01; 02

© 1991 г.

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ПРОЛЕТАЮЩЕЙ НАД РЭЛЕЕВСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНОЙ

А. Р. Мкртчян, Л. Ш. Григорян, А. Н. Диденко, А. А. Саарян

Показано, что заряженные частицы, летящие над поверхностной акустической волной, могут служить источником направленного излучения в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн.

1. Явления, связанные с поверхностными акустическими волнами, нашли широкое применение в различных областях науки и техники [1]. В данной работе рассмотрено излучение заряда, летящего параллельно рэлеевской акустической волне. Физика явления сходна с излучением частицы при пролете над дифракционной решеткой [2, 3], используемом для генерации излучения в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн [4, 5]. В [6] рассмотрено влияние рэлеевской волны на переходное излучение частицы, падающей нормально на границу раздела вакуум—идеальный проводник. В [7, 8] изложена теория излучения заряженных частиц в неограниченной среде с диэлектрической проницаемостью, изменяющейся по гармоническому закону, а в [9, 10] изучено влияние границ на такое излучение.

Мы будем полагать, что заряд q с постоянной скоростью v движется параллельно поверхностной волне, возбужденной на плоской границе раздела однородных областей с диэлектрическими проницаемостями ε_0 и ε_1 (магнитную проницаемость полагаем равной 1). Если ось Z декартовой системы координат совместить с траекторией частицы, а ось Y направить параллельно поверхности раздела, то уравнение этой поверхности можно записать в виде

$$x = x_0(z,\ t) = -d + f(k_0 z \mp \omega_0 t), \tag{1}$$

где k_0, ω_0 — волновое число и циклическая частота волны; d — расстояние от невозбужденной границы раздела; f — функция, описывающая профиль волны; верхний (нижний) знак перед ω_0 соответствует волне, распространяющейся в положительном (отрицательном) направлении оси Z.

Из инвариантности системы относительно преобразований

$$t \to t + \delta t, \quad z \to z + \lambda_0 \pm \frac{\omega_0}{k_0}\delta t, \tag{2}$$

где

$$\delta t = \frac{\lambda_0}{v \mp \omega_0/k_0}, \quad \lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0}, \tag{3}$$

следует, что проекция $k_z = \omega\sqrt{\varepsilon_\alpha}\cos\theta/c$ ($\alpha=0.1$) волнового вектора фотона, излучаемого зарядом, определяется выражением

$$vk_z = \omega - m(vk_0 \mp \omega_0), \tag{4}$$

m — целое число, откуда в свою очередь вытекает соотношение [2]

$$\omega = \frac{m(vk_0 \mp \omega_0)}{1 - \beta\sqrt{\varepsilon_\alpha}\cos\theta}, \quad \beta = \frac{v}{c} \tag{5}$$

между частотой ω и углом вылета θ (относительно оси Z) фотона. Оно кратно частоте прохождения зарядом периода поверхностной волны vk_0. Имеется также характерный допплеровский множитель, учитывающий движение частицы. В случае $\beta\sqrt{\varepsilon_\alpha} > 1$ мы не будем рассматривать черенковское излучение под углом $\theta = \arccos(1/\beta\sqrt{\varepsilon_\alpha})$, считая $m \neq 0$. Для определенности будем полагать также $d > |f|$ (частица летит над поверхностной волной).

Задача об излучении заряда в среде с диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_0 & \text{при } x > x_0, \\ \varepsilon_1 & \text{при } x < x_0 \end{cases} \tag{6}$$

довольно сложная даже для простой модельной функции f [11]. В [12] исследован сравнительно простой случай $\varepsilon_0 \approx \varepsilon_1$. В предлагаемой работе рассмотрен случай поверхностной волны малой амплитуды $k_0 |f| \ll 1$ при произвольных ε_0 и ε_1.

2. Напряженности электромагнитного поля $\mathbf{E}_\alpha$ и $\mathbf{H}_\alpha$ в областях $x > x_0$ ($\alpha=0$) и $x < x_0$ ($\alpha=1$) определяются уравнениями Максвелла с граничными условиями

$$\varepsilon_0 \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_0 = \varepsilon_1 \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_1, \quad \mathbf{n} \times \mathbf{E}_0 = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_0, \quad \mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_1 \tag{7}$$

на поверхности раздела $S = \{\mathbf{r}: x = x_0(z, t)\}$,

$$\mathbf{n} = \frac{(1, 0, -\partial f/\partial z)}{\sqrt{1 + (\partial f/\partial z)^2}} \tag{8}$$

— нормаль к этой поверхности.

