



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. М. Постников, Является ли математика наукой?,  
*Матем. обр.*, 1997, выпуск 2, 83–88

<https://www.mathnet.ru/mo243>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.175

19 мая 2025 г., 08:40:36



## Является ли математика наукой?

*(Стенограмма лекции, прочитанной на конференции по философии математики, август 1984, Одесса)*

Нет, по видимому, ни одной области человеческой деятельности, представления о которой у неспециалистов так далеки от действительности, как математика. Даже люди, считающие себя вполне интеллигентными, полагают, что математика является собранием скучнейших формул и длинных, утомительных вычислений, и в отличие, скажем, от музыки, изобразительного искусства и литературы культурный человек вполне может ее не знать и тем не менее оставаться "культурным". Тому есть много причин. Одна из них состоит в том, что преподавание математики в школе и – увы! – во многих вузах фактически останавливается на уровне XVII столетия и более чем трехсотлетнее развитие ее идей и методов остается для выпускников школ "terra incognita".

Но более фундаментальной – и можно сказать определяющей – причиной служит тот факт, что до сих пор нет четкого концептуального определения математики как науки. Даже лучшие из существующих сочинений, посвященных этому вопросу – яркий пример представляет собой известная книга С.Маклейна – ограничиваются перечислением составляющих ее частей (алгебра, геометрия, анализ) и рассказом о том, чем и как каждая такая часть занимается. В чем же состоит их единство (почему они объединяются в единую математику) и чем они отличаются от других наук, – остается четко не сформулированным.

Основная цель этой лекции – дать определение математики как науки и объяснить в чем состоит ее отличие от всех остальных наук.

Слово "наука" имеет в русском языке очень широкое значение. Наукой является физика, наукой является литературоведение, наукой является учение о сварке (недаром есть институты сварки), наукой является искусство плетения лаптей (оборот "он постиг науку плетения" по-русски вполне допустим, а института по последней науке нет только потому, что это сейчас не актуально).

В английском языке дело обстоит иначе и слово science имеет существенно более узкое значение, означая то, что в русском языке называется естественными науками, т.е. науками о природе. В этом смысле я и буду употреблять слово "наука". Таким образом более точное название этой лекции будет: "Является ли математика естественной наукой?"

Чтобы дать ответ на этот вопрос, давайте более внимательно рассмотрим какую-нибудь естественную науку, скажем физику.

Что изучает физика? Ответ кажется тривиальным. Наука физика изучает природу. Или точнее, некоторые аспекты природы (в отличие, например, от химии). Ну, а что изучают физики? Казалось бы, какая разница? Но тут есть тонкое различие. Физики вовсе не изучают природу непосредственно, они не занимаются явлениями природы, как таковыми. Физик-экспериментатор, ставя эксперимент, смотрит на движение каких-то стрелок, изучает фотографии треков каких-то частиц, и тому подобное. Физик-теоретик что-то пишет на бумаге, делает какие-то

вычисления, приходит к каким-то выводам о результатах тех или иных экспериментов. Вот непосредственно чем занимаются физики.

Ну, а какое имеет отношение к природе их деятельность? Очень простое. Прежде чем ставить эксперимент или производить какие-то вычисления, человек создает в своем уме некую модель тех явлений, которые он хочет изучить, исследовать. Анализируя модель, физик делает вывод, какой должен быть результат эксперимента. Он ожидает, что если собрать такой-то прибор, то стрелки будут показывать то-то и то-то. Он собирает такой прибор, ставит эксперимент и убеждается, что стрелки ведут себя нужным образом. Он с удовлетворением говорит, что его модель достаточно точно отражает исследуемое явление. Аналогично, теоретик, имея запас некоторых законов природы, – или придумывая новый закон, – делает из него выводы и смотрит, согласуются ли эти выводы с тем, что получает экспериментатор. Так работают физики.

Таким образом, основное в деятельности естествоиспытателей – это исследование не окружающего мира, а его моделей.

Здесь слово "модель" я употребляю в максимально широком смысле (любое словесное описание – это уже модель). Модели должны быть не слишком просты – иначе можно не уловить существенных черт явления – но и не слишком сложны – иначе модель нельзя будет исследовать.

