

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

I. R. Shafarevich, Mathematical Reasoning versus Nature, *Math. Ed.*, 1998, Issue 2, 67–74

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.85

March 17, 2025, 10:50:05



Математическое мышление и природа

И. Р. Шафаревич

Этот доклад был прочитан на собрании Японского Математического общества 28 сентября 1993 г. и впервые опубликован в "Commentarii mathematici universitatis" Sancti Pauli vol. 43, №1, 1994 на английском языке.

Для меня большая честь - представлять этот доклад вниманию Вашего Общества. Я сердечно благодарен за предложение прочесть его.

Вопрос, который я собираюсь обсудить, можно коротко сформулировать в виде следующих четырех предложений.

1) Человечество переживает сейчас всеобъемлющий экологический кризис. Все слышали о нем и его возможных последствиях. Исчезновение многих видов животных; уничтожение лесов, которыми дышит Планета; потепление атмосферы, которое превратит за 30 или 50 лет многие сейчас плодородные земли в пустыни и вызывающее таяние арктических льдов, так что океан может затопить многие страны: накопление радиоактивных отходов, которые будут продолжать оставаться радиоактивными еще тысячи и десятки тысяч лет, и т.д. и т.д. - все это представляет реальную угрозу живой части природы - и человеку в том числе.

2) Этот кризис не является результатом какой-то случайной, легко исправимой ошибки. Напротив, он является логическим следствием развития некоторой, очень, специфической цивилизации, распространившейся сейчас на весь мир. Она называется Технологической Цивилизацией, так как основывается на максимальном использовании техники во всех областях человеческой деятельности. Техника всегда считается более надежной и эффективной, чем Природа, и всюду вытесняет Природу, если это только возможно. Один социолог описал эту цивилизацию как попытку человека уничтожить природу, заменив ее искусственной природой - техникой.

3) Идеологической основой Технологической Цивилизации является Научная Идеология или Сциентизм. Она основана на вере в существование небольшого числа точно формулируемых законов природы; на их основе все в Природе предсказуемо и манипулируемо. Космос рассматривается как гигантская машина, которой можно управлять, если известен принцип ее функционирования. Эта научная идеология часто играет роль религии Технологической Цивилизации (как заметил еще Э.Мэх).

4) Основная догма научной идеологии - это вера в математизацию. Она утверждает, что все (или, по крайней мере, все существенное) в Природе может быть измерено, превращено в числа (или другие математические объекты) и что путем совершения над ними различных математических манипуляций можно предсказать и подчинить своей воле все явления Природы и Общества. Кант говорил, что каждая область знания является наукой настолько, насколько в ней содержится

математика. Пуанкаре писал, что окончательная, идеальная фаза развития любой научной концепции это ее математизация. В некотором смысле можно сказать, что мы живем в Математической Цивилизации - и, может быть, умираем вместе с нею. Ввиду сказанного выше математику естественно проявить интерес к этим взаимосвязанным явлениям.

Научная идеология имеет сейчас уже длинную историю. Еще Галлилей говорил, что "книга науки написана на языке геометрии" (геометрией тогда называли математику). Приблизительно к то же время (1605) Кеплер писал в письме своему другу: "Моя цель - показать, что небесную машину нужно сравнивать не с божественным организмом, а с часовым механизмом". Декарт сравнивал животное с машиной, а столетие спустя Ламметри с книге "Человек- машина" распространил этот принцип и на человека.

Однако, лишь ко времена Ньютона механическая концепция мира полностью покорила себе умы. Ньютон и его последователи называли его теорию "Системой Мира". Она вдохновляла не только его современников, но и многие следующие поколения. Казалось, что можно развить полную картину Природы на, основе небольшого числа законов, из которых все остальное может быть дедуцировано при помощи решения дифференциальных уравнений, разложения функций в степенные ряды и других математических процедур.

Но больше всех зачарован этой картиной был сам Ньютон. Не случайно свое главное сочинение он назвал "Математические начала натуральной философии". В конце его он прокламирует применимость тех же принципов к живым существам, чтобы и эта часть природы была включена в его "Систему Мира". Он пишет: "Теперь следовало бы кое-что добавить о некотором тончайшем эфире, проникающем все сплошные тела и в них содержащемся, коего силою (...) возбуждается всякое чувствование, заставляющее члены животных двигаться по желанию, передаваясь именно колебаниями этого эфира черта тончайшие нити нервов от внешних органов чувств мозгу и от мозга мускулам. Но это не может быть изложено кратко, к тому же нет и достаточного запаса опытов, коими законы действия этого эфира были бы точно определены и показаны". Очевидно, Ньютон имеет в виду механическую теорию эфира и дает понять, что лишь недостаток места и неполнота экспериментальной базы мешают ему развить механическую теорию функционирования тел животных на базе теории эфира.