Рассмотрим гладкую поверхность S', близкую к S, для которой известны решения $\mathbf{E}'_\alpha$, $\mathbf{H}'_\alpha$ уравнений Максвелла с тем же распределением плотности заряда, что и в нашей задаче. Для S и S' имеем

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}' + \delta\mathbf{n}, \quad |\delta\mathbf{n}| \ll 1,$$
$$\mathbf{E}_\alpha(\mathbf{r}' + \delta\mathbf{r}, t)_{(\mathbf{r}'+\delta\mathbf{r}) \in S} \approx (1 + \delta\mathbf{r} \cdot \nabla)\mathbf{E}_\alpha(\mathbf{r}', t)_{\mathbf{r}' \in S'} \text{ и т. д.,} \tag{9}$$

где $\mathbf{n}'$ — нормаль к S'.

Подставив

$$\mathbf{E}_\alpha = \mathbf{E}'_\alpha + \mathbf{E}''_\alpha, \quad \mathbf{H}_\alpha = \mathbf{H}'_\alpha + \mathbf{H}''_\alpha \tag{10}$$

в уравнения Максвелла, получим, что поле $\mathbf{E}''_\alpha$, обусловленное малым отклонением S от S', удовлетворяет уравнению

$$\Delta\mathbf{E}''_\alpha - \frac{\varepsilon_\alpha}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}''_\alpha}{\partial t^2} = 0 \tag{11}$$

(такому же уравнению удовлетворяет и $\mathbf{H}''_\alpha$) с граничными условиями

$$\varepsilon_\alpha\{\mathbf{n}' \cdot [\mathbf{E}''_\alpha + (\delta\mathbf{r} \cdot \nabla)\mathbf{E}'_\alpha] + \delta\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}'_\alpha\}_{\alpha=0}^{\alpha=1} = 0,$$
$$\{\mathbf{n}' \times [\mathbf{E}''_\alpha + (\delta\mathbf{r} \cdot \nabla)\mathbf{E}'_\alpha] + \delta\mathbf{n} \times \mathbf{E}'_\alpha\}_{\alpha=0}^{\alpha=1} = 0, \quad [\mathbf{H}''_\alpha + (\delta\mathbf{r} \cdot \nabla)\mathbf{H}'_\alpha]_{\alpha=0}^{\alpha=1} = 0 \tag{12}$$

на S'.

Для рэлеевской волны малой амплитуды в качестве S' можно выбрать плоскость $x = -d$, поскольку для этого случая $\mathbf{E}'_\alpha$ и $\mathbf{H}'_\alpha$ известны [13]. При этом

$$\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right| \ll 1 \quad \text{и} \quad \delta\mathbf{n} \approx \left(0, 0, -\frac{\partial f}{\partial z}\right). \tag{13}$$

Из инвариантности системы относительно преобразований (2) следует, что решение уравнения (11) нужно искать в виде

$$\mathbf{E}''_\alpha = \int d\omega dk_y \sum_m \mathbf{a}_\alpha e^{i(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{r} - \omega t)} = \int \sum_m \mathbf{E}''_{\alpha m} e^{-i\omega t} d\omega, \tag{14}$$

где $\mathbf{k}_\alpha = ((-1)^\alpha p_\alpha,\ k_y,\ k_z)$, k_z приведено в (4),

$$p_\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_\alpha - k_y^2 - k_z^2}, \tag{15}$$

а знак p_α выбирается согласно формуле

$$\sqrt{\omega^2 Q} = \begin{cases} \omega\sqrt{Q} & \text{при} \quad Q > 0, \\ i\,|\omega|\sqrt{-Q} & \text{при} \quad Q < 0. \end{cases} \tag{16}$$

$\mathbf{H}''_\alpha$ находится из уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{H}_\alpha}{\partial t} = -c\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}_\alpha. \tag{17}$$