С течением времени ученые научились придумывать удовлетворяющие их модели и на этой основе исследовать окружающий мир.

Возникает вопрос, почему этот метод приводит к успеху? Почему мы познаем мир посредством моделей?

Это очень тонкий, чисто философский вопрос. Я бы даже сказал, это **первый основной вопрос философии природы**. Удивительно, что до сих пор – насколько я знаю – никто его не поднимал.

Я не знаю ответа на этот вопрос. Поэтому утверждение, что наше познание идет с помощью моделей, я вынужден принять как экспериментальный факт.

Быть может, ответ можно получить, рассмотрев сначала иной – возможно даже более интересный вопрос – возможно ли изучение природы без моделей, на основании каких-то совершенно других принципов?

Не претендует ли так называемая восточная философия на возможность изучения природы без моделей, посредством чистого воззрения? Грубо говоря, человек сидит уставившись на свой пуп, и ему в голову приходят мысли о том, как устроен мир. Конечно, и это есть метод познания мира. Но эффективен ли он?

Возможны, конечно, подходы в рамках религиозного или мистического опыта, но это полностью выходит за пределы нашей сегодняшней темы.

Как бы то ни было, мы будем считать экспериментально установленным тот факт, что природу мы познаем с помощью моделей. Это та печка, от которой мы будем танцевать.

Второй экспериментальный факт состоит в том, что, рассматривая модели в разных науках, мы вдруг обнаруживаем группы чрезвычайно сходных моделей и результаты, полученные в одной модели, могут быть применены в другой. Например, изменение численности хищника в системе хищник – жертва очень похоже

на изменение силы тока в колебательном контуре. Каждый может привести массу таких примеров и поэтому на этом я останавливаться больше не буду.

Возникает вопрос, в чем причина такой схожести?

Это я рассматриваю, как **второй основной вопрос** философии природы. В отличие от первого, на него многие пытались давать ответы, но все эти ответы представляли собой чисто словесную шелуху. Например, одно из широко распространенных объяснений состоит в том, что этот параллелизм обуславливается материальным единством природы.

Но, конечно, это типичное словоблудие, выдаваемое за философию.

Настоящего объяснения до сих пор нет и я считаю, что сейчас это одна из важнейших проблем философии.

Схожесть моделей можно по-иному выразить, сказав, что модели каждого класса имеют общую *схему*, т.е. что схожие модели - это модели, которые основываются на одной и той же схеме.

Введя таким образом понятие схемы, мы приходим к задаче абстрактного изучения схем как таковых, безотносительно к их конкретному воплощению.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ.** Математикой называется наука, изучающая все возможные - хотя бы мысленно - схемы, их взаимосвязи, методы их конструирования, иерархии схем (схемы схем) и т.д. и т.п.

Таким образом, математика не есть наука о моделях окружающего мира, а есть наука о схемах этих моделей.

Так как естественные науки есть науки, изучающие модели мира, то, следовательно, математика такой наукой **не является\***.

Не является она, конечно, и гуманитарной наукой: достаточно вспомнить отношение к математике большей части гуманитариев. (Кстати, как я уже упоминал, в их среде можно с гордостью признаваться к нелюбви к математике и в даже полном ее незнании, но Вас обольют презрением, если выяснится, что Вы не любите классическую музыку или литературу. Причины этого социо-культурного феномена многие пытались вскрыть, но исчерпывающего объяснения до сих пор по-видимому нет.)

Толчком к моим размышлениям о математике послужила давнишняя лекция академика Б.М.Кедрова о классификации наук, в которой он достаточно удовлетворительно сумел разложить по полочкам все науки за исключением географии и математики. (Весьма неожиданное сближение!)

Впрочем, особая роль математики давно замечалась уже многими. Еще Галилей характеризовал математику как язык. Другие подчеркивали ее формальный характер (что, впрочем, справедливо только в отношении математики современной) или тот факт, что она представляет собой "создание чистого духа по Платону", но все эти формулировки не полностью отражают суть дела, и они не позволяют, скажем, понять, какая разница между прикладной и чистой математикой и есть ли такая разница.

---

\* Другое мнение выражено в статье академика В.И.Арнольда, опубликованной в настоящем выпуске журнала

Мы ощущаем, что такая разница есть, но до сих пор она не поддавалась четкой формулировке. Теперь же дело совершенно ясно.