В то же время стали слышны и встревоженные голоса. Задавались вопросом: остается ли к этой Механической Системе Мира место для Бога? Можно было бы даже спросить - для чего-либо живого? Вселенная выглядела как гигантская машина, функционирующая исключительно на основе механических законов. И опять, наиболее встревожен был сам Ньютон, религиозные убеждения Ньютона и до сих пор остаются несколько загадочными. Но несомненно, он был глубоко религиозном человеком. Бесспорно, противоречие между его Механической Системой Мира и его религиозными чувствами было для него очень болезненным. Он ясно выразил это в своей переписке. Когда ему было около 50 лет Ньютон пережил тяжелый нервный кризис, некоторые исследователи говорят даже о психическом заболевании. Он не мог спать по несколько дней и ночей подряд. Его память была спутанной. Он

переживал глубокую депрессию. А. Н. Лапин обратил внимание на сходство этих симптомов с симптомами кризиса, пережитого Толстым примерно в том же возрасте. Есть основания считать, что в обоих случаях мы имеем дело с кризисом мировоззрения.

Как бы то ни было, в более поздних публикациях Ньютона мы встречаем очень интересные новые идеи. Например, во втором издании “Начал” появилось знаменитое “Общее поучение”, в котором мы находим такие высказывания: “Шесть главных планет обращаются вокруг Солнца приблизительно по кругам, концентрическим с Солнцем, по тому же направлению и приблизительно в той же плоскости. Десять лун обращаются вокруг Земли, Юпитера и Сатурна по концентрическим кругам, по одному направлению в плоскости орбит самих планет. Невозможно представить, что все эти правильные движения имеют началом механические причины, ибо кометы носятся во всех областях неба по весьма эксцентрическим орбитам. Вследствие движений такого рода кометы проходят через орбиты планет весьма быстро и легко, в своих же афелиях, где они движутся медленнее и остаются дольше, они весьма далеко отстоят друг от друга и весьма мало притягивают друг друга. Такое изящнейшее соединение Солнца, планет и комет не могло произойти иначе, как по намерению и по власти могущественного и премудрого существа”. (Здесь Ньютон явно имеет в виду очень специальное взаиморасположение планет, обеспечивающее устойчивость солнечной системы, так что одни планеты не падают на Солнце, а другие не уносятся в пространство.)

В “Оптике” Ньютон формулирует “вопросы” или “сомнения” (Queries), например, “Вопрос 23” (о механическом принципе): “На основании только этого принципа в мире никогда не было бы движения. Какой-то другой принцип был необходим, чтобы привести тела в движение, а сейчас, когда они движутся, необходим другой принцип для сохранения их движения”. В неопубликованном “Вопросе”, подготовленном для одного из изданий “Оптики”, читаем: “если Вы думаете, что эта живая сила достаточна для сохранения движения, прошу указать мне эксперименты; из которых Вы делаете эти выводы. Знаете ли Вы из экспериментов, что биение сердца не придает дополнительного движения крови? и т.д. Если да, сообщите Ваши эксперименты, если нет - Ваши суждения ненадежны. Рассуждения, не основанные на экспериментах, весьма обманчивы”. Очевидно, весь дух и буква этих утверждений противоречит тому, о чем можно прочесть в конце “Начал”: здесь выражается сомнение в возможности объяснить деятельность, живого организма при помощи “механического принципа”. Этот принцип и считается применимым лишь к неживой природе, - и даже здесь с очень значительными ограничениями. Конечно, всегда остается трудный вопрос о границе между живой и неживой природой. Здесь тоже мы встречаемся с очень оригинальными взглядами Ньютона. В неопубликованном отрывке под заглавием “О не связанных с памятью законах природы” он пишет: “Земля напоминает - громадное животное или скорее неодушевленное растение, вдыхающее эфир, подкрепляясь им ежедневно и выделяющее его мощным выдохом. И аналогично другим живым существам должна иметь свое время начала, молодости, старости и гибели”.

