



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. В. Пахт, Метод учёта неопределённости данных в моделях для биологических сообществ, *Дальневост. матем. журн.*, 2004, том 5, номер 2, 239–249

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.81

8 февраля 2025 г., 03:57:14



© Е.В. Пахт\*

## Метод учёта неопределённости данных в моделях для биологических сообществ

Метод, учитывающий неопределённость начальных данных при моделировании динамики численности биологических сообществ [1], демонстрируется на классических моделях для биосообществ и модели для водной экосистемы.

### 1. Общая схема

Рассматриваются модели для биосистем, в которых характеристики состояния зависят только от времени. Такие модели представляются в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (1)$$

где  $t \in R_+$  — параметр времени,  $x = x(t) \in R_+^n$  — вектор численности видов в сообществе,  $R^n = \{x = (x_1, \dots, x_n)^T / \forall i \ x_i \in R\}$ ,  $R_+^n = \{x \in R^n / x \geq 0\}$ . Добавляя к системе (1) начальные условия

$$x(t_0) = x(0) = x_0, \quad (2)$$

получим задачу Коши. Предполагаем вектор-функцию  $f(t, x)$  непрерывной по совокупности аргументов и непрерывно дифференцируемой по  $x$ , тогда найдется окрестность точки  $t = 0$ , в которой существует, и притом единственное, решение задачи Коши (1)–(2). Предположим, что решение существует и единственно для всех  $t \in R_+$ . В связи с тем, что при моделировании биологического сообщества значение начального состояния сообщества известно неточно, будем предполагать, следуя работе А.И. Абакумова [1], что это значение принадлежит некоторому компактному множеству  $\Omega \subset R^n$ . Для описания множества  $\Omega$  используем функцию  $\varphi(t, x)$  принадлежности состояния сообщества заданному значению  $x$  в момент времени  $t$ . Большему значению функции  $\varphi(t, x)$  соответствует большая “уверенность” в том, что состояние сообщества в момент времени  $t$  определяется значением  $x$ .

Функция  $\varphi : R_+^{n+1} \rightarrow R_+$  предполагается непрерывно дифференцируемой, неотрицательной и равной нулю вне множества  $\Omega$ . Значения функции  $\varphi(t, x)$  вычисляются по формуле [1]:

$$\varphi(t, x) = \varphi_0(\chi(0, t, x)) \cdot e^{-\int_0^t \operatorname{div} f(\tau, \chi(\tau, t, x)) d\tau}, \quad (3)$$

где  $\chi(t, \tau, x)$  решение  $x(t)$  системы уравнений (1) в момент времени  $t$  при условии  $x(\tau) = x$ . При этом задано начальное условие  $\varphi(0, x) = \varphi_0(x)$ ,  $\varphi_0 \in C^1(R^n)$ . Предполагаем  $\varphi_0(x) \geq 0$ , тогда  $\forall t \in R_+ \ \varphi(t, x) \geq 0$ .

---

\* Дальневосточный государственный рыбохозяйственный университет. 690600  
Владивосток, Баляева, 52. Электронная почта: abakumov@iacp.dvgu.ru

## 2. Неопределенность в моделях для биосообществ и экосистем

Предлагаемый подход применим к классическим моделям и модели для водной экосистемы. Одной из общих классических моделей является модель В.Вольтерра [2] для сообщества видов

$$\dot{x}_i = a_i \left(1 - \sum_{j=1}^n b_{ij} \cdot x_j\right) x_i \quad \text{для } i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

**Модель I.** Модель Лотки–Вольтерра [2] для биосообществ типа “хищник–жертва”, описывается системой нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \varepsilon(x_1)x_1 - V(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = kV(x_1)x_2 - m(x_2)x_2, \end{cases}$$

где  $x_1 = x_1(t)$  и  $x_2 = x_2(t)$  — численность (или биомасса) жертв и хищников соответственно. Предполагается, что единственным лимитирующим фактором, ограничивающим увеличение количества жертв, является давление на них со стороны хищников, а размножение хищников ограничивается количеством добытой ими пищи (количеством жертв). Функции  $\varepsilon(x_1)$  и  $m(x_2)$  — коэффициенты естественного прироста жертв за счет рождения новых особей и естественной смертности хищников соответственно. Трофическая функция  $V(x_1)$  определяет количество (или биомассу) жертв, потребляемых одним хищником за единицу времени, причем  $k$ -я часть полученной с этой биомассой энергии расходуется хищником на воспроизводство, а остальное тратится на поддержание основного обмена, двигательной активности или же не усваивается.

При малых значениях  $x_1$ , когда у хищника не наступает физиологическое насыщение, трофическую функцию  $V(x_1)$  можно считать линейной, т.е.  $V(x_1) = \alpha x_1$ . Кроме того, предполагаем для простоты, следуя [2],  $k = const$ ,  $\varepsilon(x_1) \equiv \varepsilon = const$ ,  $m(x_2) \equiv m = const$ , тогда система приобретает вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \varepsilon x_1 - \alpha x_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = k\alpha x_1 x_2 - m x_2. \end{cases}$$

В примерах будет реализован именно этот последний вариант модели I.

