Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

К. В. Шахбазян, Т. А. Тушкина, М. М. Лебединский, Вопросы декомпозиции в конвейерных вычислителях,
Зап. научн. сем. ЛОМИ, 1987, том 159, 47–55

https://www.mathnet.ru/znsl5392

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.14.85
16 декабря 2025 г., 15:43:55

К.В.Шахбазян, Т.А.Тушкина, М.М.Лебединский

ВОПРОСЫ ДЕКОМПОЗИЦИИ В КОНВЕЙЕРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЯХ

I. Постановка задачи. Цель настоящей статьи – выяснение некоторых структурных вопросов в отношении работы конвейеров в рамках [I].

Будем представлять работу конвейера в режиме полной загрузки его разверткой [2]. Возникает вопрос: каким подграфам графа развертки можно придать самостоятельный вычислительный смысл? В статье предлагаются в качестве таких подграфов (вычислительных процессов) подграфы, замкнутые в следующем смысле. Пусть вершина имеет непустое множество непосредственных предшественников. Тогда если все они принадлежат подграфу, то и сама вершина принадлежит ему и обратно. На содержательном уровне это определение означает следующее. Если в момент t в процессе готовы аргументы для некоторой операции, то в момент $t+1$ процесс обязательно вычислит её результат и обратно. Нетрудно видеть, что минимальные независимые потоки (МНП) из [I] – компоненты связности развертки – являются процессами, но не исчерпывают их.

В работе дается некоторое разложение произвольного процесса в объединение конечного числа процессов специального вида, называемых простыми. Это разложение носит более общий характер, чем разложение на МНП. Так, в случае, если граф конвейера сильно связный, а процесс – полный (работа конвейера при полной загрузке), это разложение переходит в разложение на МНП. Интерес представляет то обстоятельство, что МНП могут иметь собственные подпроцессы, среди которых могут оказаться и независимые, и подобные. Под независимостью процессов понимается отсутствие общих вершин, а подобие означает, что один из них получается из другого сдвигом по времени.

Помимо разложения в статье указаны и некоторые другие свойства этих процессов.

2. Процессы в БКВ. Пусть $G=(V,E)$ – конечный связный орграф. Его вершины будем обозначать через v, возможно с индексами и штрихами, а дуги – от v к v' – через vv'. Ниже мы будем иметь дело только с орграфами, и потому будем называть их просто графами. Сопоставим графу G другой граф $R=(V\times\mathbb{Z}, \{(vi, v'i+1) : vv'\in E\})$ – его развертку. При записи пар $vt\in V\times\mathbb{Z}$ мы пользуемся бесскобочной записью; при этом мы считаем, что арифметические операции старше операции образования пары. Для обозначения развертки других графов мы будем снаб-

жать R соответствующими индексами.

Нас будут интересовать подграфы в R, вершинно-порожденные подмножествами $M \subseteq V \times \mathbb{Z}$; их удобно (при отсутствии недоразумений) обозначать также через M. Вершины R мы будем обозначать, помимо $\mathfrak{V}\mathfrak{t}$, еще и буквой u, возможно, с индексами и штрихами.

Определим для графов некоторые операции $(\uparrow, \downarrow, \Uparrow, \Downarrow, \Updownarrow)$. Мы будем их применять к R. Пусть $\mathcal{U} = \{u_1, \ldots, u_n\}$ – множество непосредственных предшественников u. Если $\mathcal{U} \neq \emptyset$, то положим $\uparrow u = \mathcal{U}$, $\downarrow \mathcal{U} = u$. Определим далее для $\forall M \subseteq V \times \mathbb{Z}$ множества $\Uparrow M$, $\Downarrow M$, $\Updownarrow M \subseteq V \times \mathbb{Z}$ как минимальные множества, содержащие M и замкнутые относительно множеств операций соответственно: $\{\uparrow\}, \{\downarrow\}, \{\uparrow, \downarrow\}$ (под замкнутостью M относительно $\downarrow$ мы понимаем выполнение условия: если $\mathcal{U} \neq \emptyset$, то $\mathcal{U} \subset M \Rightarrow u \in M$; аналогично для $\uparrow$). Сформулируем некоторые свойства множеств $\Uparrow M$, $\Downarrow M$, $\Updownarrow M$ в следующей лемме.