Амплитуда $\mathbf{a}_\alpha$ определяется системой линейных алгебраических уравнений, получаемой путем подстановки $\mathbf{E}''_\alpha$ и $\mathbf{H}''_\alpha$ в (12). Для ультрарелятивистского заряда и $\omega \gg \omega_0$ в (1) можно считать $\omega_0 = 0$. В этом случае

$$\mathbf{a}_\alpha = \frac{q f_m (1 - \varepsilon_1/\varepsilon_0)}{i\pi v\,(\varepsilon_0 g_1 + \varepsilon_1 g_0)\,(\varepsilon_0 p_1 + \varepsilon_1 p_0)}\,\mathbf{b}_\alpha e^{i[(-1)^\alpha p_\alpha + g_0]d}, \tag{18}$$

где

$$f_m = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\zeta)\,e^{-im\zeta}d\zeta$$

— фурье-образ функции $f(\zeta)$,

$$b_{\alpha x} = (-1)^\alpha \varepsilon_0 p_{1-\alpha}(g_0 g_1 k_z - m k_0 k_y^2)\frac{v}{\omega} - \varepsilon_{1-\alpha} g_0 (k_y^2 + k_z^2),$$

$$b_{\alpha y} = k_y\left[\varepsilon_0 (g_0 g_1 k_z - m k_0 k_y^2)\frac{v}{\omega} + (-1)^\alpha \varepsilon_{1-\alpha} g_0 p_\alpha + \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2}\,\frac{\varepsilon_0 p_1 + \varepsilon_1 p_0}{p_0 + p_1}\right], \tag{19}$$

а $b_{\alpha z}$ определяется из условия поперечности $\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{b}_\alpha = 0$,

$$g_\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_\alpha - k_y^2 - \frac{\omega^2}{v^2}}, \tag{20}$$

знак g_α выбирается согласно (16).

На больших расстояниях от траектории частицы $\sqrt{x^2+y^2} = \rho \gg d$ из (14) методом стационарной фазы [14] находим поле излучения

$$\mathbf{E}''_{\alpha m} = \sqrt{\frac{2\pi\omega}{ic\rho}\sqrt{\varepsilon_\alpha}\,\sin\theta}\,\cos\varphi\,\mathbf{a}_\alpha e^{i\mathbf{k}_\alpha\cdot\mathbf{r}}, \quad \mathbf{r} = (\rho\cos\varphi,\ \rho\sin\varphi,\ z),$$

$$\mathbf{k}_\alpha = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_\alpha}\,(\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ \cos\theta). \tag{21}$$

Спектрально-угловое распределение интенсивности излучения заряда с единицы пути в направлении углов, отличных от черенковского (если $\beta\sqrt{\varepsilon_\alpha} > 1$), равно

$$\frac{dW_\alpha}{d\omega d\Omega} = 2\pi \sum_{m\neq 0} \omega\varepsilon_\alpha \sin^2\theta\cos^2\varphi\,|a_\alpha|^2\delta\left(\cos\theta - \frac{1}{\beta\sqrt{\varepsilon_\alpha}} + \frac{mck_0}{\omega\sqrt{\varepsilon_\alpha}}\right). \tag{22}$$

Согласно (5), (9) и (14), эта формула верна при

$$k_0\sqrt{f^2} \ll |1 - \beta\sqrt{\varepsilon_\alpha}\cos\theta|. \tag{23}$$

Зависимость от d определяется экспоненциальным множителем (см. (18)), в котором

$$\sigma \equiv \frac{v}{i\omega}g_0 = \sqrt{1 - \beta^2\varepsilon_0(1 - \sin^2\theta\sin^2\varphi)}. \tag{24}$$

Рассмотрим верхнее полупространство ($\alpha=0$) и случай

$$\beta\sqrt{\varepsilon_0}<1<\beta\sqrt{\varepsilon_1-\varepsilon_0}. \tag{25}$$

После преобразований из (18) и (19) находим

$$|\mathbf{a}_0|^2=\frac{q^2\omega^2|f_m|^2}{\pi^2c^2v^2\varepsilon_0}\left(1-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\right)^2\frac{\sigma^2A_1+\sin^2\theta\sin^2\varphi A_2+\varepsilon_0\beta^2\sin^4\theta\sin^4\varphi A_3}{\left(\sigma_1^2+\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\sigma^2\right)\left(\sigma_2+\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\sin\theta\cos\varphi\right)^2}\exp(-2\omega\sigma d/v), \tag{26}$$

