экспериментальными результатами дает качественное согласие.

Исследование скорости распространения волны неравновесной ионизации в покоящемся газе при направлении электрического поля в плазме, перпендикулярном скорости волны [1, 2], показали наличие качественного и количественного согласия с теорией [3], учитывающей среди возможных механизмов переноса энергии через фронт волны только механизм электронной теплопроводности. Эксперименты с наложенным поперечным магнитным полем [2] показали влияние ионизационной турбулентности, при-

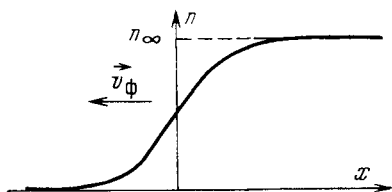
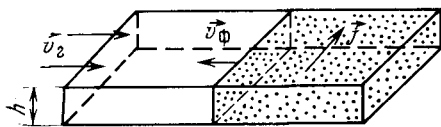


Рис. 1. Геометрия модели и система координат

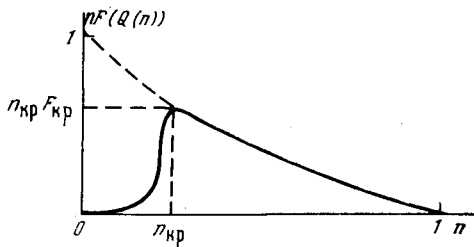


Рис. 2. Зависимость функции $nF(n)$ от n

водящей к увеличению скорости волны ионизации. Однако опыты [4–6], выполненные при наличии сверхзвукового потока газа (в магнитном поле и без поля), показали, что абсолютные значения скорости распространения фронта неравновесной ионизации значительно превышают значения скорости, оцененные теоретически по формулам [3], с учетом аномального «бомбовского» механизма электронной теплопроводности в поперечном магнитном поле и с учетом переноса энергии излучением [7]. Характерно, что поток газа в этих экспериментах был гидродинамически турбулентным*. Этот факт позволил предположить, что основной процесс переноса энергии к границе плазмы в условиях экспериментов [5, 6] — перенос энергии ионизации турбулентными пульсациями скорости газа.

1. Аналогично [3] рассмотрим распространение волны ионизации в геометрии рис. 1. Пусть справа канал с потоком газа заполнен однородной плазмой, поддерживаемой протеканием электрического тока j , перпендикулярного скорости потока газа v_0 . Влево относительно газа состояние

* Это подтверждено сверхскоростной киносъемкой разряда без магнитного поля.

плазмы распространяется в виде фронта ионизации, имеющего постоянную во времени скорость v_ϕ (в случае образования стационарной волны ионизации). Естественно, скорость движения границы плазмы относительно стенок канала примем равной $(v_\phi - v_r)$, т. е. пренебрегаем действием пondeромоторных сил (в случае наличия магнитного поля), ускоряющих всю плазму в целом. Уравнение баланса энергии электронов для неравновесной плазмы (в предположении малости времени ионизационно-рекомбинационной релаксации по сравнению с временем джоулева нагрева) имеет вид

$$I \frac{dn_e}{dt} = \sigma E_j^2 - \delta \frac{3m_e}{m_a} v_e T_e n_e + ID_\tau \frac{d^2 n_e}{dx^2}. \quad (1)$$

Здесь I — потенциал ионизации; n_e , T_e — электронные концентрации и температура; m_e , m_a — масса электрона и атома; v_e — частота электронных столкновений (которую будем считать постоянной ($v_e = v_{e\infty}$)); $\sigma = e^2 n_e / m_e v_e$ — проводимость плазмы; E_j — токовая компонента электрического поля, предполагаемая постоянной вдоль оси x ; последний член в (1) описывает перенос энергии турбулентными пульсациями [8]; D_τ — коэффициент турбулентной диффузии [9].