**Модель II.** Модификация модели I с учетом самолимитирования жертвы получится если ввести в вольтерровскую модель элемент  $\gamma x_1^2$ , описывающий внутривидовую конкуренцию среди жертв. Тогда уравнения модели I примут вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \varepsilon x_1 - \alpha x_1 x_2 - \gamma x_1^2 \\ \dot{x}_2 = k\alpha x_1 x_2 - m x_2. \end{cases}$$

**Модель III.** По сравнению с моделью II смертность хищника учитывается квадратичной зависимостью от его биомассы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \varepsilon x_1 - \alpha x_1 x_2 - \gamma x_1^2 \\ \dot{x}_2 = k\alpha x_1 x_2 - m x_2^2. \end{cases}$$

Согласно [1] для системы (4) справедлива формула

$$\varphi(t, x) = \varphi_0(\chi(0, t, x)) \cdot e^{bB^{-1}at - (e+bB^{-1}) \ln(x/\chi(0, t, x))}, \quad (5)$$

где  $\ln$  понимается примененным покомпонентно,  $e$  — вектор-строка из  $n$  единиц. Здесь  $b$  — вектор-строка диагональных элементов матрицы  $B$ . Следовательно, формула (5) применима в линеаризованных моделях I–III.

**Модель IV.** Модель, описывающая водную экосистему в агрегированном виде, представлена системой четырех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений [3]:

$$\begin{cases} \dot{x} = r(p)x - V_{xy}(x)y - V_{xz}(x)z - \mu(x)x \\ \dot{y} = kV_{xy}(x)y - V_{yz}(y)z - \eta(y)y \\ \dot{z} = lV_{xz}(x)z + mV_{yz}(y)z - \nu(z)z \\ \dot{p} = \mu(x)x + \eta(y)y + \nu(z)z - r(p)x, \end{cases} \quad (6)$$

где переменные  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $p$  описывают биомассы фитопланктона, зоопланктона, рыб и биогенных ингредиентов среды соответственно. На рисунке 1 представлен граф взаимосвязей между компонентами экосистемы для четырехкомпонентной модели. Вершинами графа являются компоненты системы, а ребра указывают на наличие потока вещества между рассматриваемыми компонентами и направление его. Таким образом, например, стрелка от компоненты  $x$  к компоненте  $y$  означает, что компонента  $y$  питается компонентой  $x$ . Будем описывать такие взаимодействия трофическими функциями  $V_{xy}(x)$ ,  $V_{xz}(x)$ ,  $V_{yz}(y)$ . Указан входной поток энергии в виде фотосинтетически активной радиации (ФАР). Этот поток, а также блок детрита в модели не учтены отдельными уравнениями.

Первое уравнение системы описывает изменение биомассы фитопланктона, на величину которой оказывают влияние следующие факторы (функции характеризуют удельные скорости процессов):

1) удельный рост концентрации фитопланктона в процессе фотосинтеза регулируется наличием биогенов, описывается функцией  $r(p)$ .

2) удельная скорость выедания фитопланктона зоопланктоном, описывается функцией  $V_{xy}(x)$ .

3) удельная скорость выедания фитопланктона рыбами, описывается функцией  $V_{xz}(x)$ .

4) удельная скорость отмирания фитопланктона, описывается функцией  $\mu(x)$ .

Второе уравнение — изменение биомассы зоопланктона — определяют следующие факторы:

1) удельный прирост биомассы зоопланктона за счет выедания фитопланктона описывается функцией  $V_{xy}(x)$  с учетом коэффициента  $k$ .

2) удельная скорость выедания зоопланктона рыбами описывается функцией  $V_{yz}(y)$ .

3) удельная скорость вымирания зоопланктона описывается функцией  $\eta(y)$ .

Третье уравнение — изменение биомассы рыб — определяют следующие факторы :

1) удельный прирост биомассы рыб регулируется выеданием фитопланктона (описывается функцией  $V_{xz}(x)$  с учетом коэффициента  $l$ ) и зоопланктона (описывается функцией  $V_{yz}(y)$  с учетом коэффициента  $m$ ).

2) удельная скорость вымирания рыб описывается функцией  $\nu(z)$ .

Четвертое уравнение — изменение биогенных ингредиентов среды — определяют две величины :

1) удельный прирост биогенов зависит от скорости отмирания фитопланктона, зоопланктона и рыб, определяемой функциями  $\mu(x)$ ,  $\eta(y)$  и  $\nu(z)$  соответственно.

2) удельный расход биогенов регулируется наличием фитопланктона в процессе фотосинтеза и описывается функцией  $r(p)$ .

В линеаризованном случае ( $V_{xy}(x) = \alpha x$ ,  $V_{xz}(x) = \beta x$ ,  $V_{yz}(y) = \gamma y$ ,  $r(p) = rp$ ,  $\mu, \eta, \nu$  — постоянные) система (6) имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x} = rpx - \alpha xy - \beta xz - \mu x \\ \dot{y} = k\alpha xy - \gamma yz - \eta y \\ \dot{z} = l\beta xz + m\gamma yz - \nu z \\ \dot{p} = \mu x + \eta y + \nu z - rp. \end{cases} \quad (7)$$

Этот вид модели и является представителем модели IV в примерах.

