



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

П. Н. Остроумов, О. В. Сердюк, Нелинейное взаимодействие сильноточных пучков ионов  $H^+$  и  $H^-$ , *ЖТФ*, 1983, том 53, выпуск 2, 230–234

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.82

8 февраля 2025 г., 15:27:09



## НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СИЛЬНОТОЧНЫХ ПУЧКОВ ИОНОВ $H^+$ и $H^-$

П. Н. Остроумов, О. В. Сердюк

Описаны результаты численного моделирования нелинейного взаимодействия двух сильноточных пучков  $H^+$  и  $H^-$ . Дано качественное объяснение процессов, происходящих вплоть до времени установления асимптотического распределения  $\sim 20$  плазменных колебаний.

Интерес к плазменному взаимодействию ион-ионных пучков возник с появлением интенсивных источников отрицательных ионов  $H^-$  и с возможностью одновременного ускорения и транспортировки сильноточных пучков ионов  $H^-$  и  $H^+$  [1].

Ранее, в [2], этот процесс исследовался численно и экспериментально на времени  $\sim 2$  плазменных периодов. В настоящей работе описано развитие процесса на времени  $\sim 20$  плазменных периодов, соответствующем выходу на асимптотику. Продвижение по времени удалось за счет модернизации вычислительной схемы.

При этом обнаружена возможность получения ионных сгустков с увеличением плотности частиц почти на порядок; обнаружено возрождение колебаний поля, инициированного неустойчивостью, после его первого спада; асимптотика процесса оказалась немаксвелловской, чему дано теоретическое обоснование.

1. Уравнения Власова для функций распределения одномерной ион-ионной плазмы имеют вид

$$\frac{\partial F_1}{\partial \tau} + v \frac{\partial F_1}{\partial z} + \frac{e}{m} E(z, \tau) \frac{\partial F_1}{\partial v} = 0, \quad \frac{\partial F_2}{\partial \tau} + v \frac{\partial F_2}{\partial z} - \frac{e}{m} E(z, \tau) \frac{\partial F_2}{\partial v} = 0,$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = 4\pi e \int_{-\infty}^{+\infty} (F_1 - F_2) dv, \quad (1)$$

где  $e$  и  $m$  — заряд и масса иона;  $\tau$ ,  $z$ ,  $v$  — размерные время, координата и скорость; индекс «1» относится к положительно заряженным ионам, индекс «2» — к отрицательно заряженным.

Рассматриваются пространственно-периодические начальные условия с периодом  $L$ . Решения (1) при этом также  $L$ -периодичны. Введем безразмерные переменные:  $t = \omega_0 \tau$ ,  $x = 2\pi z/L$ ,  $u = (2\pi/L\omega_0)v$ ,  $f = (L\omega_0/2\pi N_0)F$ . Здесь  $\omega_0 = (4\pi e^2 N_0/m)^{1/2}$  — плазменная частота,  $N_0$  — плотность частиц каждого сорта. Уравнения (1) в безразмерных переменных

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + u \frac{\partial f_1}{\partial x} + E \frac{\partial f_1}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial f_2}{\partial t} + u \frac{\partial f_2}{\partial x} - E \frac{\partial f_2}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial x} = \int_{-\infty}^{+\infty} (f_1 - f_2) du. \quad (2)$$

Нормировка функций распределения

$$\int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(x, u, t) du dx = 2\pi \quad (i=1, 2).$$

Граничные условия для решений (2)

$$f_i(0, u, t) = f_i(2\pi, u, t), \quad (i = 1, 2); \quad E(0, t) = E(2\pi, t).$$

Решение уравнений (2) симметричны

$$f_1(x, u, t) = f_2(\pi - x, -u, t).$$

Рассматриваются поля, обладающие периодическим потенциалом; это соответствует выполнению условия

$$\int_0^{2\pi} E(x, t) dx = 0.$$

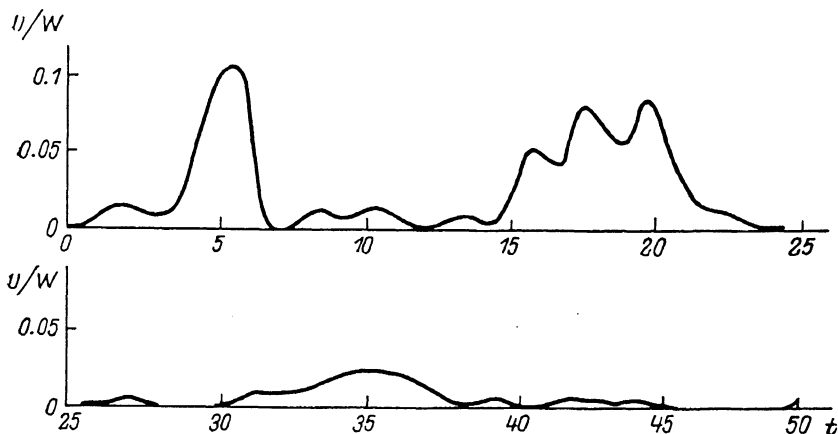


Рис. 1. Потенциальная энергия системы как функция времени.  $u_0=0.1$ ,  $\Delta u_0=0.87$ .