Введем безразмерные обозначения

$$n = n_e / n_{e\infty}; \quad Q = T_e / T_{e\infty}; \quad \xi = x / x_0; \quad \tau = t / t_0; \quad \varepsilon = 2T_{e\infty} / I; \quad u = v_\phi / v_0, \quad (2)$$

$$F(Q) = 1 - Q \dots, \quad (3)$$

$$x_0 = \left(\frac{ID_\tau m_a}{T_e 3m_e v_e \delta} \right)^{1/2}; \quad t_0^{-1} = \frac{T_{e\infty} 3m_e v_e \delta}{m_a} \dots, \quad (4)$$

$$v_0 = \frac{x_0}{t_0} \left(\frac{T_{e\infty} D_\tau 3m_e v_e \delta}{I m_a} \right)^{1/2} \dots \quad (5)$$

Здесь знак ∞ — параметры плазмы вдали от фронта ионизации при $x \rightarrow +\infty$. Уравнение (1) принимает вид

$$\partial n / \partial \tau = n F(Q) + (\partial^2 n / \partial \xi^2). \quad (6)$$

Будем искать функцию $n(\xi, \tau)$ в виде волны, бегущей влево со скоростью $u > 0$ (масштабом этой скорости является величина v_0 , введенная формулой (5), при этом размерная скорость волны $v_\phi = v_0 u$)

$$n(\xi, \tau) = n(\xi + u\tau); \quad n_e(x, t) = n_e(x + v_\phi t). \quad (7)$$

Уравнение (6) преобразуется к следующему виду:

$$un \xi_\xi = n F(Q) + n \xi_\xi. \quad (6a)$$

Граничные условия имеют вид

$$n / \xi \rightarrow -\infty = 0, \quad (8a)$$

$$n / \xi \rightarrow +\infty = 1. \quad (8b)$$

По аналогии с [3] для анализа уравнения (6a) методом интегральных кривых во всей области $0 < n < 1$ введем функцию

$$y = (n_\xi / n) = y(n), \quad y' = dy / dn. \quad (9)$$

Из уравнения (6a) имеем

$$-n y y' = y^2 - u y + F. \quad (10)$$

Линии $y_{1,2}$ — нулей производной y' — даются уравнением

$$y^2 - u y + F = 0, \quad (11)$$

откуда

$$y_{1,2} = u/2 \pm \sqrt{(u^2/4) - F}. \quad (12)$$

Вид интегральных кривых $y(n)$ будет зависеть от вида функции $F(Q(n))$. В области больших n , ($n \rightarrow 1$) между n_e и T_e существует однозначная связь, описываемая формулой Саха (степень ионизации будем считать малой и учтем экспоненциальную часть формулы)

$$n_e = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{I}{2T_e}\right); \quad n = \exp\left[-1/\varepsilon \times \left(\frac{1}{Q} - 1\right)\right]. \quad (13)$$

В этом случае

$$nF = -n\varepsilon \ln n / (1 - \varepsilon \ln n). \quad (14)$$

В области малых n , ($n \rightarrow 0$), начиная с некоторого критического $n_{кр}$, формула Саха перестает выполняться. В этом случае ($n < n_{кр}$) ($dn/dQ \rightarrow \infty$) [10] и можно на основании уравнения (1) положить $I \rightarrow \infty$, т. е. считать, что $nF = 0$, при $n < n_{кр}$, ($F(n_{кр}) \equiv F_{кр}$). Общий ход функции $nF(n)$ во всей области $0 < n < 1$ показан на рис. 2.