Ньютон был в высшей степени неодноплановым мыслителем. Его научные идеи

и религиозные убеждения, видимо, не согласовывались: во всяком случае, в одном и том же его произведении можно найти противоречащие друг другу точки зрения. Но совершенно независимо от его внутреннего конфликта, его “Механическая Система Мира” оказала грандиозное влияние. Совершенно справедливо Ван дер Варден считает Ньютона, а не какого-либо короля или политического деятеля “самой значительной исторической фигурой XVII века”.

Не кто иной, как Вольтер, положил начало культу Ньютона во Франции, используя его авторитет как орудие в борьбе с Церковью. Однако кульминация научной идеологии и культа Ньютона связана со школой Сен-Симона. В первой четверти XIX века Сен-Симон создал социалистическую систему, впоследствии оказавшую большое влияние на Маркса и Энгельса. Создатель философии позитивизма О. Конт был последователем и одно время секретарем Сен-Симона. Немецкий поэт Г. Гейне был страстным сен-симонистом.

Основой сен-симонизма была научная идеология. Вот несколько высказываний ведущих деятелей сен-симонизма. “Законы, управляющие человеческим обществом, столь же точны, как и те, которые управляют падением камня”. “Искусство и наука должны быть созданы с математической точностью, как учат рассчитывать мосты в Школе”. (Имеется виду Норманская Школа в Париже.) Сен-Симон предлагал учредить поклонение Ньютону в особых храмах. Согласно его идее, общество должно управляться “Великим Ньютоном Советом”, состоящим из лучших математиков, физиков, химиков и физиологов мира. В качестве председателя они должны избрать математика. Все провинции управляются “Малыми Ньютоном Советами”. Интересно, что среди ближайших последователей Сен-Симона были не только будущие революционеры и социалисты, но некоторые из самых преуспевших финансистов, впоследствии основавших крупнейшие французские банки и сети железных дорог. Так что во всех отношениях сен-симонизм повлиял как на развитие социалистических учений, так и современного капитализма.

Эта смесь сциентизма с техницизмом определяет и дух современной идеологии технической цивилизации. Великий биолог XX века Конрад Лоренц писал: “Категория морали применима к некоторому действию только, если оно направлено на нечто живое. Современный человек имеет дело главным образом с искусственными объектами. В результате он отучается оценивать свои действия с точки зрения морали и судит о них лишь с точки зрения эффективности. Поэтому встречаясь с чем-то живым, он его быстро уничтожает”. Современный социолог С. Рамо предлагает: “Сейчас мы должны планировать сосуществование с машинами. Мы становимся партнерами. Машины нуждаются для оптимального функционирования в некотором типе общества. Мы тоже имеем свои предпочтения. Но мы нуждаемся в том, что может дать машина и поэтому должны идти на компромисс. Мы должны так изменить законы общества, чтобы мы были совместимы”. Согласно принципам идеологии Технологической Цивилизации, все жизненные явления, которые не функционируют согласно “оптимальным правилам” машин, т.е. не могут быть механизированы, считаются ненадежными и неважными. Более того, они постепенно вытесняются. Людвиг фон Бартаманфи пишет: “Это (быть может, исключая атомную бомбу) является величайшим открытием нашего века: возможность редуциро-

вать человека к автомату, “покупающему” все - от зубной пасты и Битлсов, до президентов, атомной войны и самоуничтожения”. Установка, рассматривающая любую деятельность человека как чисто технологическую, разрешает нам разрушать леса, губить китов, планировать и осуществлять социологические эксперименты в масштабе целых стран. Современный социолог Мак Лейш говорит: “После Хиросимы стало ясным, что наука лояльна не по отношению к человечеству, но к истине - ее собственной истине - что закон науки не есть закон блага - но закон возможного. Что для науки возможно, то она и должна сделать”.

Основная догма научной идеологии - это вера в то, что все измеримо, все может быть выражено в числах, переведено на язык математики.

Эта вера содержится уже в призыве Галилея: “Измерить все, что измеримо, и сделать измеримым то, что неизмеримо”. Особенно интересна вторая часть этой программы: как нам быть с любовью, состраданием, мужеством, нежностью? Очевидно, всем этим сторонам жизни нет места в математизированной концепции мира. В научной идеологии математизация играет ту же роль, что стандартизации в технике. Простейший путь, применения математики - это счет. Но считать можно только однородные объекты. Пусть нам даны, скажем: яблоко, цветок, собака, дом, солдат, девушка, луна. Мы можем сосчитать их и сказать, что их 7 - но 7 чего? Единственный ответ - 7 предметов. Различия между собакой и луной, между яблоком и солдатом - исчезают: они все потеряли свою индивидуальность и превратились, в лишённые признаков “предметы”. Счет убивает индивидуальность. Это самый примитивный пример, но во всех случаях присутствует тот же принцип. Другая особенность математики, очень существенная для научной идеологии - это ее способность трансформировать решение глубоких проблем в стандартизированные логические схемы. Например, квадрирование параболы или спирали в античности было проблемой, требующей усилий такого гениального математика как Архимед, основывалось на красивом арифметическом тождестве. Сейчас школьник старших классов может стандартным приемом вычислить $\int x^n dx$ при любом n . Более того, такое вычисление легко совершает компьютер. Возникает чувство, что вся математика может быть сведена к работе грандиозного компьютера.

