

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. A. Shlychkov, Hydrodynamical Model of an Ice Drift for Studying Jams, *Vestn. Novosib. Gos. Univ., Ser. Mat. Mekh. Inform.*, 2013, Volume 13, Issue 2, 126–130

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.169

February 11, 2025, 12:26:39



В. А. Шлычков

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛЕДОХОДА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ЗАТОРОВ\*

Представлена гибридная динамико-стохастическая модель весеннего ледохода в русловом потоке. Параметры течения воспроизводятся на основе детерминированной численной модели, а плывущие по реке льдины рассматриваются как разномасштабные элементы стохастического ансамбля. Динамика отдельного ледового элемента рассчитывается индивидуально с учетом взаимодействия с берегом и близлежащими льдинами, в том числе и находящимися в заторной области.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, гидродинамика, численные методы решения, ледовые явления в руслах.

Ледоход формируется при вскрытии всех северных рек. При ориентации течения с юга на север, что характерно для сибирских рек, волна половодья продвигается быстрее волны весеннего потепления, поэтому речной поток взламывает ледовый покров, еще не ослабленный тепловым разрушением. Вследствие этого в поле ледовых обломков возможно формирование крупных и прочных льдин, которые при движении в стесненном потоке приводят к образованию заторов. Заторы образуются далеко не всегда, а лишь при сочетании ряда факторов: гидрометеорологических условий, морфологической структуры русла, мощности ледового покрова и др.

Процессы заторообразования не поддаются эффективному управлению и прогнозу. Поэтому для изучения причин и механизмов заторных явлений крайне необходим адекватный метод расчета характеристик ледовых полей для предупреждения и выработки мер защиты от заторов.

Исследования и прогнозы заторов льда на северных реках базируются, как правило, на эмпирических связях между ледовыми условиями в зимне-весенний период, температурой воздуха, расходами воды и другими количественными характеристиками половодья. Другим средством изучения заторообразования является гидравлическое моделирование, когда натурные условия воспроизводятся с помощью физической модели уменьшенного масштаба [1]. При несомненной полезности этих подходов, точность их обычно невелика, а сами методики не являются универсальными, так как разработаны применительно к конкретному водному объекту.

В работе представлена гибридная динамико-стохастическая модель весеннего ледохода в русловом потоке. Параметры течения воспроизводятся на основе детерминированной численной модели, а плывущие по реке льдины рассматриваются как разномасштабные элементы стохастического ансамбля. Динамика отдельного ледового элемента

---

\* Работа выполнена при поддержке интеграционного проекта СО РАН № 109.

рассчитывается индивидуально с учетом взаимодействия с берегом и близлежащими льдинами, в том числе и находящимися в заторной области.

### Постановка задачи

Для расчета гидравлических параметров речного потока используется двумерная модель течений на основе уравнений Сен-Венана. В горизонтальной плоскости введем декартову систему координат с осями  $x, y$ . Поверхность руслового ложа зададим уравнением  $z = z_b(x, y)$ , где  $z_b$  — функция, описывающая рельеф дна. Уравнения плановых течений запишем в виде [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial huu}{\partial x} + \frac{\partial huv}{\partial y} &= -gh \frac{\partial (h + z_b)}{\partial x} - \frac{g}{C_s^2} |\mathbf{u}| u, \\ \frac{\partial hv}{\partial t} + \frac{\partial huv}{\partial x} + \frac{\partial hvv}{\partial y} &= -gh \frac{\partial (h + z_b)}{\partial y} - \frac{g}{C_s^2} |\mathbf{u}| v, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $t$  — время,  $h$  — глубина потока,  $u, v$  — компоненты средней по глубине горизонтальной скорости,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $C_s$  — коэффициент Шези.

Краевые условия на входном створе русла отражают распределение суммарного расхода  $Q_1$ , а в поперечнике выходного створа задается уровень свободной поверхности.

Постановку задачи замыкают начальные условия на компоненты скорости  $u = v = 0$  и пространственное распределение глубин  $h$  в момент  $t = 0$ .

Задача решалась методом конечных разностей по пространству и времени. Использовались криволинейные сетки с узлами, разнесенными по граням элементарного пространственного бокса. «Распатанные» сетки позволяют эффективно строить консервативные схемы второго порядка точности на основе центральных разностей, а применяемые неявные методы обеспечивают нужный запас устойчивости при многошаговом интегрировании.