Математики детально изучают имеющиеся схемы моделей и обобщают опыт их применения. Результатом являются некие рецепты, которые и выдаются практикам в виде математических методов исследования (например, чтобы найти объем, надо вычислить интеграл). Предметом преподавания в школе и во втузах и являются в основном эти рецепты. Их применение (скажем, определение оптимальной формы коробки) – это, конечно, не дело математиков, точно так же, как шитье платья по выкройке – не работа модельера.

Однако, многочисленность разнообразных схем моделей, накопленных в математике, не позволяет практику (скажем, инженеру) их все знать. Поэтому вторая задача математиков – помочь практике в создании моделей по еще не получившим широкой известности схемам. С этой целью в математике изучаются не только схемы реальных моделей, но и схемы схем, схемы схем схем и т.д. до бесконечности. На практике это выражается в приобретении опыта конструирования схем на примерах решения головоломных, чисто математических задач. В результате очень часто при ответе на какой-нибудь вопрос из практики математик, как фокусник из рукава, вытаскивает нужную схему и вместе с ней решение практической задачи.

Наконец, в математике нужно постоянно придумывать принципиально новые схемы моделей. Иногда – при редкой удаче – это удается сделать, так сказать, "из головы". Но, как правило, эти схемы приходится с большим трудом извлекать из реальных моделей. Каждый раз это – крупный успех, знаменующий скачок в развитии математики, открывающий новое поле работы. Поэтому для развития математики необходимо постоянное обращение к практике.

Конечно, все эти роды деятельности математика должны быть в идеале тесно взаимосвязаны. Однако ныне, в век специализации, каждому математику приходится выбирать (часто не по собственной воле) и заниматься либо приложением уже разработанных схем к проблемам практики, либо созданием и разработкой новых схем или их вариантов. Первое направление деятельности называется "прикладной" математикой, а второе – "чистой". При этом работа как в "прикладной", так и в "чистой" математике может варьироваться от рутинного применения уже давно разработанных схем до создания принципиально новых схем. Поэтому провести между этими двумя направлениями четкий водораздел невозможно.

Причины же того, почему различие "прикладной" и "чистой" математики столь живуче, лучше всего обсуждать в рамках общей проблемы об устойчивости человеческих заблуждений. Здесь этому не место.

В последнее время широко распространилось мнение, что внедрение в практику компьютеров резко изменило принципы взаимоотношений математики и других наук. На самом деле это мнение основано на недоразумении. Компьютеризация никак на эти принципы не повлияла. Она лишь сделала безнадежно устаревшими многие любовно лелеемые математиками схемы моделей и позволила разработать другие, более эффективные. В истории математики так происходило уже много раз, и появление компьютеров лишь направило этот процесс по новому пути.



Распространено также мнение – особенно среди практиков-техников – уподобляющее современных математиков средневековым схоластам, обсуждавшим проблемы типа "сколько ангелов может поместиться на кончике иглы?". Но для схоластов эти дискуссии были – используя современную терминологию – операциональной игрой, в которой они оттачивали свой интеллект для решения более серьезных задач. Аналогично дело обстоит и в математике, многие проблемы которой часто выглядят со стороны бессодержательной игрой.

Сторонники последнего мнения ссылаются также на тот бесспорный факт, что тысячи и тысячи придуманных и изученных математиками умозрительных схем отомрут и забудутся, прежде чем найдут реализацию хотя бы в одной модели. Однако их трупы послужат питательной средой для новых схем (имеющих техническое имя теорем), а опыт их существования поможет сформулировать более удачливым или – что фактически равносильно – более талантливым коллегам новые приемы формулирования схем, схем схем и т.д. Так в круговороте жизни и смерти происходит развитие математики.

Следует сказать, что та или иная конкретная наука вполне может существовать и даже процветать и без разработанных в математике моделей. Примером являются биология (в которую математические модели только начали проникать) и эстетика (где математика еще не используется). Тот факт, что разработанные в математике схемы моделей – так уж сложилось исторически – ориентированы в первую очередь только на "точные" науки естественнонаучного цикла, является основным дефектом современной математики. Одной из ее первоочередных задач должно быть осмысление "гуманитарных" моделей и создание их общей теории. Эта теория, по-видимому, будет совсем не похожа на привычные математические схемы и, во всяком случае, не будет иметь вид формального исчисления. Основные идеи этой будущей теории не должны заимствоваться из уже имеющихся в математике принципов, а должны возникать из конкретного анализа моделей гуманитарных наук.