В системе сохраняется полный импульс  $P$  и полная энергия  $W$

$$P = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u (f_1 + f_2) du dx,$$

$$W = E_{\text{кин}} + U = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 (f_1 + f_2) du dx + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} E^2 dx.$$

Сохранение энергии, импульса и симметрии распределений являлось контролем точности вычислений.

Ниже рассматриваются два холодных пучка, движущихся вдоль оси  $x$  с относительной скоростью  $2u_0$ . Неустойчивость возбуждалась модуляцией скоростей в каждом пучке. Соответствующие начальные условия для решений (2) имеют вид

$$f_1(x, u, 0) = \delta(u + u_0 + \Delta u_0 \cos x), \quad f_2(x, u, 0) = \delta(u - u_0 + \Delta u_0 \cos x).$$

Дисперсионное уравнение двухпучковой неустойчивости, записанное в безразмерных переменных [8],

$$1 - \frac{1}{(\omega - u_0)^2} - \frac{1}{(\omega + u_0)^2} = 0.$$

Область неустойчивости:  $0 \leq u_0 \leq \sqrt{2}$ ; максимальный инкремент нарастания поля  $\gamma_m = 0.5$ , ему соответствует  $u_0 = \sqrt{3}/2$ .

2. Состояние системы характеризует ее потенциальная энергия  $U(t)$ ; параметрами являются скорость пучков  $u_0$  и глубина модуляции скорости  $\Delta u_0$ . На рис. 1 изображен типичный график  $U(t)$ . На рис. 2 изображено поведение

плотностей частиц. Для всех значений параметров отчетливо выражено пять стадий процесса.

Первая стадия — формирование пика  $U(t)$ , предшествующего основному пику неустойчивости ( $0 \leq t \leq 3\omega_0\tau$ ). Это связано с клистронной группировкой частиц в окрестности  $x=3\pi/2$ . Сгустки 1 и 2 (рис. 2, а), двигаясь от  $x=3\pi/2$  к  $x=\pi/2$  и  $x=5\pi/2$  соответственно, создают максимум поля.

Затем происходит экспоненциальное нарастание, стабилизация и спад поля до нуля ( $3\omega_0\tau \leq t \leq 6\omega_0\tau$ ). На этой стадии сгустки 1 и 3 проходят друг сквозь

