

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. П. Лихачев, С. А. Медин, Сверхзвуковое течение анизотропно проводящего газа в плоском МГД-канале диагонального типа, *ТВТ*, 1981, том 19, выпуск 5, 1067–1077

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.81

8 февраля 2025 г., 03:32:16



УДК 538.4:533.95:621.362

СВЕРХЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ АНИЗОТРОПНО ПРОВОДЯЩЕГО  
ГАЗА В ПЛОСКОМ МГД-КАНАЛЕ ДИАГОНАЛЬНОГО ТИПА*Лихачев А. П., Медин С. А.*

Проведено численное исследование сверхзвуковых плоских течений невязкого нетеплопроводного газа в каналах МГД-генератора диагонального типа ( $Re_m \ll 1$ ). Определены поля электрических и газодинамических параметров, проанализированы двумерные эффекты в концевых областях канала и зоне с постоянным магнитным полем. Рассмотрено влияние режима нагружения (тока во внешней цепи), угла коммутации короткозамкнутых идеально секционированных электродов и параметра Холла на интегральные характеристики генератора. Проведено сравнение результатов двумерных и одномерных расчетов.

Диагональная схема соединения электродов в канале МГДГ весьма перспективна благодаря известному преимуществу — малому числу электрических нагрузок при сравнительно высокой степени секционирования электродов. Теоретические исследования течений в каналах диагонального типа основывались на квазиодномерных моделях [1–3], а расчеты плоских электрических полей проводились при фиксированном поле газодинамических параметров [4–6]. Для получения более полной информации о пространственных эффектах в канале необходимо учитывать взаимное влияние электромагнитного и гидродинамических полей.

В работах [7–9] рассматривались плоские сверхзвуковые МГД-течения анизотропно проводящего идеального газа в фарадеевских каналах со сплошными и идеально секционированными электродами. Как показано в этих работах, наличие продольного тока и концевых эффектов при реальных значениях параметров МГД-взаимодействия приводит к существенным неоднородностям газодинамических параметров, проводимости и параметра Холла в поперечном сечении канала. Сравнение результатов двумерных и одномерных расчетов показывает влияние гидродинамических неоднородностей на распределение электрического поля и интегральные характеристики генератора [9].

Данная работа посвящена численному анализу сверхзвукового плоского течения невязкого нетеплопроводного газа в канале диагонального типа при взаимном влиянии электромагнитного и гидродинамических полей. Анализ проводится с учетом зависимости проводимости газа и параметра Холла от параметров потока. Предполагается, что индуцированным магнитным полем можно пренебречь ( $Re_m \ll 1$ ).

1. Рассмотрим плоский канал постоянной высоты  $h$  с фиксированным углом соединения  $\alpha$  идеально секционированных короткозамкнутых электродов. К секционированным участкам канала  $BC$  и  $GF$  примыкают на входе и выходе короткозамкнутые пары сплошных электродов  $AB$ ,  $GH$  и  $CD$ ,  $FE$ , используемые для съема тока во внешнюю цепь (рис. 1). Канал расположен в поперечном магнитном поле  $B = \{0, 0, B(x)\}$ , постоянном на участке  $x_2x_3$  и спадающем вне его по закону  $\exp(-2x'/h)$ , где  $x'$  — расстояние до соответствующего конца участка  $x_2x_3$ . Величина участка  $x_2x_3$  под-

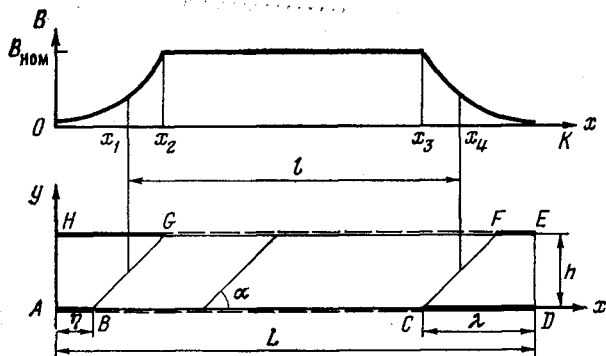


Рис. 1. Схема канала и распределение магнитного поля  $B$

биралась таким образом, чтобы  $B(x_1) = B(x_4) \approx 0,4 B_{\text{ном}}$ . Во всех расчетах принималось  $x_1 x_4 = 5h$ ,  $x_2 x_3 = 4h$ .

Исследуем влияние тока  $I_0$ , протекающего во внешней цепи, угла соединения электродов  $\alpha$  и параметра Холла  $\beta$  на интегральные характеристики генератора.

Стационарное течение проводящего невязкого и нетеплопроводного газа в двумерном приближении описывается следующей системой уравнений [10]:

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\partial p / \partial x + S_0 j_y B, \quad (2)$$

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{u} \mathbf{v}) = -\partial p / \partial y - S_0 j_x B, \quad (3)$$

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{u} (e + \mathbf{u}^2/2)) = -\operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) + S_0 \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}, \quad (4)$$

где  $S_0 = \bar{\sigma}_0 \bar{B}_{\text{ном}}^2 \bar{h} / \bar{\rho}_0 \bar{u}_0$  — параметр МГД-взаимодействия, определенный по характерным величинам (волна обозначает размерный вид параметра).