Известное противопоставление "физиков" и "лириков" отражает существование двух дополнительных равноправных способов освоения фактов реального мира – рационалистического, выражающегося в системе наук, и эмоционального, выражающегося в системе искусств. Дополнительность (в смысле Нильса Бора) этих способов маскирует тот факт, что оба они пользуются моделями (хотя, конечно, и различного характера). Попытки исследования моделей искусства делаются ныне в рамках кибернетики (это так называемые "кибернетические теории искусства"), но их общим дефектом является стремление к дурно понятой "математизации". На самом же деле и здесь общие принципы должны не привноситься извне, а возникать на базе анализа конкретного материала той или иной области человеческой деятельности.

Я излагал все эти идеи уже несколько раз и они вызвали оживленную полемику. В отношении многих математических понятий утверждение, что они являются схемами каких-то моделей, возражений не вызывает. Например, все согласны, что уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами – это схема всех моделей колебательного движения, в какой бы конкретной ситуации они не возникали.

Однако, дискуссию вызывал вопрос, как в эту концепцию входит понятие числа. Это действительно трудный вопрос, потому что возникновение понятия числа столь древнее явление, что едва ли остались следы, как люди пришли к этому понятию, т.е. в результате абстрагирования каких моделей оно возникло... Но оказывается, что это не совсем так – следы остались!

Например, они обнаруживаются в японском языке. В этом языке существуют специальные группы числительных, скажем, для круглых предметов, совсем другие числительные для длинных предметов, совсем другие числительные для живых предметов и так далее. С точки зрения, европейской грамматики это оформляется, сейчас, правда, не как различные числительные, а как одни и те же числительные, к которым прибавляются различные суффиксы. Но это вопрос лишь описания этого языкового явления.

Можно сделать вывод, что система японских числительных представляет собой некоторый рудимент хода мыслей, в котором люди пришли к абстрактному понятию числа и, где-то на самом первоначальном уровне еще пикантропов, для арбузов была одна система числительных, для дынь – другая, для палок – третья, для людей – четвертая. Конечно, это система далеко не уходила – раз, два, три и все, но, во всяком случае, для каждого набора предметов были собственные слова для их счета. Потом постепенно было замечено, что, можно использовать одни и те же слова для всех предметов круглой формы, но для предметов продолговатой формы остались другие слова. Только на очень высокой ступени развития пришли к той мысли, что вообще конкретная суть предметов роли не играет и счет можно производить в совершенно абстрактной форме.

Таким образом, моделями здесь были процедуры счета конкретных вещей, причем для каждого конкретного вида предметов использовались свои слова. А потом было замечено, что эти процедуры очень схожи, и было выработано понятие числа, как схемы любого конкретного счета.

Предметом дискуссии было также отсутствие у меня точных определений, что такое модель и что такое схема модели. Но дело здесь в том, что в такого рода философских, или точнее, полуфилософских рассуждениях какие либо уточнения понятий просто вредны. В этих рассуждениях действует своеобразный принцип неопределенности – чрезмерное уточнение смысла используемых слов убивает мотивировки и многие подразумеваемые аспекты просто пропадают.

Здесь стоит вообще объяснить, что такое философствование.

Человеку свойственно пытаться рассуждать о вещах, которые он еще не полностью понимает, но очень хочет их понять (а также ставить и обсуждать вопросы в принципе не имеющие ответа; например, о смысле жизни). Рассуждать о не полностью понятых вещах – и даже не полностью осознанных – для многих страшно интересно, и попытки такого мудрствования - это и есть философия. После того, как в результате длительного обсуждения что-нибудь четко выкристаллизовывается, возникает уже четкая наука с четкими определениями, которая отпочковывается от философии. Вся история философии и состоит в том, что от нее постепенно отпочковываются те или иные науки. Например, в конце XIX века, отпочковалась от философии психология, а на заре времен – математика.