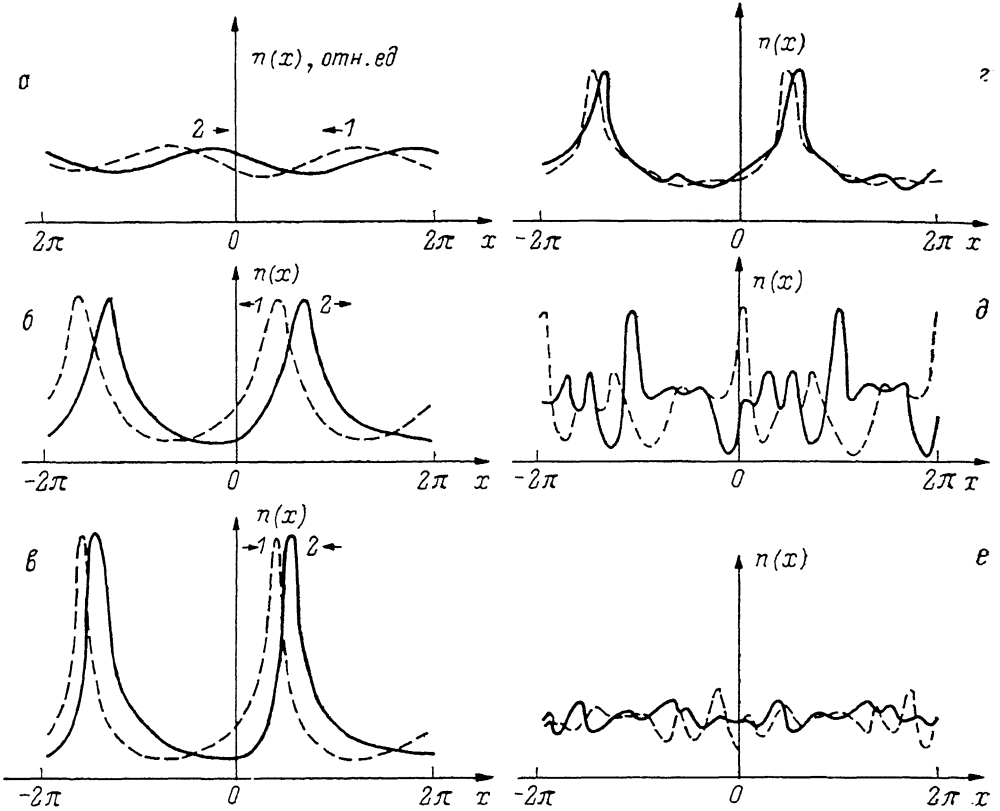


Рис. 2. Эволюция сгустков частиц.

$t$ : а — 1, б — 5, в — 5.5, г — 12, д — 20, е — 90.

друга в точке  $x=\pi/2$  (рис. 2, б). При дальнейшем разбегании сгустки уплотняются и создают сильное поле, которое их возвращает в  $x=\pi/2$  (рис. 2, в).

Третья стадия, область нуля  $U(t)$ , является положением неустойчивого равновесия (рис. 2, г). Как показывает анализ фазового состояния системы, на этой стадии формируются микропучки.

Затем колебания поля и потенциальной энергии возрождаются до уровня, сравнимого с величиной основного пика неустойчивости.

В дальнейшем происходит постепенное затухание поля. Характерно, что на стадии затухания поле не осциллирует во времени, а пульсирует с частотой  $\sqrt{2}\omega_0$  от максимума до нуля. При этом функции распределения по скоростям (рис. 3) пульсируют вместе с полем; они симметричны относительно нуля в моменты, когда  $E=0$ ; в моменты, когда поле максимально, максимальна и асимметрия распределений по скоростям.

Для всех значений параметров  $u_0, \Delta u_0$  предельные распределения имеют выраженный «двугорбый» вид.

3. Величину и положение клистронного пика можно оценить, считая, что вначале поле мало искажает траектории частиц. Положив в (2)  $E=0$ , получим

$$f_1 = \delta[u + u_0 + \Delta u_0 \cos(x - ut)], \quad f_2 = \delta[u - u_0 + \Delta u_0 \cos(x - ut)].$$

Отсюда получим в первом порядке по  $\Delta u_0$

$$E \sim \Delta u_0 t [\cos(x + u_0 t) - \cos(x - u_0 t)], \quad U \sim \pi (\Delta u_0)^2 t^2 (1 - \cos 2u_0 t), \quad (0 \leq t \leq 3\omega_0 \tau).$$

Инкременты нарастания неустойчивости находятся в хорошем согласии с линейной теорией. Наибольшее торможение пучков ( $\max U(t) \sim 30\%$  от полной энергии  $W$ ) достигается при  $u_0 \sim 1$ . При  $u_0 = \sqrt{3}/2$ , оптимальной по линейной теории,  $\max U(t) \sim 15\%$  от  $W$ . В момент наибольшего торможения ступки частиц уплотняются почти на порядок (рис. 2, в).

Возрождение колебаний поля является, по-видимому, проявлением многопучковой неустойчивости микропучков, сформировавшихся на стадии нуля  $U(t)$ .

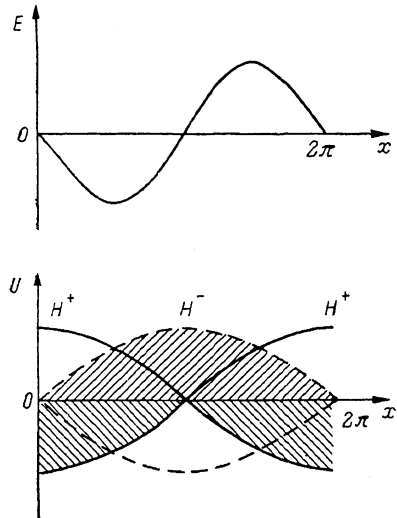
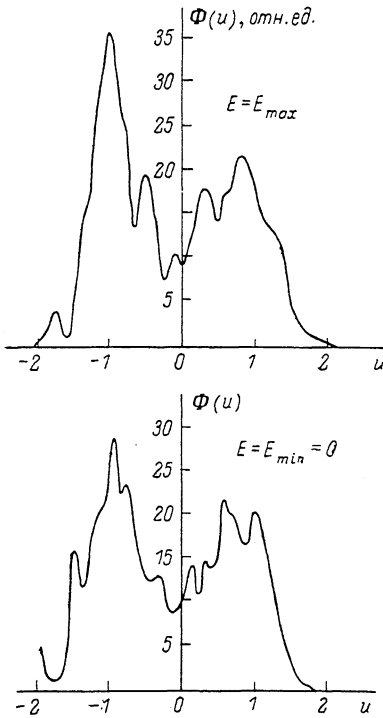


Рис. 3. Распределение частиц  $H^+$  по скоростям.