Но большинство математиков несомненно согласится с тем, что их работа в принципе отличается от работы компьютера. Этот вопрос был предметом интересной дискуссии между Пуанкаре и Гильбертом в начале нашего века. Та же проблема ставилась тогда иначе: формализуема ли математика? Ответ Гильберта был: “да” - и на этом пути он надеялся получить доказательство непротиворечивости арифметики. Пуанкаре не соглашался с ним. Позже теорема неполноты Геделя по-видимому, решила вопрос в пользу Пуанкаре. Пуанкаре подчеркивает роль интуиции в математическом рассуждении. Он говорит, что математическое рассуждение имеет “род творческой силы” и тем отличается от цепи силлогизмов. Особенно он выделяет математическую индукцию; которая, по его словам, “содержит бесконечное число силлогизмов, как бы сжатое в одной формуле”. Когда он говорит, что математик в принципе отличается от шахматиста, что он не может быть заменен никаким механическим устройством, то кажется, что ему лишь не

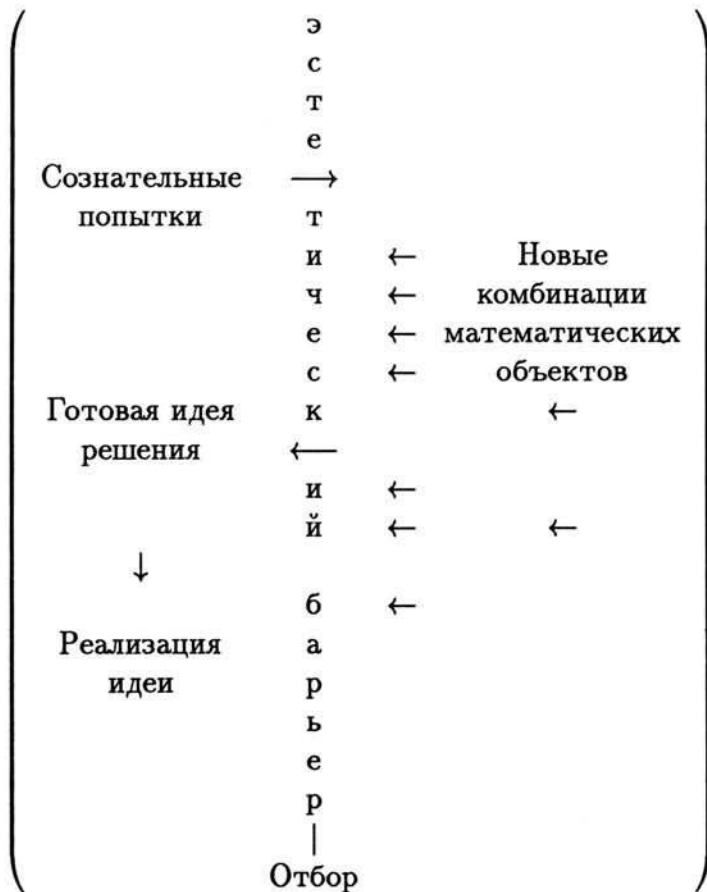
хватало нужного термина, чтобы сформулировать свою мысль короче: “математик не может быть заменен компьютером”.

Особенно интересны взгляды Пуанкаре на роль эстетического чувства в математическом творчестве. Он говорит, что математическое открытие приносит чувство наслаждения, оно привлекательно как раз ввиду содержащегося в нем эстетического элемента. Коли бы математика была лишь собранием силлогизмов она была бы доступна всем - для этого была бы нужна лишь хорошая память. Но известно, что большинству людей математика дается с трудом. Пуанкаре видит причину в том, что силлогизмы складываются в математике в “структуру”, обладающую красотой. Чтобы понимать, математику, надо “увидеть” эту красоту, а это требует эстетических способностей, которыми не все обладают.