Конечно-разностные аналоги системы (1) получены на основе метода конечных объемов, в котором уравнения проецируются в элементарный бокс со сторонами, близкими по направлению к криволинейным границам русла. Численная схема обеспечивает сохранение интеграла Бернулли в безвихревом потоке [3].

Явление ледохода в модельном представлении имитирует совокупность свободно плавающих ледяных обломков, которые рассматриваются как система материальных тел конечных размеров на акватории. На льдину, находящуюся в ледоходном потоке, действуют следующие основные силы:

- лобовое сопротивление воды, пропорциональное линейному размеру и толщине элемента;
- касательные влекущие силы со стороны потока, воздействующие на нижнюю поверхность льдины;
- ударные силы столкновений с соседними элементами;
- силы реакции со стороны берега и касательное трение при наплывании на сушу;
- силы донного трения льдины на отмелях;

- боковое давление на льдину в сплошном заторе;
- случайные возмущения (ветер, турбулентные пульсации в потоке).

Толщина  $h_i$ , линейный размер (диаметр)  $d_i$  и площадь льдин  $s_i$  предполагаются различными для разных элементов ансамбля и задаются случайным образом. Движение отдельной льдины при моделировании ледохода отождествляется с движением ее центра масс. Взаимосвязанная система уравнений движения ансамбля выглядит следующим образом:

$$m_i \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} - \rho_{\text{ice}}(\lambda_1 h_i d_i + \lambda_2 s_i) |\mathbf{u}_i - \mathbf{u}| (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}) + \sum_{n=1}^N m_i m_n W_{in} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_n) - \rho_{\text{ice}} |\mathbf{u}_i| h_i d_i B \mathbf{u}_i + \xi_i, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{u}_i,$$

где  $i = 1, \dots, N$ ,  $N$  — количество льдин в области,  $\mathbf{r}_i$  — радиус-вектор центра масс,  $\mathbf{u}_i$  — вектор скорости  $i$ -й льдины,  $\rho_{\text{ice}}$  — плотность льда,  $m_i$  — масса элемента,  $\xi_i$  — случайное динамическое воздействие на льдину.

Первое слагаемое в (2) отражает форсинг со стороны речного потока: учитываются лобовое сопротивление с коэффициентом  $\lambda_1$  и касательные напряжения на нижней поверхности льдины с коэффициентом  $\lambda_2$ . Второе слагаемое описывает изменение импульса в результате возможных столкновений льдины  $i$  с ближайшими соседними льдинами массой  $m_n$ . Элементы финитной матрицы  $W$  формируются как мера взаимного перекрытия льдин. Значения  $W_{in}$  являются ненулевыми только в случае непосредственного контакта льдин, когда центры сближаются на расстояние не менее суммы диаметров  $d_i + d_n$ . Между льдинами возникают силы отталкивания, так что компоненты матрицы имеют вид  $W_{in} = \gamma_{in} \left( \frac{d_i + d_n}{2|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_n|} - 1 \right)$ , а дискретное во времени ударное взаимодействие аппроксимируется «эластичным» образом. Коэффициенты эластичности  $\gamma_{in}$  определяют величину сил упругого взаимодействия.

Третье слагаемое в (2) характеризует вклад сил трения льдин об отмели и берега. Береговая полоса, в которой развиваются процессы торможения льдин, определяется как мелководная зона с глубиной  $h < h_{\text{ice}}$ , где  $h_{\text{ice}}$  — толщина льдин. Характер влияния берега на продольный и поперечный (относительно линии берега) компоненты скорости льдин неодинаков — так, очевидно, что нормальная скорость должна затухать быстрее касательной вблизи уреза воды. Для учета анизотропии по скоростям служит матрица  $B$ , которая в простейшем случае совпадения линии берега с осью  $x$  содержит на главной диагонали коэффициент гидравлического трения льдин о берег  $\lambda_B$  и коэффициент затухания поперечной скорости  $\lambda_N$ .

### Результаты расчетов

Апробация модели проводилась на участке р. Лена в районе Якутска. При весеннем расходе  $Q=10400 \text{ м}^3/\text{с}$  ширина основного русла составляет 1–2 км. Водное зеркало имеет здесь сравнительно сложную конфигурацию (рис. 1): острова делят поток на два рукава — судоходный левый и мелководный правый (направление основного течения — слева направо), которые в половодье соединяются протокой.