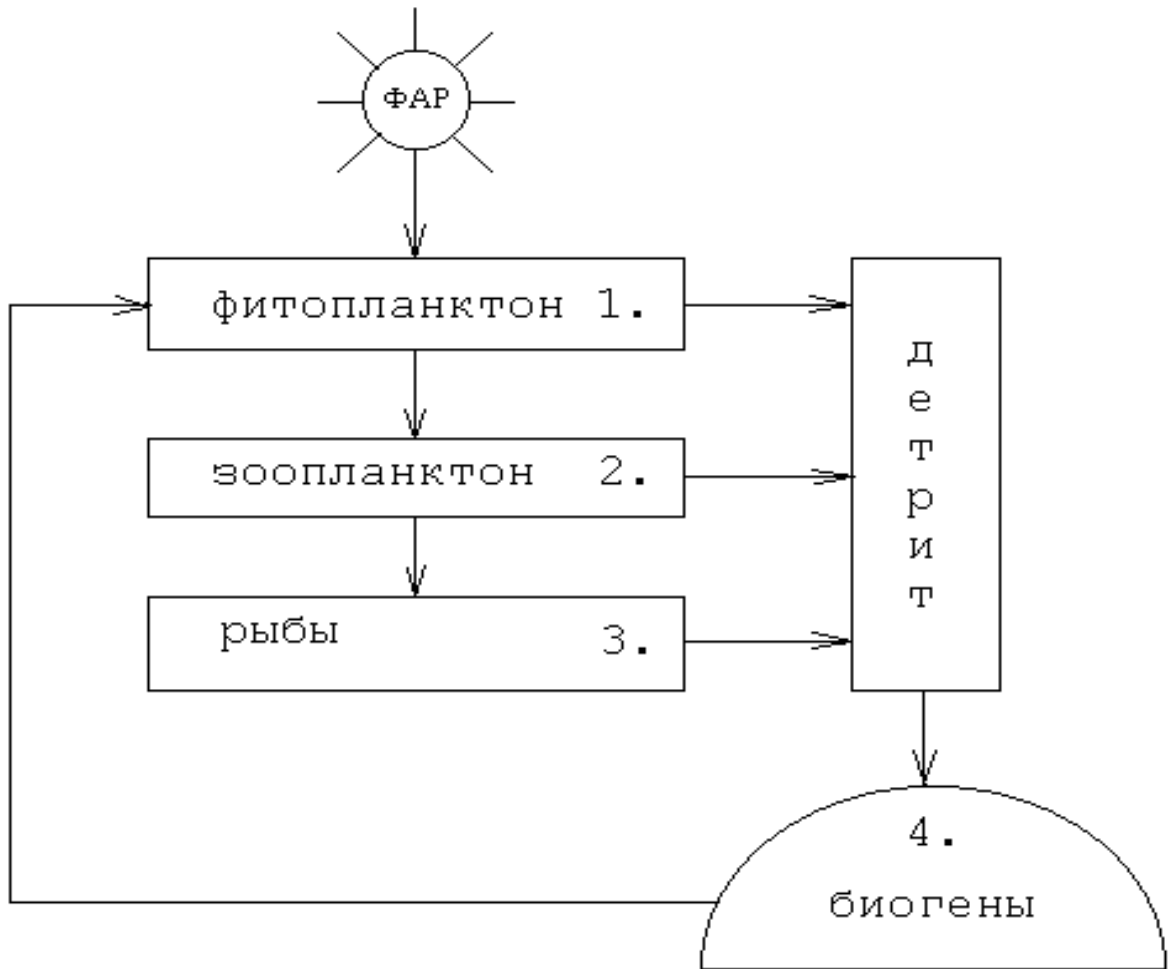


Рис. 1. Схема потоков вещества в водной экосистеме

### 3. Численная схема.

Расчет ведется по формуле (3). Выделим из  $R^n$  некоторое подмножество вида  $\Omega = \{x = (x_1, \dots, x_n)^T / \|x - x^\circ\| \leq \rho\}$ , где  $x^\circ = (x_1^\circ, \dots, x_n^\circ)^T$  и  $\rho$  — заданные числа, и зададим на нем конечное множество  $\bar{\Omega}$ .

4.1. Для моделей I–III определим  $\bar{\Omega}$  следующим образом: выберем на отрезке  $[x_2^\circ - \rho, x_2^\circ + \rho]$  сетку  $\omega_{\delta_2} = \{x_2^j\}_{j=0}^N$ , где  $x_2^j = (x_2^\circ - \rho) + \delta_2 \cdot j$ ,  $\delta_2 = \frac{2\rho}{N}$ ,  $N$  — натуральное.

Для каждого  $j \in \{1, \dots, N-1\}$  выполняем: из системы

$$\begin{cases} (x_1 - x_1^\circ)^2 + (x_2 - x_2^\circ)^2 = \rho^2 x_2 = x_2^j, \end{cases}$$

выразим  $x_1 = x_1^\circ \pm \sqrt{\rho^2 - (x_2^j - x_2^\circ)^2}$ . Обозначим

$$\begin{aligned} \psi^-(x_2^j) &= x_1^\circ - \sqrt{\rho^2 - (x_2^j - x_2^\circ)^2} \\ \psi^+(x_2^j) &= x_1^\circ + \sqrt{\rho^2 - (x_2^j - x_2^\circ)^2}. \end{aligned}$$

Выберем на отрезке  $[\psi^-(x_2^j), \psi^+(x_2^j)]$  сетку  $\omega_{\delta_1^j} = \{x_1^i\}_{i=0}^N$ , где  $\psi^-(x_2^j) + \delta_1^j \cdot j$ ,  $\delta_1^j = \frac{2\psi^-(x_2^j)}{N}$ ,

$N$  — натуральное. Определим множество  $\Omega_j = \{(x_1^i, x_2^j) : i = \overline{0, N}\}$ . Тогда

$$\bar{\Omega} = \bigcup_{j \in J} \Omega_j, \quad \text{где } J = \{j : j = \overline{1, N-1}\}$$

и число  $n$  точек множества  $\bar{\Omega}$  определим, как  $n = (N-1) \cdot (N+1)$ .