Необходимо найти граничные условия для $y(n)$, соответствующие условиям (8а) и (8б). Для этого рассмотрим уравнение (6а) при $n \rightarrow 0$ и $n \rightarrow 1$. В области $n \rightarrow 0$ при $n < n_{кр}$ тепловыделение быстро падает, $nF(n) \rightarrow 0$. Вблизи точки $n=0$ предположим, что $nF(n)$ будет

$$nF(n) = C \cdot n^q; \quad C > 0; \quad q > 0.$$

Решение уравнения (10) при $n \rightarrow 0$ имеет вид

$$y(n) = u - \frac{cn^q}{u(1+q)} \Big|_{n \rightarrow 0 (\xi \rightarrow -\infty)} \rightarrow u. \quad (15)$$

В области $n \rightarrow 1$ ($n > n_{кр}$) соотношение (14) дает $nF \approx \varepsilon(1-n)$.

Решение уравнения (10) при $n \rightarrow 1$ будет

$$y(n) = |r|(1-n) \approx \frac{\varepsilon}{u} \times \left(1 - \frac{\varepsilon}{u^2}\right) (1-n) \Big|_{n \rightarrow 1 (\xi \rightarrow +\infty)} \rightarrow 0. \quad (16)$$

Здесь $|r| = (u/2) - \sqrt{(u^2/4) + \varepsilon}$. Используя (10), (12), (15), (16) и кривые рис. 2, можно построить интегральные кривые $y = y(n)$, рис. 3. Характер кривых $y_{1,2}$ (рис. 3) меняется при $u > u_{кр}$ и $u < u_{кр}$, где $u_{кр} = 2\sqrt{F_{макс}} = 2\sqrt{F_{кр}}$. Интегральная кривая (15), входящая в точку ($n=0$; $y=u$), идет вблизи этой точки выше линии нулей производной y_1 (III, рис. 3) на расстоянии от последней

$$\Delta n \approx n[(1+q)^{1/q} - 1],$$

причем обязательно условие $q > 0$.

Интегральная кривая (16), входящая в точку ($n=1$, $y=0$) идет близко к линии нулей y_2 (II, рис. 3), она отстоит от последней по «горизонтالي» всего на относительном расстоянии ε/u^2 . Вид кривых (15) и (16) означает, что единственная интегральная кривая, соединяющая точки ($n=0$, $y=u$) и ($n=1$, $y=0$), существует только при $u < u_{кр} = 2\sqrt{F_{кр}}$ (рис. 3, в). Так как кривая (16) идет на расстоянии ε/u^2 от кривой линии нулей II, то можно считать, что и вся интегральная кривая I,

Данные	$n_e, \text{ см}^{-3}$	$I, \text{ эв}$	$T_e, \text{ эв}$	δ	$h, \text{ см}$	$v_{\infty}, \text{ сек}^{-1}$	$v_T, \text{ см}^3/\text{сек}$	Re	$F_{кр}$	$D_T, \text{ см}^2/\text{сек}$	$\text{коэф. } \left(\frac{1-L}{\rho_{\text{ж}}}\right)_{\text{эв}}$	$(v_{\text{ф}})_{\text{ансп.}}, \text{ см}^3/\text{сек}$	$(v_{\text{ф}})_{\text{расч.}}, \text{ см}^3/\text{сек}$	$v, \text{ см}^3/\text{сек}$
[6] Ar + Na	$6 \cdot 10^{14}$	5,42	0,4	1,5	Высота 4,0	$0,7 \cdot 10^{11}$	$7 \cdot 10^4$	$7 \cdot 10^1$	0,4	$1,15 \cdot 10^2$	0,20	$3,0 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^4$	$1,0 \cdot 10^3$
					Ширина 6			$4,2 \cdot 10^5$						
[5] Ar + Cs	$1,3 \cdot 10^{15}$	3,89	0,7	1,0	0,3	$7 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^1$	0,7	$5 \cdot 10^2$	0,53	$2,0 \cdot 10^4$	$2,2 \cdot 10^4$	$1,3 \cdot 10^3$