где

$$\sigma_1=\sqrt{\beta^2(\varepsilon_1-\varepsilon_0\sin^2\theta\sin^2\varphi)-1},\quad \sigma_2=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}-1+\sin^2\theta\cos^2\varphi},$$

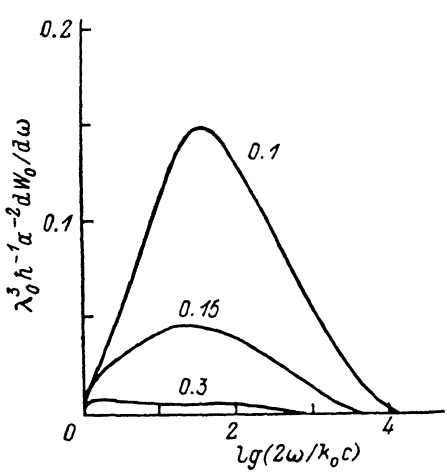
$$A_1=\left[\sigma_1\sigma_2\cos\theta-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}(1-\sin^2\theta\cos^2\varphi)\right]^2+\sin^2\theta\left[\sigma_1(\sigma_2\cos\varphi+\sin\theta\sin^2\varphi)-\right.$$

$$\left.-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\cos\theta\cos\varphi\right]^2,\quad A_2=\sigma^2\left(\sigma_1\cos\theta+\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\sin\theta\cos\varphi\right)^2+\varepsilon_0\beta^2(\sigma_2\sin\theta\cos\varphi+$$

$$+\beta\sqrt{\varepsilon_0}\cos\theta\sin^2\theta\sin^2\varphi+\cos^2\theta)^2,\quad A_3=\sigma_2(1-\beta\sqrt{\varepsilon_0}\cos\theta)^2+$$

$$+[\cos\theta+\beta\sqrt{\varepsilon_0}\sin\theta(\sigma_2\cos\varphi+\sin\theta\sin^2\varphi)]^2.$$

Как и следовало ожидать, $dW_0/d\omega d\Omega$ — четная функция φ. Для $\varepsilon_0=1$ (вакуум) и синусоидальной поверхностной волны $f(\zeta)=a\sin\zeta$ с $f_m=\pm(a/2i)\delta_{m,\pm1}$



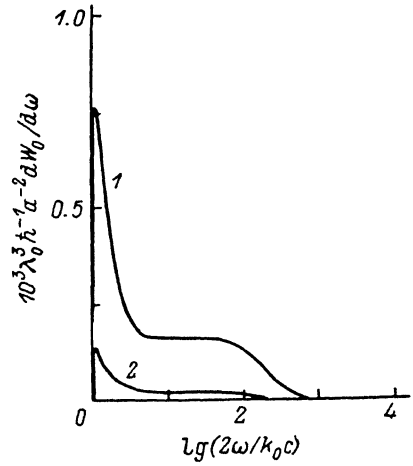


Рис. 1. Зависимость интенсивности излучения с единицы пути электрона $dW_0/d\omega$ ((22) проинтегрированное по Ω) от ω.

Поверхностная волна предполагается синусоидальной; $\varepsilon_0=1$, $\varepsilon_1=2.9$.

Рис. 2. То же, что и на рис. 1, для $d/\lambda_0=1$ и 2.

в (22) дает вклад одно слагаемое, соответствующее $m=1$. В этом случае ультрарелятивистская частица излучает фотоны в интервале частот

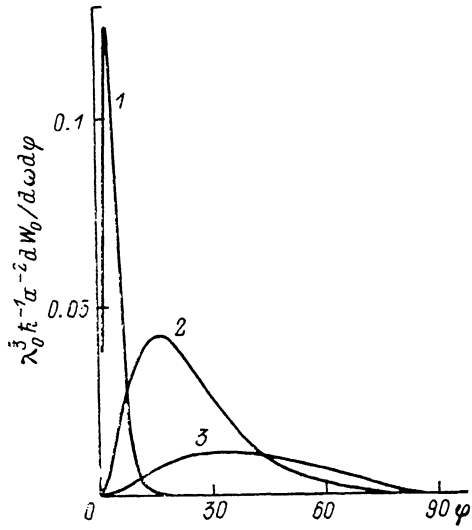
$$\frac{\pi c}{\lambda_0}<\omega\leqslant\frac{c\gamma}{2d},\qquad \frac{1}{4k_0d}\leqslant\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{27}$$