**4.2.** Для модели IV множество  $\bar{\Omega}$  определим таким образом: зададим множество  $k = \{0; \pm \frac{1}{2}\}$ , и число  $n$  точек множества  $\bar{\Omega}$  определим, как число размещений из  $s$  — элементов по  $j$  с повторениями:  $n = \tilde{A}_s^j$ , при  $s = 3$ ,  $j = 4$ . Тогда  $\bar{\Omega} = \{x^i = (x_1^i, \dots, x_4^i)^T : x_j^i = x_j^\circ + k_s \cdot \rho, \quad j = \overline{1; 4}, \quad s = \overline{1; 3}, \quad i = \overline{1, n}\}$ .

Для каждого  $x \in \bar{\Omega}$  вычислим начальное значение функции принадлежности по формуле

$$\varphi(0, x) = \varphi_0(x) = \begin{cases} \left(1 - \frac{\|x - x^\circ\|}{\rho}\right)^2, & \|x - x^\circ\| < \rho \\ 0, & \|x - x^\circ\| \geq \rho. \end{cases} \quad (8)$$

**4.3.** Будем рассматривать изменение параметров сообщества на интервале по  $t \in [0, T]$ . Зададим шаг по времени  $\Delta t$ . Обозначим  $\Omega_0 = \{x^i(t_0) \in \bar{\Omega} : i = \overline{1, n}\}$ . Присвоим  $t_0 = 0$ , пока  $t_0 \leq T$  выполняем следующий алгоритм:

1. Численно решаем задачу Коши с начальным условием  $x^i(t_0)$ , где  $x^i(t_0) \in \{x^i(t_0) \in \Omega_0 : \forall i \varphi(x^i(t_0)) \neq 0\}$  по формулам Рунге-Кутты 4-го порядка точности [4] с шагом  $\Delta t$ .

2. Вычисляем значение функции принадлежности  $\varphi(t_0 + \Delta t, x)$ , для каждого  $x \in \Omega_0$  по формуле (3). Приближенное вычисление определенного интеграла в формуле (3) выполняем по одной из формул численного интегрирования (например, по формуле Симпсона [4]).

3. Определим множество  $\hat{\Omega}_0 = \{x^i(t_0) \in \Omega_0 : \forall i \varphi(x^i(t_0 + \Delta t)) = 0\}$  и переобозначим  $\Omega_0 = \Omega_0 \setminus \hat{\Omega}_0$ .

4. Переобозначим  $t_0 = t_0 + \Delta t$  и переходим к п. 1.

Описанная вычислительная процедура реализована в виде компьютерных программ на языке Pascal в среде Borland Pascal. Трехмерные графики выполнены в графическом пакете Table Curve 3D v2. Для построения двухмерных графиков использовались графические возможности среды Borland Pascal.

## 4. Расчеты

Для моделей I–II зададим значения коэффициентов  $k = 0,5$ ;  $\varepsilon = 0,08$ ;  $m = 0,02$ ;  $\alpha = 0,02$ ;  $\gamma = 0,01$ . Зададим в  $R^2$  подмножество  $\Omega = \{x = (x_1, x_2)^T : \|x - x^\circ\| \leq \rho\}$  с  $x^\circ = (x_1^\circ, x_2^\circ)^T = (1; 1)$  и  $\rho = 0,2$ . И заменим его конечным множеством  $\bar{\Omega}$ , определенным по схеме, описанной в п. 4.1. Пусть  $\delta_1^j = \delta_2 = 0,07$  для всех  $j \in \{1, \dots, N-1\}$ , тогда  $n = n(\delta_1^j, \delta_2) = 73$ . Для каждого  $x \in \bar{\Omega}$  вычислим начальное значение функции принадлежности по формуле (8). Зададим шаг по времени  $\Delta t = 0,1$ . Согласно численной схеме п.4.3 рассчитаем решения для каждого  $x \in \bar{\Omega}$  на временном интервале. Полученные решения представлены в фазовой плоскости переменных  $x_1, x_2$ . Для наглядности множество  $x \in \bar{\Omega}$  изображено в отдельные моменты времени, причем обозначены те точки, значения функции принадлежности в которых отлично от нуля. В модели I существует ненулевое, положительное равновесие  $x^* = (2, 4)$ , являющееся центром. На рисунке 2(а) видна глобальная в  $R_+^2$  (исключая координатные оси) устойчивость точки  $x^*$ . С удалением от положения равновесия площадь множества  $\bar{\Omega}$  увеличивается. Согласно утверждению в [1], так как  $\int_{\bar{\Omega}} \varphi(t, x) dx$  не зависит от  $t$ , то с увеличением площади множества  $\bar{\Omega}$  происходит распределение значения  $\int_{\bar{\Omega}} \varphi(t, x) dx$  по большей площади, так что значение функции  $\varphi(t, x)$  в каждой точке множества в среднем уменьшается, что означает увеличение неопределенности полученных решений. И наоборот, множество  $\bar{\Omega}$  становится тем более плотно, чем ближе оно к точке

равновесия, функция  $\varphi(t, x)$  увеличивает свое значение (рисунок 2(б)), неопределенность полученных решений уменьшается.

