

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Поташев, Решение задач взрыва на выброс
в слоистых средах по модифицированной твердо-
жидкостной модел,
Тр. сем. по краев. задачам, 1984, выпуск 21, 174–179

<https://www.mathnet.ru/kukz155>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru
подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским согла-
шением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.89

18 мая 2025 г., 17:22:38



А. В. Поташев

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ВЗРЫВА НА ВЫБРОС В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ ПО МОДИФИЦИРОВАННОЙ ТВЕРДО-ЖИДКОСТНОЙ МОДЕЛИ

При исследовании взрыва на выброс получили приложение импульсно-гидродинамические модели (см., напр., [1]). Одной из них является модифицированная твердо-жидкостная модель (МТЖМ) [2—4]. Согласно этой модели граница выемки выброса определяется как линия тока, вдоль которой величина скорости v не постоянна, как это считалось в твердо-жидкостной модели, предложенной М. А. Лаврентьевым, а является функцией потенциала скорости φ . В работе [5] на основе исследования профилей выемок выброса было показано, что если эта зависимость имеет вид $v = v^* f(\tilde{\varphi})$, где $f(\tilde{\varphi}) = \tilde{\varphi}^{1-2\alpha} \sqrt{1 - \tilde{\varphi}(1 + k\tilde{\varphi})}$, ($\tilde{\varphi} = \varphi/\varphi_0$, φ_0 — значение φ в точке разветвления границы выемки, $\pi\alpha$ — угол между границей выемки и свободной поверхностью в точке их пересечения, который находится по известным формулам (см., напр., [6]), k — некоторая безразмерная постоянная), то теоретические и экспериментальные выемки выброса хорошо соответствуют друг другу.

В настоящей работе МТЖМ применяется к решению задач взрыва шнуровых зарядов в слоистой среде. При этом считается, что среда состоит из двух слоев, причем верхний слой толщины T характеризуется параметрами v_1 , k_1 , α_1 , а нижний слой неограниченной глубины — параметрами v_2 , k_2 , α_2 . При построении схем выемок выброса будем считать, что величина скорости на границе при переходе из одного слоя в другой меняется скачкообразно [7].

1. Рассмотрим задачу об определении формы выемки выброса, образующейся при взрыве шнурового заряда, моделируемого источником мощности q , расположенным на глубине h от поверхности грунта (на рис. 1а, в силу симметрии физической области относительно оси y , изображена правая половина выемки $-G_2$).

Введем безразмерные переменные

$$\bar{z} = z/T, \quad \bar{\omega} = 2\omega/q, \quad \bar{v} = 2vT/q,$$

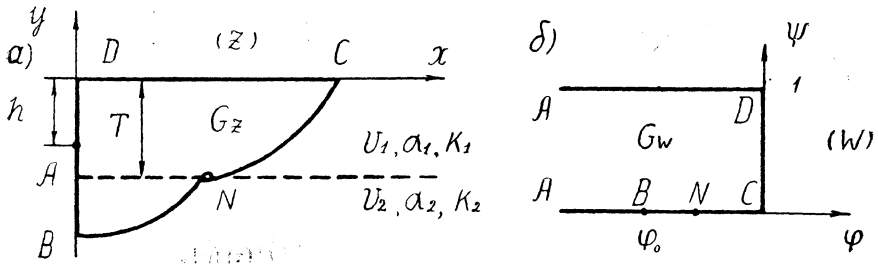


Рис. 1.

где $z = x + iy$ — комплексная координата физической плоскости, $w = \varphi + i\psi$ — комплексный потенциал течения. Тогда решение задачи будет зависеть от 7 безразмерных параметров

$$\bar{h} = h/T, \quad \bar{v}_1 = 2v_1 T/q, \quad \bar{v}_2 = 2v_2 T/q, \quad k_1, \quad k_2, \quad \alpha_1, \quad \alpha_2,$$

так как $\bar{T} = 1$; $\bar{q} = 2$. В дальнейшем черту у безразмерных величин для простоты будем опускать.

На отдельных участках границы области G_z имеют место следующие краевые условия

$$\psi = 0 \text{ на } ABNC, \quad \varphi = 0 \text{ на } DC, \quad \psi = 1 \text{ на } AD.$$

В силу этих условий области G_z в плоскости w будет соответствовать полуплоска G_w (рис. 1б).