ЛЕММА I. Для любого $M \subseteq V \times \mathbb{Z}$ имеет место:

I.I. Каждая вершина из $\Uparrow M$ (соответственно $\Downarrow M$, $\Updownarrow M$) может быть получена из вершин множества M за конечное число применений операций из $\{\uparrow\}$ (соответственно $\{\downarrow\}, \{\uparrow, \downarrow\}$).

I.2. Для $\forall u \in \Downarrow M \exists$ конечное $M_u \subseteq M$, такое, что любой максимальный путь в u проходит по крайней мере через одну $u' \in M_u$ (максимальный путь в u – либо бесконечный путь в u, либо путь в u, начинающийся с вершины R с нулевой степенью захода).

I.3. $\Updownarrow M = \Downarrow \Uparrow M$

I.4. $\{M : M \subseteq V \times \mathbb{Z},\ \Uparrow M = M\}$ замкнуто относительно $\cap, \cup$

I.5. $\{M : M \subseteq V \times \mathbb{Z},\ \Downarrow M = M\}$ замкнуто относительно $\cap$, может быть не замкнуто относительно $\cup$, но заведомо замкнуто относительно операции „$\Downarrow \cup$": $\Downarrow(M_1 \cup M_2)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. I.I. Рассмотрим случай $\Uparrow M$ (остальные случаи аналогичны). Положим

$$M_1 = M,\ M_i = M_{i-1} \cup \Big(\bigcup_{u \in M_{i-1}} \uparrow u\Big),\ i > 1$$

Результат следует из равенства

$$\Uparrow M = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} M_i \qquad (*)$$

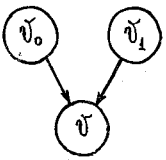
Докажем (*). Действительно, $\bigcup_{i\in N} M_i$ замкнуто по $\uparrow$ и поэтому $\bigcup_{i\in N} M_i \supseteq \Uparrow M$. По индукции устанавливаем, что $\forall i\ (\Uparrow M \supseteq M_i)$. Тем самым, $\Uparrow M \supseteq \bigcup_{i\in N} M_i$.

I.2. Прямое следствие I.I.

I.3. В силу I.I достаточно доказать, что для каждой конечной цепочки операций $\uparrow$ и $\downarrow$ существует функционально эквивалентная ей цепочка одного из трех видов: $\uparrow\ldots\uparrow$, $\downarrow\ldots\downarrow$ или $\downarrow\ldots\uparrow\ldots\uparrow$. Последнее утверждение (для смешанных цепочек) сводится индуктивно к случаю цепочки $\uparrow\downarrow$. Рассмотрим этот случай. Пусть $\uparrow u = \{u_1,\ldots,u_n\}$ и $\downarrow\{u'_1,\ldots,u'_m\} = u'$. Очевидно, что в зависимости от того $u = u'$ или нет, цепочка $\uparrow\downarrow$ равносильна цепочке $\downarrow$ или цепочке $\downarrow\uparrow$.

I.4. Очевидно.

I.5. Для доказательства возможной незамкнутости по $\bigcup$ приведем пример. Пусть G – граф на рис.I. Рассмотрим



$$M_{i,t} = \{v_i t\},\ 0 \leqslant i \leqslant 1,$$

$$M_{2,t} = M_{0,t} \cup M_{1,t}.$$

Рис.I

Тогда для каждого $t \in Z: M_{i,t} = \Downarrow M_{i,t},\ 0 \leqslant i \leqslant 1$; но $M_{2,t} \neq \Downarrow M_{2,t} = M_{2,t} \cup \{vt+1\}$. ■

Пусть G – непустой $(E \neq \emptyset)$ сильно связный граф, $\mathcal{K}$ – множество компонент в R. Приведем лемму, характеризующую некоторое свойство компонент в R.