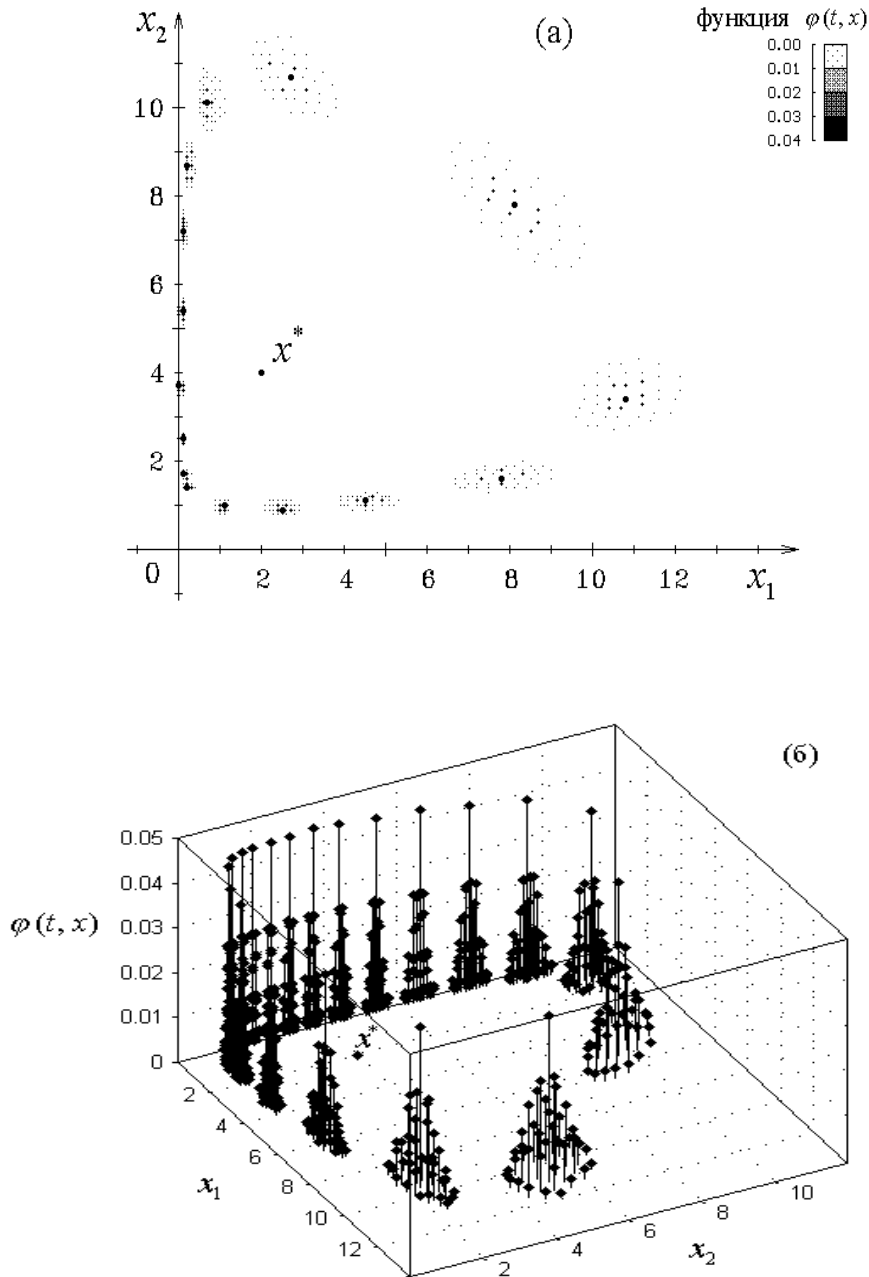


Рис. 2 (а) и (б). Точки ненулевых значений функции принадлежности для модели I.

В модели II кроме нулевой точки существует локально устойчивое, положительное равновесие  $x^* = (2, 3)$ , являющееся устойчивым фокусом. На рисунке 3(а) видно, что при асимптотическом приближении к точке  $x^*$  площадь  $\bar{\Omega}$  изменяется: при удалении от равновесия множество "расплывается". И, напротив, становится более плотным, чем ближе приближается к точке  $x^*$ , при этом значения функции  $\varphi(t, x)$  соответственно растут, что видно на рисунке 3(б).

Решения модели III демонстрируют аналогичные модели II свойства.