3. С возрастанием d интенсивность излучения экспоненциально убывает, что хорошо видно на рис. 1, 2, где приведено $dW_0/d\omega$ для электрона с энергией $E_e=300$ МэВ и значений $d/\lambda_0=0.1$, 0.15, 0.3, 1 и 2. Из этих данных и формулы (5) следует, что при $d<0.3\,\lambda_0$ излучение сконцентрировано вдоль направления движения частицы. Когда же $d>0.3\,\lambda_0$, оно заметно меньше и направлено в основном назад, что характерно для задач подобного рода [13]. Из рис. 3, на котором приведена зависимость $dW_0/d\omega d\varphi$ от φ для $d/\lambda_0=0.15$ и нескольких значений ω/k_0c, вытекает существование выделенных азимутальных направле-

ний, вдоль которых излучает частица. Так, на частоте $\omega \approx 2k_0c^2/\theta^2$, когда полярный угол $\theta \approx 5° \sim 1/\sqrt{\gamma}$ (γ — лоренц-фактор электрона), кривая спектрально-углового распределения интенсивности излучения имеет два пика при $\varphi \approx \pm 3° \sim \sim \pm 1/\sqrt{\gamma}$, симметрично расположенных относительно плоскости XZ. Они описываются формулой

$$\frac{dW_0}{d\omega d\varphi} \approx \frac{4e^2}{\pi c} a^2 k_0^3 \frac{1 + 2\tau^2 u^2 \left(1 + \tau \sqrt{\frac{\varepsilon_1 - 1}{\gamma}}\right)}{\left[1 + \frac{2\tau\varepsilon_1}{\sqrt{\gamma(\varepsilon_1 - 1)}}\right]\tau^4} e^{-4\frac{k_0 d}{\tau^2}\sqrt{1+\tau^2 u^2}}, \tag{28}$$

которая получается из (22), (26) разложением в ряд по углам $1/\gamma \ll \theta(\omega) \ll 1$, $|\varphi| \ll 1$. При этом $u = \varphi\sqrt{\gamma}$, а $\tau = \theta\sqrt{\gamma}$. С возрастанием $|\varphi|$ от нуля до величины $\sim 1/\sqrt{\gamma}$ интенсивность излучения растет, а затем экспоненциально



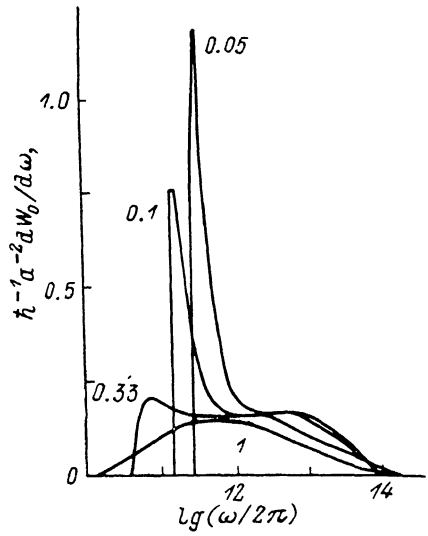


Рис. 3. Спектрально-угловое распределение $dW_0/d\omega d\varphi$, определенное из (22).

ω/k_0c: 1 — 260, 2 — 7.5, 3 — 1; θ (угол вычислен по формуле (5)): 1 — 5, 2 — 30, 3 — 90; $d/\lambda_0 = 0.15$; остальные величины те же, что и на рис. 1.

Рис. 4. Определенное из (22) $dW_0/d\omega$ в зависимости от ω для разных значений λ_0.

$\lambda_0 = 0.05$, 0.1, 0.33 и 1 см; расстояние электрона от акустической волны $d = 0.1$ см фиксированно; остальные параметры те же, что и на рис. 1.