Рассмотрим в качестве канонической области верхнюю полуплоскость $\text{Im } \zeta > 0$ ($\zeta = \xi + i\eta$) и отображим ее на область G_w так, чтобы точкам D, A, B, N, C соответствовали точки $-1, 0, b, n, 1$ оси ξ ($0 < b < n < 1$). Это отображение осуществляется функцией

$$w(\zeta) = i [\arcsin(-1/\zeta) + \pi/2]/\pi. \quad (1)$$

Введем в рассмотрение функцию

$$\chi_1 = \ln \left(\frac{1}{v_2} \frac{dw}{dz} \right) + \frac{i\pi}{2} = S + i\theta_1, \quad (2)$$

где $\theta_1 = \pi/2 - \theta$, θ — аргумент вектора скорости, $S = \ln(v/v_2)$. На отдельных участках оси ξ имеем следующие условия для $\chi_1(\zeta)$:

$$\theta_1 = 0 \text{ при } -\infty < \xi \leq 0, \quad \theta_1 = \pi \text{ при } 0 \leq \xi \leq b,$$

$$S = \ln [f(\tilde{\varphi}(\xi))] \text{ при } b \leq \xi \leq n,$$

$$S = \ln [f(\tilde{\varphi}(\xi))] + S_1 \text{ при } n \leq \xi \leq 1,$$

$$\theta_1 = 0 \text{ при } 1 \leq \xi < \infty,$$

где $S_1 = \ln(v_1/v_2)$, $\tilde{\varphi}(\xi) = -\ln[(1 - \sqrt{1 - \xi^2})/\xi]/\pi\varphi_0$. Таким образом, для отыскания функции $\chi_1(\zeta)$ имеем смешанную краевую

задачу для полуплоскости. Применяя формулу Келдыша-Седова [8], найдем

$$\chi_1(\zeta) = -\frac{R(\zeta)}{\pi} \left\{ \pi \int_0^b \frac{d\tau}{(\tau - \zeta) |R(\tau)|} + \int_b^1 \frac{\ln [f(\tilde{\varphi}(\tau))] d\tau}{(\tau - \zeta) |R(\tau)|} + S_1 \int_n^1 \frac{d\tau}{(\tau - \zeta) |R(\tau)|} \right\}, \quad (3)$$

где $R(\zeta) = \sqrt{(\zeta - 1)(\zeta - b)}$ (под $R(\zeta)$ понимается непрерывная в полуплоскости $\text{Im } \zeta > 0$ ветвь, принимающая положительные значения на участке $(1, \infty)$ оси ξ).

Осуществляя в (3) предельный переход по формулам Сохоцкого (см., напр., [9, стр. 38]) при $\zeta \rightarrow \xi$, определим значения $\theta(\xi)$ на участке $[b, 1]$ оси ξ и $S(\xi)$ на участках $(-\infty, b]$, $[1, \infty)$ оси ξ . Тогда, дифференцируя (1) и учитывая (2), найдем уравнение искомого участка границы области G_z

$$z(\xi) = \left\{ \int_{-1}^{\xi} \exp[-S(\xi)] \cdot [\cos \theta(\xi) + i \sin \theta(\xi)] \omega'(\xi) d\xi \right\} / v_2. \quad (4)$$

В полученное выражение $z(\xi)$ входят два неизвестных параметра: n и b (величина φ_0 согласно (1) определяется значением b по формуле $\varphi_0 = -\ln((1 - \sqrt{1 - b^2})/b)/\pi$). Для их определения имеем систему уравнений

$$\text{Im } z(n) = -1, \quad \text{Im } z(0) = -h. \quad (5)$$

2. Рассмотрим теперь задачу о взаимодействии двух поверхностных ШЗ, расположенных на расстоянии $2l$ друг от друга. Будем считать, что в плоскости, перпендикулярной осям зарядов, их действием моделируется действием диполей с моментом M . На рис. 2а в силу симметрии относительно оси y изображена правая половина выемки выброса $-G_z$ (B — точка разветвления линии тока).

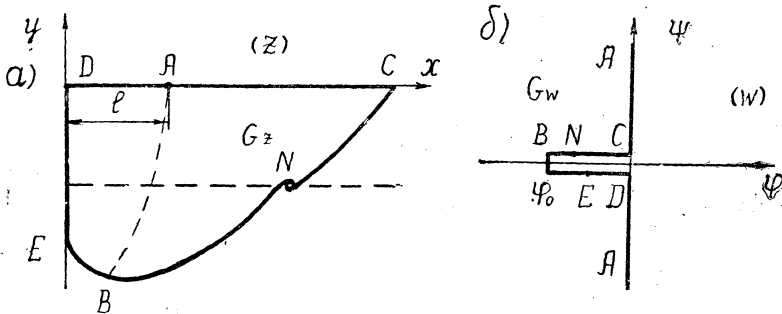


Рис. 2.