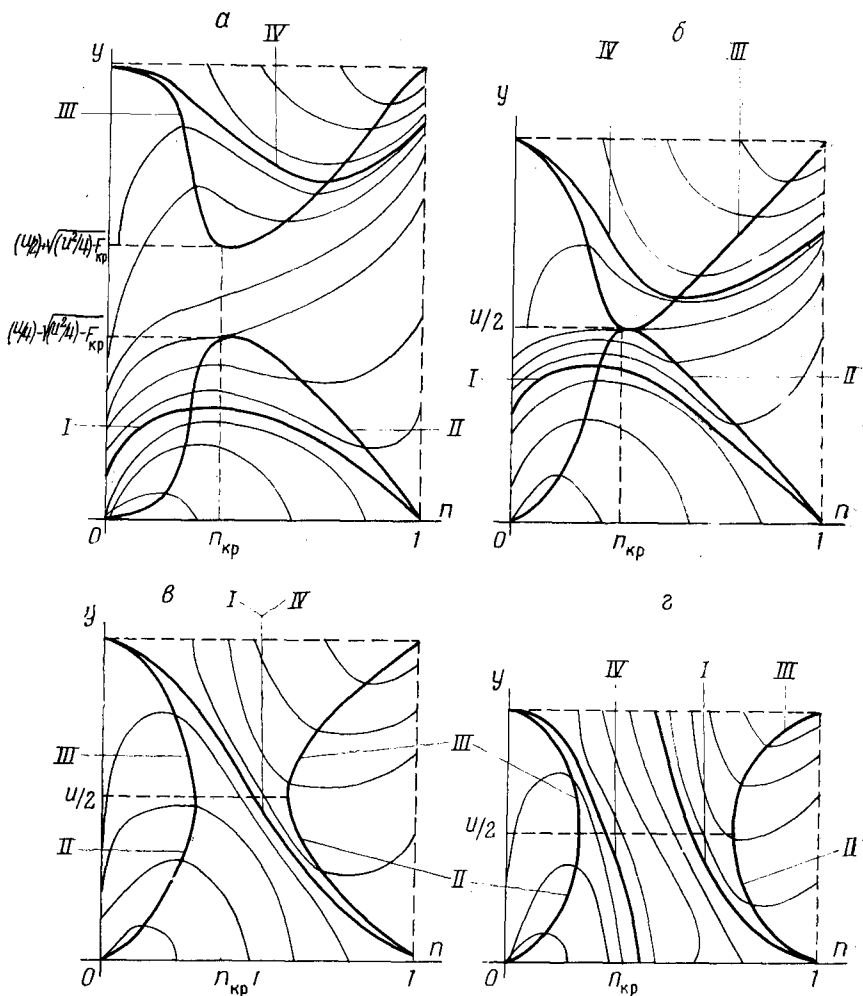


Рис. 3. Интегральные кривые $y(n)$.

I — интегральная кривая, идущая в точку $(n=1, y=0)$; II, III — линии нулей производной y_n ; IV — интегральная кривая, идущая в точку $(n=0, y=u)$. a — $u < u_{кр}$; $б$ — $u = u_{кр}$; $в$ — $u = u_s < u_{кр}$; $г$ — $u < u_s$

расположенная ниже прямой $y = u/2$, идет близко к II . Тогда из характера поведения интегральных кривых уравнения (10) при $u < u_{кр}$ ясно, что встреча кривых I и IV должна произойти по мере изменения u относительно $u = u_{кр}$ при

$$u = u_s = u_{кр} - 0(n_{кр}). \quad (17)$$

Действительно, кривая I пересекает линию $y = u/2$ на расстоянии $\sim \varepsilon$ от линии II , что в силу вида (14) функции $F(n)$ при $n > n_{кр}$ и в силу уравнения (12) линии II соответствует условию (17).