ЛЕММА 2. Для любых v, t, K, $vt \in K$, $K \in \mathcal{K}$ существует t'' такое, что I) для $\forall t'$, $t' \leqslant t''$, $\forall v'$, $v't' \in K$: vt достижима из $v't'$, 2) $\exists v'$ такое, что vt не достижима из $v't''+1$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Определим вес маршрута α, $\overline{\alpha}$, как разность числа дуг, проходимых в α от начала дуги к ее концу, и числа дуг, проходимых в α в обратном направлении. Ввиду непустоты и сильной связности G в нем существует орцикл (ормаршрут, все вершины которого, кроме начала и конца, различны). Это означает, что множество весов всех замкнутых маршрутов в G отлично от $\{0\}$. Тогда имеет место [3,4]: I) R имеет конечное число K бесконечных компонент (в общем случае все они получаются

друг из друга сдвигом по времени); 2) K равно наибольшему общему делителю множества весов всех замкнутых маршрутов в G; 3) для $\forall \check{v}, t, t', K \in \mathcal{K}$ имеет место $\check{v}t$, $\check{v}t' \in K \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow t' \equiv t \pmod{K}$ 4) для $\forall K \in \mathcal{K}$, K – периодический граф с периодом K; точнее, если $V_t = \{\check{v} : \check{v}t \in K\}$, то для $\forall t : V_t = V_{t+K}$, причем $\{V_i : 0 \leqslant i < K\}$ – разбиение множества вершин исходного графа G.

В дальнейшем нам потребуется следующее вспомогательное утверждение: для непустого сильно связного графа наибольший общий делитель весов всех замкнутых маршрутов равен наибольшему общему делителю длин всех орциклов. Докажем его. Пусть α – ормаршрут и $|\alpha|$, число дуг в нем, > 0. Скажем, что α положителен (отрицателен), если все его дуги проходятся от начала (конца) дуги к ее концу (началу). Если α – положительный ормаршрут, то „$-\alpha$" будет, очевидно, отрицательным. Заметим, что вес любого отрицательного маршрута α можно представить как $\overline{\alpha} - \overline{\gamma} + \overline{\gamma}$, где γ – некоторый положительный ормаршрут от начальной вершины α к его конечной вершине (в силу сильной связности, это всегда возможно), а $\alpha - \gamma$ – отрицательный замкнутый ормаршрут. Отсюда следует, что вес любого замкнутого маршрута может быть представлен как линейная комбинация длин замкнутых ормаршрутов. Пусть α – произвольный замкнутый ормаршрут. Применим к нему следующую процедуру: выделим в α первый слева минимальный замкнутый подмаршрут $\gamma, |\gamma| > 0$. Это будет обязательно орцикл и $\overline{\alpha}$ будет равен сумме $\overline{\gamma}$ и веса маршрута, полученного из α удалением γ (точнее, найденного вхождения γ). Будем применять эту процедуру к остающимся маршрутам до получения маршрута из одной вершины. Учитывая предыдущее, в итоге получим, что вес любого замкнутого маршрута есть линейная комбинация длин орциклов. Отсюда, ввиду того, что орцикл – замкнутый маршрут, и следует вспомогательное утверждение. Наконец, сошлемся на следующий известный факт. Если $A = (a_1, \ldots, a_n)$ – список чисел из $\mathbb{N}$, то $\exists m_A \in \mathbb{N}$ такое, что уравнение $\sum a_i x_i = m \cdot \text{НОДА}$ разрешимо в $\mathbb{N}$ для $\forall m \geqslant m_A$.

Перейдем к собственно доказательству леммы. Ввиду сильной связности G для $\forall \check{v}'$ существует положительный ормаршрут из $\check{v}'$ в $\check{v}$ в G, содержащий все вершины G. Поэтому мы можем вставлять в этот маршрут любые положительные орциклы (в любом количестве). Учитывая все приведенные выше утверждения, мы убеждаемся в следующем. Вершина $\check{v}t$ оказывается достижимой из всех вершин из $\{\check{v}'t - l_{\check{v}'} - m \cdot K : m \geqslant 0, \check{v}' \in V, l_{\check{v}'} > 0\}$ при достаточно больших $l_{\check{v}'}$. Пусть теперь $L = \max\{l_{\check{v}'} : \check{v}' \in V\}$. То-

где $\check{v}t$ достижима и из всех вершин из (*): $\{\check{v}'t - L - i_{\check{v}'} - m\kappa : 0 \leq i_{\check{v}'} < \kappa,\ l_{\check{v}'} \equiv L + i_{\check{v}'}(\kappa),\ \check{v}' \in V\}$. Эквивалентность $i_{\check{v}'} = i_{\check{v}''}$ задает то же разбиение на V, что и разбиение, задаваемое K. Найдя L' – минимальное L, при котором $\check{v}t$ достижима из всех вершин из (*), будем иметь искомое $t'' = t - L'$. ■