Пуанкаре предлагает очень интересную схему математического творчества. Он связывает его с делением человеческой психики на сознательную и бессознательную части (см. рисунок). Процесс начинается с сознательных усилий, направленных на решение некоторой проблемы. Эти усилия повышают активность бессознательной части психики. Там появляется множество новых комбинаций математических объектов - как бы возможных фрагментов решения. Они появляются в громадном количестве и с колоссальной скоростью. Сейчас мы могли бы сравнить эту фазу с работой грандиозного компьютера.

Сознательная психика

Бессознательная психика



Но подавляющая часть этих комбинаций бесполезна для решения проблем. Они не достигают сознания, только очень небольшая их часть рассматривается сознанием. Чтобы достигнуть сознания, они проходят отбор, основанный на эстетическом принципе. Некий эстетический барьер позволяет лишь, очень небольшому их числу проникнуть в сознание. Они появляются там как готовая идея решения, причем это сопровождается очень сильным субъективным чувством уверенности в правильности идеи. Дальше остается лишь техническая работа по осуществлению найденной идеи.

Эта схема очевидно напоминает картину эволюции, основанную на мутациях и естественном отборе, и, вероятно, возникла под ее влиянием. Гораздо позже, видимо, не зная об идеях Пуанкаре, Конрад Лоренц высказал аналогичные мысли. Он рассматривает жизнь как “процесс обучения”, “познавательный процесс”. Он подчеркивает черты, общие обоим явлениям - мышлению и эволюции - такие, как “творческое озарение”, “творческий акт”, когда после долгих поисков “почти мгновенно” возникает новая идея или новый вид. Но можно эту аналогию обратить и взглянуть на эволюцию как на результат деятельности некоего гигантского интеллекта или души Природы. Концепция “*anima mundi*” (души Природы) возникала в различных философских и мистических учениях: у Платона, в христианстве. Когда в молодости я читал работы Пуанкаре, мне пришла в голову мысль об эволюции как процессе мышления и показалась очень привлекательной. Только много позже я узнал, что еще до Дарвина знаменитый естествоиспытатель Д.Агассиз рассматривал эволюцию как “мышление Бога”. Но если продолжить эту аналогию, то насколько красивее окажется точка зрения Пуанкаре сравнительно с принятой сейчас концепцией! Решающим фактором в эволюции оказывается не “борьба за существование”, а эстетический критерий. Тогда становится понятным, почему Природа порождает не только прекрасные растения и животные, но и решения проблемы адаптации видов, которые по красоте не уступают самым совершенным научным теориям.

Но профессиональным математикам вряд ли нужны какие-либо аргументы в пользу важности эстетического элемента в математике: в разговорах математика в все время можно услышать: “изящное доказательство”, “прекрасная статья” ... Каждый математик знает, что в его работе эстетическое чувство не только дает удовлетворение, помогающее ему и облегчающие, необходимые усилия, но и является рабочим средством, не менее важным, чем чисто логическое рассуждение. Он не будят следовать некоторой линии мыслей, так как она приводит к несимметричным, некрасивым формулам и он будет верить в некоторую гипотезу и не пожалеет сил для ее доказательства только потому, что она очень красива. С этой точки зрения математика играет противоположную анти-технологическую роль. Мы видим, как под воздействием технологической цивилизации красота все больше исчезает из нашей жизни: из живописи и музыки, из архитектуры наших городов и из окружающей нас Природы: в виде прекрасных бабочек, цветов и птиц. Математика (вместе с математической физикой) остается почти единственным островом, в котором это загадочное явление сохраняется в полной силе. Иисус спросил: “Что есть истина?” Явление красоты не менее загадочно. Очевидно, что это - одна из

фундаментальных форм взаимодействия с внешним миром, столь же существенная для большинства живых существ, как феномен истины и морали - для человека.

Один мой друг, геолог, высказал следующую мысль. Многие виды гибли из-за гипертрофированного развития признаков, первоначально очень полезных для их выживания. Например, громадная броня гигантских третичных ящеров. Для *Nothosaurus* эту роль может сыграть его интеллект: способность к холодному, рациональному мышлению, не ограниченному моралью или жалостью. Математика несомненно как-то связана со способностью к такому алгоритмическому, машинообразному мышлению. С другой стороны, она глубоко связана с эстетическим чувством, которое способно служить противовесом для этой тенденции. И математик имеет свободу выбора принять участие в том или другом направлении развития человечества.