убывает. В свою очередь данные рис. 4 свидетельствуют о том, что с уменьшением λ_0 в спектре излучения появляется пик при $\lambda_0 \sim 0.3$ см. С дальнейшим уменьшением λ_0 он растет до некоторого критического значения при $\lambda_0 = \lambda_0'$ (приближение (23) не позволяет определить λ_0'). В нашем случае ($d = 0.1$ см) излучение приходится на миллиметровую и субмиллиметровую область длин волн, что указывает на принципиальную возможность генерации соответствующего направленного излучения пучком частиц, летящих над акустической поверхностной волной. Для достаточно разреженного пучка частиц, равномерно распределенных в области $d \leqslant x \leqslant d + \delta$, из (22) интегрированием находим

$$\frac{dW_0}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{\mu}(1 - e^{-\mu}) J N_q, \tag{29}$$

где N_q — число частиц в пучке; $\mu = 2\omega\sigma\delta/v$; $J(\omega, \Omega)$ — выражение, задаваемое правой частью (22). Выражение (29) приводит к дополнительному сглаживанию и уширению пика в спектре излучения на относительную величину $\sim \delta/d$.

С уменьшением энергии электрона излучение, естественно, становится менее анизотропным, в чем можно убедиться, анализируя (5) и (22). Отметим также, что приближение, использующее малость параметра a/λ_0, обычно в условиях

эксперимента удовлетворяется ($a/\lambda_0 \sim 0.1$). При больших значениях зависимость интенсивности излучения от амплитуды рэлеевской волны для сред с близкими значениями диэлектрической проницаемости исследована в [12].

В заключение сравним наши результаты со случаем, когда заряженная частица пролетает над дифракционной решеткой. Если скорость частицы много больше скорости поверхностной волны, то формула (5) с $\omega_0=0$ применима в обоих случаях ($k_0=2\pi/b$ для случая дифракционной решетки с периодом b). Общей является также экспоненциальная зависимость от прицельного параметра d, поскольку она обусловлена соответствующим убыванием поля заряда [2]. Разумеется, интенсивность излучения зависит от профиля поверхности раздела среда—вакуум, но по порядку величины результат должен быть один и тот же в обоих случаях. Например, для значений параметров, соответствующих эксперименту Смита—Парселла, число фотонов, испущенных электроном с 1 см пути, при пролете над акустической волной с $a/\lambda_0 \sim 0.1$, как и в случае дифракционной решетки, порядка нескольких сотен. Однако отметим, что использование акустической волны облегчает управление частотой и мощностью излучения.

Список литературы

[1] *Красильников В. А., Крылов В. В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.
[2] *Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В.* // УФН. 1968. Т. 94. № 3. С. 377—416.
[3] *Шестопалов В. П.* Дифракционная электроника. Харьков: Вища школа, 1976. 231 с.
[4] Физика и техника миллиметровых и субмиллиметровых волн. Киев: Наукова думка, 1986. 208 с.
[5] Электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Киев: Наукова думка, 1988. 280 с.
[6] *Яковенко И. В.* // Электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Киев: Наукова думка, 1988. С. 252—255.
[7] *Тер-Микаелян В. Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, 1969. 457 с.
[8] *Гинзбург В. Л., Цытович В. Н.* Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
[9] *Мкртчян А. Р., Григорян Л. Ш., Габриелян Р. Г.* и др. Препринт ИППФ. Ереван, 1987. 24 с.
[10] *Мкртчян А. Р., Григорян Л. Ш.* // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 8. С. 1558—1560.
[11] *Bachheimer J. P.* // Le J. Phys. 1970. Vol. 31. N 7. P. 665—672.
[12] *Мкртчян А. Р., Григорян Л. Ш., Саарян А. А.* и др. // Изв. АН АрмССР. Физика. 1989. Т. 24. № 2. С. 62—66.
[13] *Болотовский Б. М.* // УФН. 1961. Т. 75. № 2. С. 295—350.
[14] *Федорюк М. В.* Асимптотика, интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.

Институт прикладных проблем физики
АН АрмССР
Ереван

Поступило в Редакцию
28 июля 1989 г.
В окончательной редакции
26 марта 1990 г.