Таким образом, можно считать, что величина скорости фронта ионизации определяется соотношением

$$v_\phi \approx u_{кр} v_0 = 2\sqrt{F_{кр}} v_0. \quad (18)$$

II . В таблице представлены $(v_\phi)_{расч}$ и $(x_0)_{расч} |r|^{-1}$, рассчитанные по формулам (4), (18), а также экспериментальные значения $(v_\phi)_{эксп}$ и $(x_0)_{эксп}$, взятые из ряда работ со всеми параметрами плазмы, необходимыми для вычисления. Величина $(x_0)_{эксп}$ — размер, на котором n_e уменьшается в 2,7 раза. Величина v_1 рассчитывалась для сравнения по формуле гео-

рии [3], в которой скорость определяется электронной теплопроводностью. Величина $n_{\text{кр}}$ по данным [11] составляет $0,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, соответствующая величина $Q_{\text{кр}}$ рассчитывалась по формуле Саха. Величина $D_{\text{т}}$ оценивалась по формулам из работы [9], полученным эмпирическим путем из экспериментов для течений в шероховатых трубах

$$D_{\text{т}} \approx 1,1 v_{\text{т}} h 10^{-3} \quad \text{при } \text{Re} \geq 10^5,$$

$$D_{\text{т}} \approx 9 \cdot 10^{-3} v_{\text{т}} h \text{Re}^{-0,16} \quad \text{при } \text{Re} < 10^5.$$

Здесь Re — число Рейнольдса, вычисленное по характерному размеру канала h . Величины $(v_{\text{ф}})_{\text{расч}}$ и $(x_0)_{\text{расч}} |r|^{-1}$, как видно из таблицы, близки к экспериментальным значениям. Величина средней пульсационной скорости потока на малых расстояниях от сопла канала, как это видно из данных [9], может достигать 20–25% от средней скорости потока. В нашем случае эта скорость ($0,2 v_{\text{т}}$) будет очень близка к скорости фронта, что имеет физический смысл, так как $v_{\text{ф}}$ не может быть больше максимальной флуктуационной скорости потока газа.

Таким образом, рассмотренный механизм распространения волны ионизации в потоке турбулентного газа позволяет качественно объяснить экспериментальные данные об аномально большом значении скорости волны в этих условиях.

Авторы выражают благодарность А. М. Дыхне, Ф. Р. Улиничу, Ю. А. Дрейзину и Ю. Ю. Абрамову за плодотворные обсуждения.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова

Поступила в редакцию
13 II 1973.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Волков. Теплофизика высоких температур, 3, № 3, 1965; Y. M. Volkov, D. D. Malyuta. VIII Symp. on Engin. Aspects of MHD, Stanford, 1967, prepr. IAE-1327.
2. В. Т. Карпухин, А. В. Недоспасов. Electricity from MHD, 1968. Warshav, 1, 239, IAEA, Vienna, 1969.
3. E. P. Velikhov, A. M. Dykhne. VII Intern. Conf. Phenom. Gases, Beograd, 1965, pap. 4.1.4. (1).
4. А. Ф. Вигшас, В. С. Голубев. VIII Междунар. конф. по ионизационным явлениям в газах, 3.1.8 (9), Вена, 1967.
5. А. Ф. Вигшас, В. С. Голубев. В Сб. МГД-метод получения электроэнергии. «Энергия», 1968.
6. М. М. Маликов, В. С. Голубев, А. В. Недоспасов. Fifth Intern. Conf. on MHD Electr. Power. Generation, Munich, 1971, 2, p. 371.
7. В. Т. Карпухин, А. В. Недоспасов. Теплофизика высоких температур 8, № 2, 1970.
8. G. Hans, A. Thiel. Proc. of the IEEE, 59, № 4, 508, April 1971.
9. Е. С. Щегинков. Физика горения газов. «Наука», 1965, стр. 380.
10. D. R. Bates, A. E. Kingston, R. W. P. Me Whirter. Proc. Roy. Soc., 267A, 297, 1962.
11. В. С. Голубев, Г. А. Касабов, Ф. В. Конах. Теплофизика высоких температур, 2, № 4, 1964.