Пусть $u, u' \in R$. Отношение достижимости в R, т.е. существование в R орпути от u к u' (ормаршрута, все вершины которого различны), будем записывать как $u \Delta u'$. Пусть B – сильная компонента связности (далее – бикомпонента) графа G. Отношение связности в R_B (развертке B), т.е. существование в R_B маршрута от $\check{v}t$ к $\check{v}'t'$, будем записывать как $\check{v}t \underset{B}{\sim} \check{v}'t'$; классы этого отношения – компоненты связности (далее – просто компоненты) R_B. Компоненты будем обозначать через W или W_B, если нужно подчеркнуть, что это компонента R_B.

Пусть $C_{Bu} = \bigcup\limits_{\exists u', u'' \in W_B,\ u' \Delta u} W_B$, если u достижима из R_B, иначе $C_{Bu} = \emptyset$. Тогда стволом вершины u мы будем называть $C_u = \bigcup\limits_{E_B \neq \emptyset} C_{Bu}$. Через $\mathfrak{б}_M$ будем обозначать $\{C_u : u \in M\}$, а через $\sum_M$ – множество максимальных по включению элементов $\mathfrak{б}_M$.

Положим

$$M_{=t} = \{\check{v}t : \check{v}t \in M\} \quad (\ t - \text{срез } M\ ),$$

$$M^n = \{\check{v}t + n : \check{v}t \in M\} \quad (\ n - \text{сдвиг } M\ ).$$

Будем говорить, что I) M, M' подобны, если $\exists n$ такое, что $M' = M^n$; 2) M – периодическое множество, если $\exists n$, $n \geqslant 1$ такое, что $M = M^n$; наименьшее такое n – период M, обозначаемый через $\mathfrak{T}_M$.

Приведем в лемме 3 некоторые свойства стволов.

ЛЕММА 3.I.I) Для $\forall \check{v}, t, t'$ $C_{\check{v}t'} = C_{\check{v}t}^{t'-t}$, I.2) для $\forall u, B, E_B \neq \emptyset$: C_{Bu}, C_u – периодические графы и $\mathfrak{T}_{C_u} = \text{НОК}\{\mathfrak{T}_{C_{Bu}}$: из R_B достижима u (в R)$\}$ 2) для $\forall M \subseteq V \times \mathbb{Z}, \forall u \in \Downarrow M$ существует конечное $M_u \subseteq M$ такое, что

$$C_u = \bigcup_{u' \in M_u} C_{u'}.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пункт I.I следует из того, что I) сдвиг сохраняет отношение достижимости, 2) для $\forall B$ компоненты R_B получаются друг из друга сдвигом по времени (лемма 2). Пункт I.2 следует из того, что I) W_B при $E_B \neq \emptyset$ – периодический граф с периодом K_B – числом компонент в R_B; 2) если $B \neq B'$, то $V_B \cap V_{B'} = \emptyset$. Заметим только, что если $I_{\check{v}M} = \{t : \check{v}t \in M\}$, то

для $\forall \mathfrak{v}, \mathfrak{v}'$, $B, \mathfrak{v}, \mathfrak{v}' \in V_B$ и для любой вершины u, достижимой из R_B: $I_{\mathfrak{v} W_B}$ - класс вычетов по модулю K_B, а $I_{\mathfrak{v} C_{Bu}}$ - объединение таких классов, причем $I_{\mathfrak{v} C_{Bu}}, I_{\mathfrak{v}' C_{Bu}}$ отличаются лишь сдвигом. Но это объединение может оказаться объединением по меньшему модулю, поэтому $\pi_{C_{Bu}}$, $K_B : \pi_{C_{Bu}}$ - наименьший такой модуль, может оказаться собственным делителем K_B. Докажем п.2. Берем M_u из леммы I.2. Достаточно показать, что если $u', B, E_B \neq \emptyset$ таковы, что $u' \triangle u$, $u' \in \Downarrow M$, $u' \notin M$, $u' \in W_B$, то $\exists u'' \in W_B$, $u'' \in M_u$ В силу сильной связности B, в B существует бесконечный путь в u'. Это значит, что существует бесконечный путь в u, содержащий u' и такой, что все его вершины, предшествующие u', лежат в B. Отсюда и из леммы I.2 следует искомое.