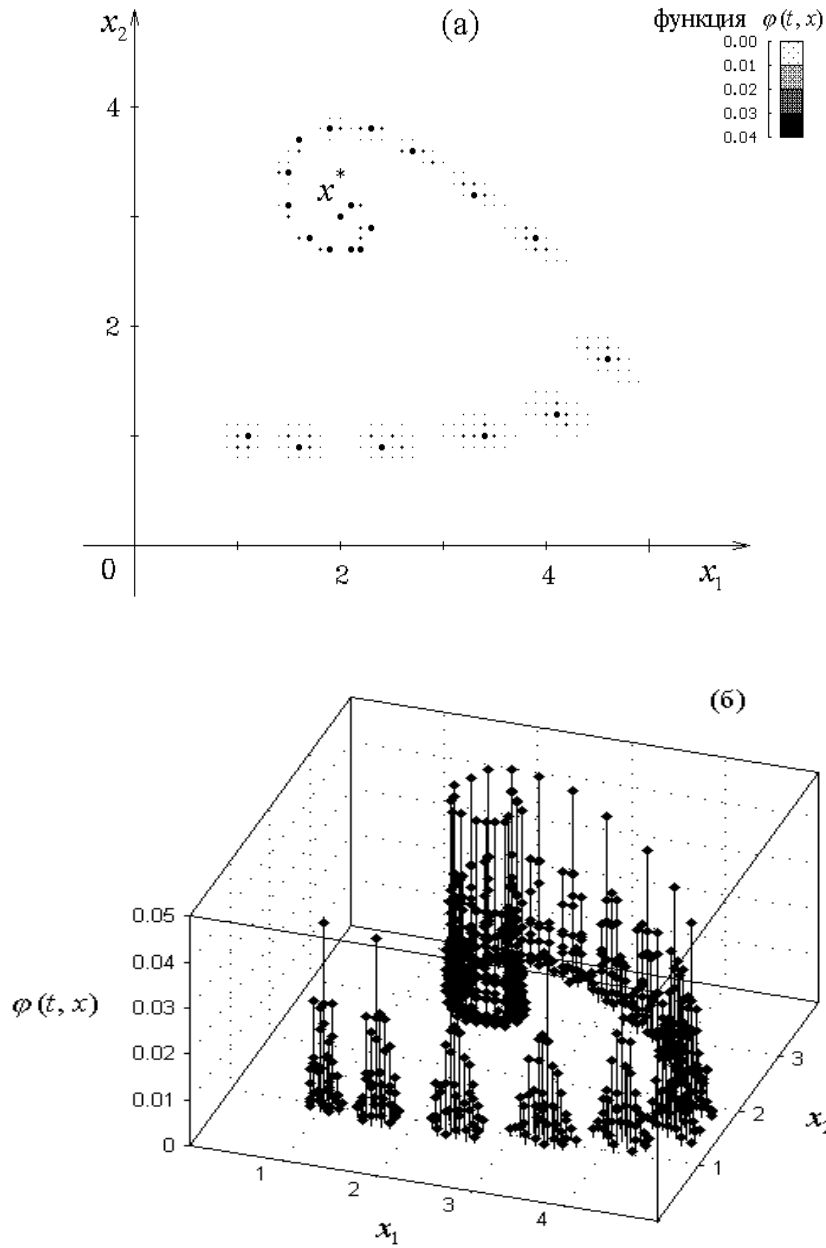


Рис. 3 (а) и (б). Точки ненулевых значений функции принадлежности для модели II.

В модели IV расчеты проведем в трех вариантах. Первый основан на системе уравнений (7), а два других — на модификациях этой системы. Для расчета свойств решений значения параметров зададим произвольно  $r = 0,16 \cdot 10^{-3}$ ;  $k = l = m = 1$ ;  $\alpha = 0,2 \cdot 10^{-3}$ ;  $\beta = 0,1 \cdot 10^{-3}$ ;  $\gamma = 0,2 \cdot 10^{-3}$ ;  $\eta = 0,1 \cdot 10^{-2}$ ;  $\mu = 0,1 \cdot 10^{-2}$ ;  $\nu = 0,1 \cdot 10^{-2}$ . Зададим в  $R^4$  подмножество  $\Omega = \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T : \|x - x^\circ\| \leq \rho\}$ , где  $x^\circ = (x_1^\circ, x_2^\circ, x_3^\circ, x_4^\circ)^T = (2; 1; 0,5; 10)^T$  и  $\rho = 0,2$ . Заменяем  $\Omega$  конечным множеством  $\bar{\Omega}$  согласно описанию в п. 4.2. Тогда число четырехмерных точек множества  $\bar{\Omega}$   $n = 65$ . Для каждого  $x \in \bar{\Omega}$  вычислим начальное значение функции принадлежности по формуле (8). Зададим шаг по времени  $\Delta t = 0,1$ . Согласно численной схеме п. 4.3 рассчитаем решения для каждого  $x \in \bar{\Omega}$  на временном интервале. В модели IV существует ненулевое, положительное равновесие  $x^* = (6,7; 1,7; 1,7; 9,4)^T$ . Решения с



начальными условиями из  $\bar{\Omega}$ , где значение  $x^\circ$  задано произвольно, очевидно стремятся к равносному решению по переменной  $p$  и сумме переменных  $x+y+z$  (рисунки 4(а) и 4(б)). Это является компьютерной иллюстрацией устойчивости точки равновесия  $x^*$  в положительном ортанте  $R^4$ .