Введем безразмерные переменные

$$\bar{z} = z/T, \quad \bar{w} = 2\pi wT/M, \quad \bar{v} = 2\pi vT^2/M.$$

Тогда решение задачи будет зависеть от 7 безразмерных величин

$$\bar{l} = l/T, \quad \bar{v}_1 = 2\pi v_1 T^2/M, \quad \bar{v}_2 = 2\pi v_2 T^2/M, \quad k_1, \quad k_2, \quad \alpha_1, \quad \alpha_2,$$

так как $\bar{T} = 1$, $\bar{M} = 2\pi$. В дальнейшем черту у безразмерных величин писать не будем.

На отдельных участках границы области G_z имеем следующие условия для функции $w(z)$:

$$\varphi = 0 \text{ на } CA \text{ и } AD; \quad \psi = 0 \text{ на } CNBED,$$

$$w(z) \sim i/(z-l) \text{ в окрестности точки } A.$$

В силу этих условий области G_z в плоскости w будет соответствовать область G_w (рис. 2б).

Если в качестве канонической области взять верхнюю полуплоскость $\text{Im } \zeta > 0$ ($\zeta = \xi + i\eta$), то отображение ее на область G_w такое, что точкам A, D, E, B, N, C соответствуют точки $\pm\infty, -1, e, 0, n, 1$ оси ξ , осуществится функцией

$$w(\zeta) = -i\varphi_0 \sqrt{\zeta^2 - 1}. \quad (6)$$

Рассмотрим аналитическую в верхней полуплоскости $\text{Im } \zeta > 0$ функцию

$$\chi_2(\zeta) = \ln \left[\frac{i}{v_2} \frac{dw}{dz} \frac{1}{\zeta(\zeta-1)} \right] = S_2 + i\theta_2,$$

где $S_2 = S - \ln |\zeta(\zeta-1)|$, $\theta_2 = \pi/2 - \theta - \arg \zeta - \arg(\zeta-1)$. На отдельных участках оси ξ для функции $\chi_2(\zeta)$ имеем следующие условия:

$$\theta_2 = 0 \text{ при } -\infty < \xi \leq e \text{ и } 1 \leq \xi < \infty,$$

$$S_2 = \ln [f(\tilde{\varphi}(\xi))/|\xi|(1-\xi)] \text{ при } e \leq \xi \leq n,$$

$$S_2 = \ln [f(\tilde{\varphi}(\xi))/\xi(1-\xi)] + S_1 \text{ при } n \leq \xi \leq 1,$$

где $\tilde{\varphi}(\xi) = -\sqrt{1-\xi^2}$.

Отсюда, применяя формулу Келдыша-Седова, получим

$$\chi_2(\zeta) = -\frac{R(\zeta)}{\pi} \left\{ \int_e^1 \frac{\ln [f(\tilde{\varphi}(\tau))/|\tau|(1-\tau)] d\tau}{(\tau-\zeta)|R(\tau)|} + S_1 \int_n^1 \frac{d\tau}{(\tau-\zeta)|R(\tau)|} \right\}, \quad (7)$$

где $R(\zeta) = \sqrt{(\zeta-1)(\zeta-e)}$ (под $R(\zeta)$ понимается непрерывная в полуплоскости $\text{Im } \zeta > 0$ ветвь, принимающая положительные значения на участке $(1, \infty)$ оси ξ).

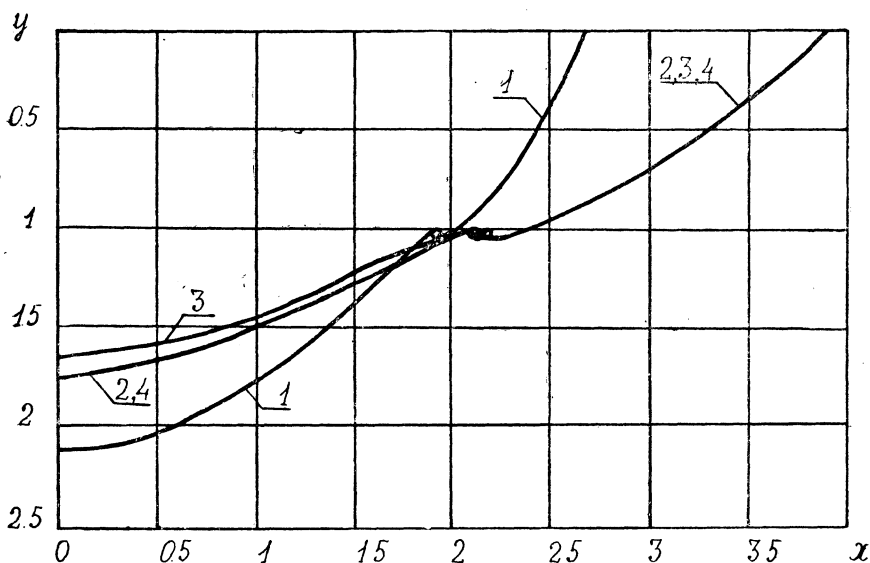


Рис. 2.