СЛЕДСТВИЕ. Для $\forall \mathfrak{v}$ $\mathfrak{б}_{\{\mathfrak{v}\} \times Z}$ - конечно (п.I.2), и потому для $\forall M$ $\mathfrak{б}_M$ - конечно. ■

Множество $M \subseteq R$ назовем процессом в графе G, если $\Updownarrow M = M$. Процессы будем обозначать буквой Π, возможно с индексами и штрихами. Пусть Π, Π' - процессы. Если $\Pi' \subseteq \Pi$, то Π' - подпроцесс процесса Π.

Процесс Π, для которого $\mathfrak{б}_\Pi$ имеет наибольший по включению элемент, назовем простым процессом, а наибольший ствол назовем главным стволом. Этот ствол будем обозначать через C_Π.

ЛЕММА 4. 4.I. Для любого $u \in R$ множество $\Updownarrow \{u\}$ есть простой процесс с главным стволом C_u (лемма 3, п.2).

4.2. Отображение множества простых процессов в множество стволов графа R, задаваемое соответствием $\Pi \longrightarrow C_\Pi$ таково, что оно

а) является отображением "на" (4.I)

б) сохраняет отношение $\subseteq$, т.е. для любых простых процессов Π и Π' из $\Pi \subseteq \Pi'$ следует $C_\Pi \subseteq C_{\Pi'}$ (обратное противоречило бы простоте Π').

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Для доказательства достаточно замечаний, приведенных в скобках в конце пунктов.

В следующих ниже утверждениях I-4 приводятся некоторые свойства процессов. В частности, в утверждении 3 произвольный процесс разлагается в объединение максимальных простых подпроцессов, а в утверждении 4 для сильно связного графа указываются все его процессы.

УТВЕРЖДЕНИЕ I. I.I. Множество всех подпроцессов любого процесса Π в графе G образует решетку по операциям $\cap$ и $\Downarrow \cup$ и притом с O (пустой процесс $\emptyset$) и I (процесс Π).

I.2. Существует такой процесс Π, что множество его простых подпроцессов не образует решетку по тем же операциям.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Доказательство I.I. сводится к простой проверке условий, налагаемых на операции решетки. При проверке надо иметь ввиду два обстоятельства:

I) множество всех подпроцессов любого процесса замкнуто по операциям $\cap$, $\Downarrow\cup$ (**лемма** I, п.3,4,5), 2) для любых множеств $M_0, M_1, M_2 (\subseteq R)$ имеем:

$$\Downarrow(M_0 \cup \Downarrow(M_1 \cup M_2)) = \Downarrow(M_0 \cup M_1 \cup M_2).$$

Для доказательства утверждения I.2 достаточно привести пример незамкнутости множества простых подпроцессов по $\Downarrow\cup$. Пусть G – граф, изображенный на рис.2. Тогда процессы

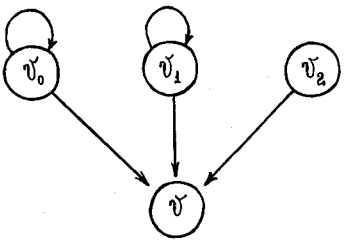


Рис.2

$\Pi_i = \{v_i\} \times \mathbb{Z}$, $0 \leqslant i \leqslant 1$ – простые, но $\Pi_2 = \Downarrow(\bigcup_{0\leqslant i\leqslant 1} \Pi_i) = \bigcup_{0\leqslant i\leqslant 1} \Pi_i$ – не простой. ■

Пусть $C \in \mathfrak{б}_R$, т.е. C – произвольный ствол в R. Определим множества $M_C = \{\Pi : \Pi$ –простой процесс, $C_\Pi \subseteq C\}$, $P_C = \bigcup_{\Pi' \in M_C} \Pi'$ **и для любого процесса** $\Pi, \Pi \neq \emptyset$, **иножество** $\mathfrak{M}_\Pi = \{P_C \cap \Pi : C \in \Sigma_\Pi\}$.