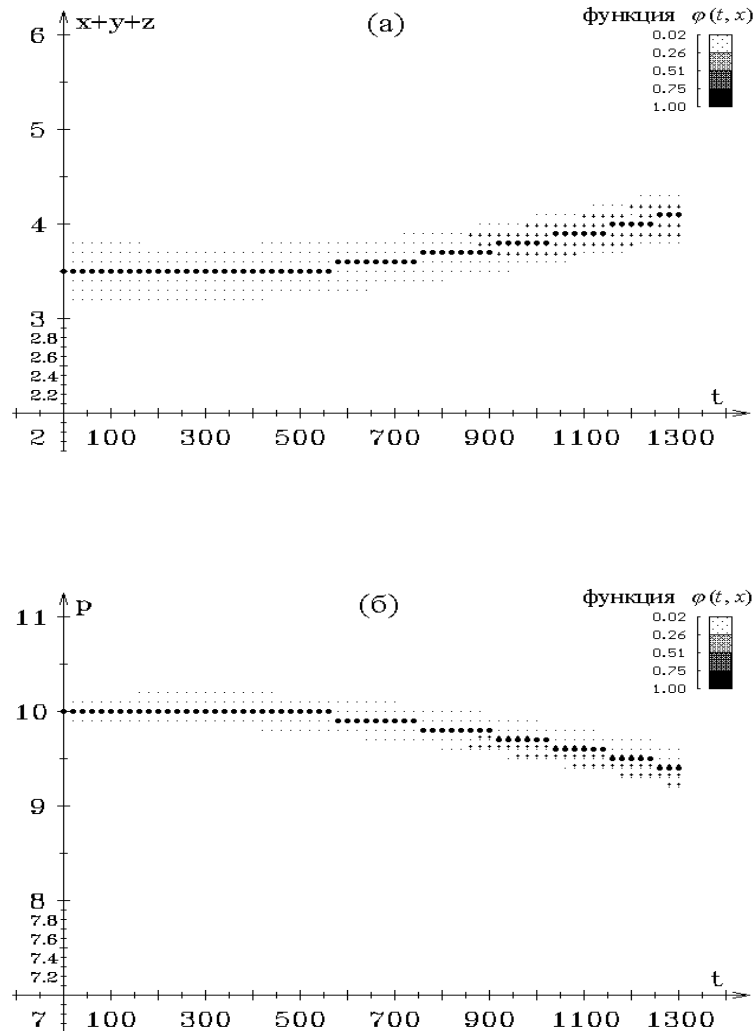


Рис. 4 (а) и (б). Точки ненулевых значений функции принадлежности для модели IV.

Рассмотрим следующую модификацию модели IV. Пусть все процессы подвержены сезонным колебаниям. Предположим, что трофические функции, функции прироста и смертности зависят от времени, и, пусть эта зависимость выражается функцией  $\theta(t) = a \cdot \sin \frac{2\pi t}{N}$ , где  $a = 50$ ,  $N = 365$ , где  $N$  — сутки в году. Тогда в уравнениях системы (7) домножим правые части на функцию  $\theta(t)$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = \theta(t)(rpx - \alpha xy - \beta xz - \mu x) \\ \dot{y} = \theta(t)(k\alpha xy - \gamma yz - \eta y) \\ \dot{z} = \theta(t)(l\beta xz + m\gamma yz - \nu z) \\ \dot{p} = \theta(t)(\mu x + \eta y + \nu z - rpx). \end{cases}$$

В этом случае неопределенность решений несколько возрастает во время более быстрого изменения фазовых переменных (рисунки 5(а) и 5(б)).

Другая модификация связана с учетом периодичности только процесса фотосинтеза. Если рассматривать в зависимости от времени скорость роста концентрации фитопланктона

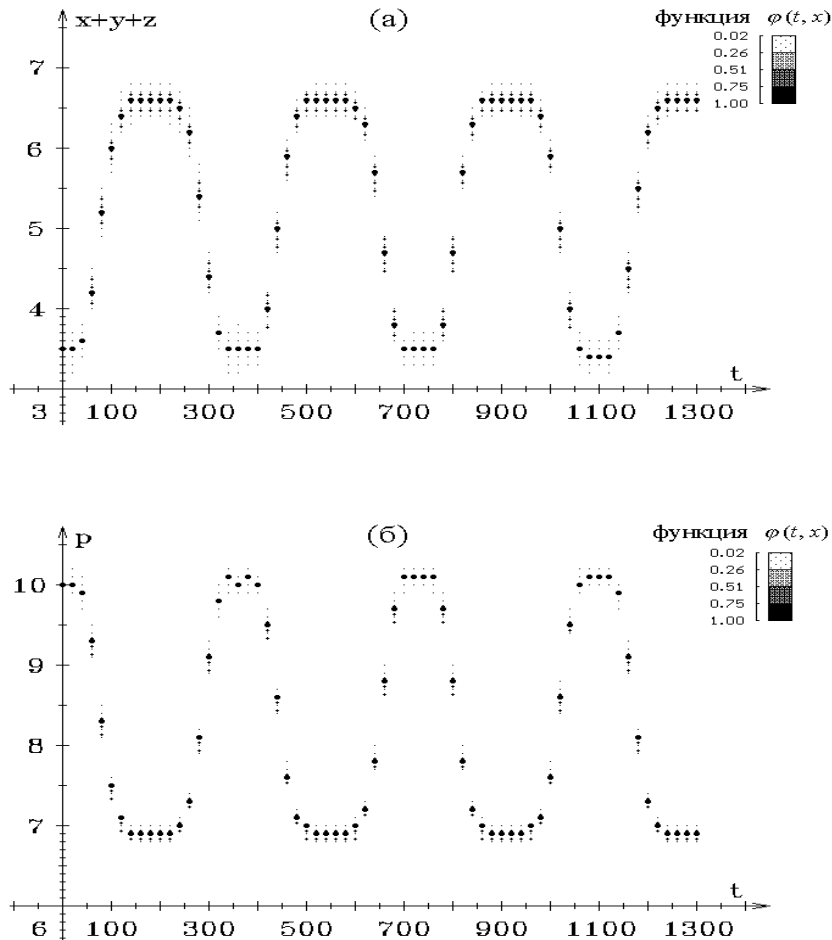


Рис. 5 (а) и (б). Точки ненулевых значений функции принадлежности для модифицированной модели IV (учет сезонных колебаний всех процессов).