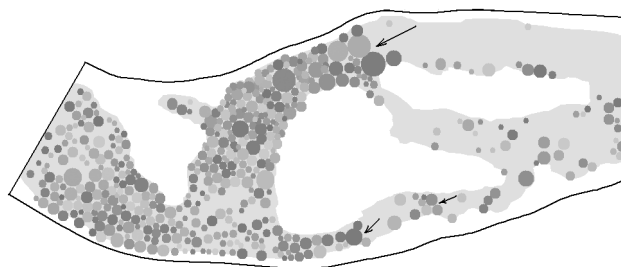
Координаты начальной совокупности элементов ледового ансамбля задавались с помощью датчика случайных чисел с равномерным распределением. Габариты льдин формировались на основе нормального закона со средним значением диаметра 150 м и дисперсией 50 м. Плотность ледохода полагалась равной 0,4. Эти соотношения поддерживались при генерации новых элементов на входном створе взамен ушедших вниз по течению.

В качестве начальных гидродинамических полей задавался стационарный плановый поток, полученный интегрированием уравнений (1) на установление без учета ледовых эффектов. Расчетный кинематический режим характеризуется средней скоростью 1,5–1,8 м/с, которая местами увеличивается до 2,7 м/с. Основной водоток проходит по левому рукаву, правый пропускает не более 20 % расхода.

Решение задачи воспроизведения ледохода проводилось путем совместного интегрирования систем (1),(2). Численные эксперименты показали, что при небольшой плотности ледохода и отсутствии крупных элементов плавающий лед транзитом продвигается по руслу и покидает расчетный участок через выходной створ. Лишь в сравнительно узком правом рукаве при прохождении крупных льдин высока вероятность образования локального затора, не влияющего на проводку льда в основном (левом) водотоке.

С увеличением дисперсии выборки и размеров элементов становится возможной закупорка основного русла одной или несколькими крупными льдинами за счет заклинивания о берега. Наблюдениями установлено, что основным фактором задержки движения колотого льда является стеснение потока вследствие, например, сужения русла. В этом случае образуется ледяная перемычка, перекрывающая русло и служащая очагом затора. Перемычка препятствует свободному сплаву льда и обуславливает скопление льдин позади очага, что приводит к увеличению протяженности заторного поля со временем.

Заторная конфигурация ансамбля в период формирования ледяного препятствия показана на рисунке. Русло левого рукава перекрывается группой крупных льдин вблизи соединяющей протоки за счет эффектов распора и трения о берега (показано стрелкой). Заметим, что задержка движения льда является здесь результатом естественного развития процесса взаимодействия ансамбля с геометрией русла, т. е. имитирует природное явление в рамках модельных представлений.



Конфигурация ледяного ансамбля в период закупорки русла. Направление течения — слева направо

В условиях формирования затора по мере аккумуляции массы льда в хвостовой части увеличиваются продольные напряжения в ледовом покрове, на сплоченные ледяные обломки действует избыточное давление, и в результате сжатия часть льдин крошится и выдавливается со своей горизонтали. Происходит торошение затора с увеличением толщины ледяного поля и его смещением вниз под действием силы тяжести. Проседание ледяного покрова приводит к сужению поперечного сечения, а увеличение шероховатости нижней поверхности обуславливает возрастание общего гидравлического сопротивления. Уменьшение «живого» сечения снижает пропускную способность русла, т.е. обуславливает изменение условий движения водного потока, вследствие чего происходит его торможение и подъем уровня в хвосте затора.

### Заключение

Представленные результаты отражают вероятный сценарий генезиса затора торошения при ледоходе и показывают возможности использования численной модели как инструмента предсказания динамики подпорных явлений и изучения вариантов активного воздействия на затор. В рабочем режиме прогностические результаты могут быть получены методом статистических испытаний на основе многовариантного прогона модельных ансамблей с различными наборами характеристик, отвечающими разбросу параметров реальной ледовой обстановки.

### Список литературы

1. Бузин В. А. Заторы льда и заторные наводнения на реках. СПб.: Гидрометеиздат, 2004.
2. Вольцингер Н. Е., Клеванный К. А., Пелиновский Е. Н. Длинноволновая динамика прибрежной зоны. Л.: Гидрометеиздат, 1989.
3. Шлычков В. А. Численная модель для уравнений мелкой воды на криволинейной сетке с сохранением интеграла Бернулли // Журн. вычисл. математики и мат. физики 2012. Т. 52, № 4. С. 1–8.

*Материал поступил в редколлегию 01.07.2012*

### Адрес автора

ШЛЫЧКОВ Вячеслав Александрович

Новосибирский филиал Института водных и экологических проблем СО РАН

Морской пр., 2, Новосибирск, 630090, Россия

e-mail: slav@iwer.nsc.ru