УТВЕРЖДЕНИЕ 2. I) P_C – наибольший по включению элемент M_C с главным стволом C; 2) P_C, $C \in \Sigma_R$ – максимальный простой процесс; 3) $P_C \cap \Pi$, $\Pi \neq \emptyset, C \in \Sigma_\Pi$ – максимальный простой подпроцесс в Π; его ствол – C.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. I) Докажем, что P_C – процесс. Очевидно, что $\Downarrow P_C$ – процесс. С другой стороны, пусть $u \in \Downarrow P_C$. По 3.2 имеем $C_u \subseteq \bigcup_{u' \in P_C} C_{u'} \subseteq C$. По 4.I $\Updownarrow \{u\} \in M_C$, откуда $u \in P_C$. Следовательно, $\Downarrow P_C = P_C$ и P_C – процесс. Пусть u' таково, что $C_{u'} = C$. По аналогии с предыдущим, $u' \in P_C$. Значит, $C \in \mathfrak{б}_{P_C}$, $P_C \in M_C$ и P_C – наибольший.

2) Противное, ввиду 4.2,б, противоречило бы максимальности C и пункту I.

3) Нетрудно убедиться, что $P_C \cap \Pi, \Pi \neq \emptyset$ – простой подпроцесс Π с главным стволом C ; остальное аналогично пункту 2).

УТВЕРЖДЕНИЕ 3. Для любого процесса Π , $\Pi \neq \emptyset$, в графе G имеет место разложение

$$\Pi = \bigcup_{\Pi' \in \mathfrak{M}_\Pi} \Pi'.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Включение $\bigcup_{\Pi' \in \mathfrak{M}_\Pi} \Pi' \subset \Pi$ очевидно. Пусть $u \in \Pi$. Тогда $\Updownarrow \{u\}$ – простой процесс с главным стволом C_u (4.I). По следствию леммы 3 $\mathfrak{б}_\Pi$ – конечно и потому $\exists C \in \Sigma_\Pi$ такой, что $C_u \subseteq C$. По определению P_C , $u \in P_C \cap \Pi$. Тем самым, $u \in \bigcup_{\Pi' \in \mathfrak{M}_\Pi} \Pi'$. ■

Пусть G – непустой $(E \neq \emptyset)$ сильно связный граф, $\mathfrak{K}$ – множество компонент в R .

УТВЕРЖДЕНИЕ 4.

I) Для $\forall \check{v}, t, K$, $\check{v}t \in K$, $K \in \mathfrak{K}$ имеем

I.I) $C_{\check{v}t} = K$, I.2) $\Updownarrow_R \{\check{v}t\} = K$, т.е. любой процесс в G содержит компоненту в R лишь целиком.

2) Множество стволов в G совпадает с множеством простых процессов в G и совпадает с $\mathfrak{K}$.

3) Множество процессов в G совпадает с

$$\mathfrak{B}(\mathfrak{K}) = \{\mathfrak{K}' : \mathfrak{K}' \subseteq \mathfrak{K}\}.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пункт I.I следует из того, что K – компонента связности и из нее не достижима никакая другая компонента графа R . Разберем п.I.2. Обозначим $\Uparrow \{\check{v}t\}$ через α . Из леммы 2 и того, что K – компонента связности, следует, что для всех достаточно далеких влево $t', t' \leqslant t$ имеем $\alpha_{=t'} = K_{=t'}$. Ввиду отсутствия входов в G имеем $K_{=t'+1} = (\Downarrow K_{=t'})_{=t'+1}$. По индукции получаем, что $\Downarrow \alpha = \Updownarrow \{\check{v}t\} = K$. Если $\check{v}t \in \Pi$, то $\Updownarrow \{\check{v}t\} \subseteq \Pi$. Поэтому из $\Downarrow \alpha = K$ следует, что любой процесс может содержать компоненту лишь целиком. Отсюда следует пункт 3. Из пунктов I.I и 3 следует пункт 2. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. Воеводин В.В. Математическая модель конвейерных вычислений. - Препринт № 42. ОВМ АН СССР, М., 1982, 34 с.
2. Тыртышников Е.Е. О конвейерных вычислениях. - В кн.: Архитектура ЭВМ и численные методы. ОВМ АН СССР, М., 1983, с.4-10.
3. Воеводин В.В. Математические модели в параллельных процессах. М., 1986.
4. Шахбазян К.В., Тушкина Т.А., Лебединский М.М. Остовной алгоритм построения потоков в БКВ. - Настоящий сборник, с.40-46.