за счет биогенов (в первом уравнении) и расход биогенов на рост фитопланктона в процессе фотосинтеза (в четвертом уравнении), то в этих уравнениях домножим функцию  $r(p) = rp$  на функцию  $\theta(t) = a \cdot \sin \frac{2\pi t}{N}$ , где  $a = 10$ ,  $N = 365$ , где  $N$  — сутки в году.

$$\begin{cases} \dot{x} = \theta(t) r p x - \alpha x y - \beta x z - \mu x \\ \dot{y} = k \alpha x y - \gamma y z - \eta y \\ \dot{z} = l \beta x z + m \gamma y z - \nu z \\ \dot{p} = \mu x + \eta y + \nu z - \theta(t) r p x. \end{cases}$$

В результате этого преобразования наблюдается изменение поведения значений переменных  $x + y + z$  и  $p$ . В среднем, значение  $x + y + z$  уменьшается, а значение  $p$  увеличивается. То есть средние значения переменных ведут себя противоположным образом по сравнению с поведением этих же переменных в решении исходной модели IV. Заметим, что в приведенных примерах сезонные изменения среды обитания учтены в явно упрощенном виде. Этим демонстрируется, что разработанный аппарат позволяет учесть и другие, более сложные, реальные, изменения во внешней среде. Рисунки 5 и 6 указывают на тенденции влияния динамики внешней среды на динамику численности биологического сообщества.

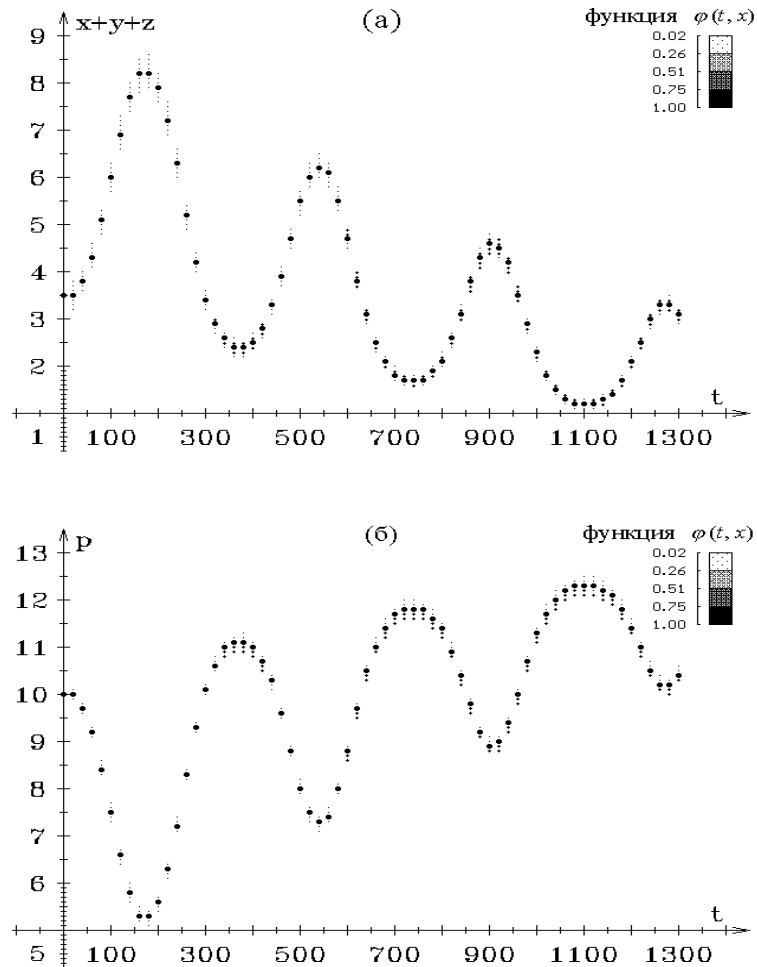


Рис. 6 (а) и (б). Точки ненулевых значений функции принадлежности для модифицированной модели IV (учет периодичности процесса фотосинтеза).

## Заключение

На основе подхода [1], учитывающего неопределенность данных в динамических моделях биосистем, описываемых системами дифференциальных уравнений, можно с адекватной неопределенностью рассчитывать решения. В статье это сделано на примерах известных моделей математической экологии. Разработанное программное обеспечение может быть применено в различных моделях динамических систем.

## Список литературы

1. *Абакумов А.И.* Неопределенность данных в математической экологии. // ДМЖ. 2000. Т.1, N1. С. 38–42.
2. *Свирижев Ю.М., Логофет Д.О.* Устойчивость биологических сообществ. М.: Наука, 1978.
3. *Лукьянов Н.К., Свирижев Ю.М.* Имитационная модель экосистемы олиготрофного озера. // Математические модели водных экосистем. М.: ВЦ АН СССР, 1984. С. 75–96.
4. *Волков Е.А.* Численные методы. М.: Наука, 1987.

Представлено в Дальневосточный математический журнал 20 декабря 2004 г.

---

*Pakht E. V.* Accounting method for the data ambiguity in the biological community. Far Eastern Mathematical Journal. 2004. V. 5. № 2. P. 239–249.

#### ABSTRACT

The method, which takes into account the uncertainty of initial data with the simulation of the dynamics of the number of biological associations, is demonstrated on the classical models for biological community and the model for the aqueous ecosystem.