Тогда граница области G_z определится уравнением (4), где $\omega'(\xi)$ получено дифференцированием (6), а $S(\xi)$ при $\xi \leq e$, $\xi \geq 1$ и $\theta(\xi)$ при $e \leq \xi \leq 1$ получены из (7) предельным переходом при $\zeta \rightarrow \xi$ с учетом того, что $S(\xi) = S_2(\xi) + \ln|\xi(\xi - 1)|$, а $\theta(\xi) = \pi/2 - \theta_2(\xi) - \arg \xi - \arg(\xi - 1)$.

В полученное выражение для $z(\xi)$ входят три неизвестных параметра (φ_0 , e , n). Для их определения имеем систему уравнений

$$\operatorname{Im} z(n) = -1, \operatorname{Re} z(\infty) = l,$$

$$\frac{\varphi_0^2}{v_2} = \exp \left\{ \frac{1}{\pi} \int_e^1 \frac{\ln [f(\tilde{\varphi}(\tau))/|\tau|(1-\tau)] d\tau}{V(1-\tau)(\tau-e)} + \frac{S_1}{\pi} \int_n^1 \frac{d\tau}{V(1-\tau)(\tau-e)} \right\}.$$

3. С целью изучения влияния параметров k_i и α_i ($i=1, 2$) на размеры и форму выемок выброса были выполнены числовые расчеты в задаче о взрыве заглубленного ШЗ. При их проведении задавались величины h , v_i , k_i , α_i ($i=1, 2$) и из системы (5) отыскивались значения b и n , а затем по формуле (4) строилась искомая граница выемки. Расчеты проводились на ЭВМ М-222 на входном языке транслятора ТА-1М. Некоторые из полученных результатов для $h=1$, $v_1=0.2$, $v_2=0.4$ приведены на рис. 3; соответствующие значения k_i , α_i ($i=1, 2$) глубины H и полуширины R выемки выброса, а также полуширины R_1 выемки на уровне линии раздела слоев приведены в таблице.

Таблица 1

N	α_1	α_2	k_1	k_2	H	R	R_1
1	0.4	0.4	0.1	0.1	2.130	1.946	2.674
2	0.25	0.25	0.1	0.1	1.744	2.201	3.899
3	0.25	0.25	0.1	0.2	1.669	2.142	3.893
4	0.25	0.25	0.2	0.1	1.732	2.190	3.885

Из сравнения приведенных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Изменение величин α_i оказывает сильное влияние на форму и размеры выемки выброса, причем при увеличении α_i ширина выемки уменьшается, а глубина увеличивается (кривые 1 и 2).

2. Увеличение величин k_i ведет к незначительному уменьшению размеров выемки выброса, причем изменение k_2 оказывает более сильное влияние, чем изменение k_1 (кривые 3, 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов В. М. Математические модели взрывного дела.—Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1977.—264 с.
2. Кошелев Э. А., Поляк Э. Б., Шер Е. Н. О форме воронки выброса при взрыве поверхностного шнурового заряда.—В кн.: Вопросы механизма разрушения горных пород.—Новосибирск: Институт горного дела СО АН СССР, 1976, с. 92—99.
3. Поляк Э. Б., Шер Е. Н. Об одном варианте твердо-жидкостной модели взрыва в грунте.—ПМТФ, 1977, № 5, с. 137—141.
4. Ильинский Н. Б. Об одном методе построения выемки выброса при взрыве шнуровых зарядов.—В кн.: Труды семинара по краевым задачам.—Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1979, вып. 16, с. 71—80.
5. Ильинский Н. Б., Лабуткин А. Г. О дальнейшей разработке твердо-жидкостной модели взрыва на выброс.—В кн.: Труды семинара по краевым задачам.—Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1982, вып. 18, с. 85—94.
6. Черный Г. И. Расчеты крутизны откосов взрывных выемок на основе теории предельного равновесия сыпучей среды.—В кн.: Использование энергии взрыва на объектах ирригационного и мелиоративного строительства в грунтах.—Киев: Наукова думка, 1976, с. 121—124.
7. Ильинский Н. Б., Поташев А. В. Об импульсно-гидродинамических моделях взрыва на выброс в слоистых средах.—В кн.: Труды семинара по краевым задачам.—Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1979, вып. 16, с. 81—88.
8. Келдыш М. В., Седов Л. И. Эффективное решение некоторых краевых задач для гармонических функций.—Докл. АН СССР, 1937, т. 16, № 1, с. 7—10.
9. Гахов Ф. Д. Краевые задачи.—3-е изд., перераб. и доп.—М.: Наука, 1977.—640 с.

Доложено на семинаре 27 января 1981 г.