Рис. 4. Схема захвата резонансных частиц.

На стадии затухания основная гармоника поля:  $-\sin x$ . Поле образует пульсирующие потенциальные ямы для частиц  $H^+$  и  $H^-$  (рис. 4). Так как волна стоячая, резонансными являются частицы, имеющие скорость, близкую к нулевой. Функции распределения частиц по скоростям симметричны:  $\Phi_+(u) = \Phi_-(-u)$ ; поэтому обмен энергией между резонансными частицами и полем скомпенсирован.

Теоретический анализ характера затухания поля и выхода на асимптотику затруднителен. Не выполнены, например, условия применимости квазилинейной теории: функция распределения по скоростям пульсирует синхронно с полем.

В то же время достоверность результатов гарантирована сохранением точных интегралов, симметрии функций распределения и полным совпадением результатов с результатами [2] в начальной стадии процесса.

Немонотонность предельного распределения обусловлена периодичностью возмущения. Положим в уравнениях (2)  $\partial f_{\pm} / \partial t = 0$ . В самом деле, стационарным решением (2) являются  $f_{\pm} = f_{\pm} [u^2 \mp 2\varphi(x)]$ ; здесь  $\varphi$  — потенциал поля. Уравнение Пуассона

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \{f_+[u^2 - 2\varphi(x)] - f_-[u^2 + 2\varphi(x)]\} du.$$

Если для каждой из функций распределения  $(\partial f_{\pm}(z) / \partial z) z \leq 0$  (условие монотонности), то уравнение Пуассона не имеет периодических решений [3].

Если, кроме  $\partial f_{\pm}/\partial t=0$ , положить  $E=0$ , то получим  $f_+=f_-=f_a(u)=f_a(-u)$ .

Можно показать, что для ион-ионной плазмы любое предельное распределение, такое, что  $f_+(u)=f_-(u)$ , является устойчивым. Уравнения для малых возмущений  $f_1, f_2$  имеют вид

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + u \frac{\partial f_1}{\partial x} + E \frac{\partial f_a}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial f_2}{\partial t} + u \frac{\partial f_2}{\partial x} - E \frac{\partial f_a}{\partial u} = 0.$$

Отсюда следует, что суммарное возмущение  $f_1+f_2=f(x-ut, u)$  является функцией, осциллирующей в пространстве скоростей, т. е. не приводит к нарастанию поля.

4. Одномерная модель ион-ионной плазмы является предельно упрощенной, однако в ней удается проследить поведение системы вплоть до асимптотики. С другой стороны, если длина волны возмущения меньше радиуса пучка, то одномерная модель правильно отражает взаимодействие реальных пучков [2].

Интересно провести качественное сравнение нелинейного взаимодействия пучков ионов с разноименным зарядом с взаимодействием электронных пучков, движущихся на фоне неподвижных ионов, рассмотренным в [4]. Прежде всего необходимо отметить присущие обеим системам общие свойства. Таковы, например, линейная стадия процесса, образование многоскоростного распределения, «возрождение» колебаний и затухание поля. Вместе с тем способ взаимодействия ступок на стадии экспоненциального нарастания поля проявляется различно. В случае электронных пучков ступки формируются и при сближении рассыпаются без проникновения друг в друга. Выход на асимптотику в ион-ионной плазме существенно отличается от аналогичного процесса при взаимодействии электронных пучков на ионном фоне. В рассмотренном нами случае, как уже отмечалось, предельное распределение имеет «двугорбый» вид.

Авторы признательны В. М. Лобашеву за внимание к работе и обсуждения.

#### Литература

- [1] В. М. Лобашев. Тр. VII Всес. совещ. по ускорителям заряженных частиц, 2, 367. Дубна (1981).
- [2] В. С. Имшенник и др. Препринт ИПМ АН СССР, № 41 (1974).
- [3] Н. Кролл, А. Трайвеллис. Основы физики плазмы. «Мир», М. (1975).
- [4] И. М. Гельфанд и др. ЖВМиМФ, 7, 322 (1967).

Институт ядерных исследований  
АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
28 января 1982 г.  
В окончательной редакции  
23 апреля 1982 г.