Распределение электродинамических параметров определяется из преобразованных для двумерного стационарного случая уравнений Максвелла

$$\partial E_x / \partial y - \partial E_y / \partial x = 0, \quad (5)$$

$$\partial j_x / \partial x + \partial j_y / \partial y = 0 \quad (6)$$

и обобщенного закона Ома

$$\mathbf{j} + \frac{\beta}{B} \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (7)$$

Система уравнений (5)–(7) преобразуется к уравнению для функции тока  $\psi$

$$\begin{aligned} j_x &= \partial \psi / \partial y, & j_y &= -\partial \psi / \partial x, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\beta}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \\ & - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\beta}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (uB) + \frac{\partial}{\partial y} (vB). \end{aligned} \quad (8)$$

Система уравнений (1)–(4), (8) замыкается уравнением состояния  $e = e(p, \rho)$  и заданием зависимостей  $\sigma = \sigma(p, \rho)$  и  $\beta = \beta(p, \rho) B$ .

Уравнения (1)–(8) записаны в безразмерном виде. За характерные величины приняты: для плотности  $\rho$ , продольной и поперечной компонент скорости  $u$  и  $v$ , проводимости  $\sigma$  соответственно значения  $\bar{\rho}_0$ ,  $\bar{u}_0$ ,  $\bar{\sigma}_0$  на вхо-

де в канал; для давления  $p - \bar{\rho}_0 \tilde{u}_0^2$ ; для удельной внутренней энергии  $e - \tilde{u}_0^2$ ; для магнитного поля  $B$  — его значение в средней части канала  $\bar{B}_{\text{ном}}$ ; для плотности тока  $j - \bar{\sigma}_0 \tilde{u}_0 \bar{B}_{\text{ном}}$ ; для напряженности электрического поля  $E - \tilde{u}_0 \bar{B}_{\text{ном}}$ ; для функции тока  $\psi - \bar{\sigma}_0 \tilde{u}_0 \bar{B}_{\text{ном}} \bar{h}$ , для потенциала  $\varphi - \tilde{u}_0 \bar{B}_{\text{ном}} \bar{h}$ ; для линейных размеров  $x$  и  $y$  — высота канала  $\bar{h}$ .

Граничные условия для газодинамической части системы уравнений ставятся в предположении, что сверхзвуковое течение сохраняется во всем канале: на входе ( $x=0$ ) —  $u_0=1$ ,  $\rho_0=1$ ,  $v_0=0$  и задается число Маха  $M_{0x}$  (число Маха определяется по продольной скорости), на стенках ( $y=0; 1$ ) выполняется условие непротекания  $v_n=0$ . В используемых ниже расчетах дозвуковых зон не возникает.

Электродинамическая часть задачи решалась при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} \psi &= \text{const} \quad \text{на } AH \text{ и } DE, \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} &= \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \text{на } AB, CD, FE \text{ и } HG, \\ \varphi|_{CD} &= \varphi|_{FE} = \text{const}, \quad \varphi|_{AB} = \varphi|_{HG} = \text{const}, \\ \left. \begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x}(x, h) &= \frac{\partial \psi}{\partial x}(x - h \operatorname{ctg} \alpha, 0) \\ \varphi(x, h) &= \varphi(x - h \operatorname{ctg} \alpha, 0) \end{aligned} \right\} \text{на } GF \text{ и } BC. \end{aligned}$$

При проведении расчетов использовалось уравнение состояния для идеального газа  $e = p / (\gamma - 1) \rho$ , где  $\gamma$  — показатель адиабаты. Принималась следующая зависимость проводимости и параметра Холла от параметров потока:

$$\sigma = a T^{3/4} \exp(-\Lambda/T) p^{1/2}, \quad (9)$$

$$\beta = c T^{1/2} p^{-1} B, \quad (10)$$

где константы  $a$ ,  $\Lambda$ ,  $c$  подбирались таким образом, чтобы зависимости (9), (10) давали хорошее приближение к экспериментальным данным работ [11, 12]. Размерности:  $[p] = \text{бар}$ ,  $[T] = \text{К}$ ,  $[B] = \text{Т}$ ,  $[\sigma] = \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$  в диапазоне температур (2500–3000) К,  $a = 578$ ,  $\Lambda = 2,6 \cdot 10^4$ ,  $c = 0,013$ .

2. Инженерные методы расчета течений в каналах МГДГ из-за сложности и трудоемкости неоднородного подхода обычно основываются на гидравлическом приближении. Степень соответствия между результатами инженерных расчетов и действительным течением зависит от выбора формы гидродинамического канонического потока и силового и энергетического воздействия на него со стороны электромагнитного поля [10]. Одним из критериев такого выбора может служить сравнение двумерных и одномерных расчетов, позволяющее оценить влияние пространственных электрических эффектов на структуру течения и гидродинамических неоднородностей на распределение электрического поля и интегральные характеристики канала.

В данной работе для одномерных расчетов используется однородный по сечению канала канонический поток. Система уравнений, описывающих такое течение, имеет вид

$$\frac{d}{dx}(\rho u) = 0, \quad (11)$$

$$\rho u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx} + f, \quad (12)$$

$$\rho u \frac{d}{dx} \left( e + \frac{u^2}{2} \right) = -\frac{d}{dx}(pu) + q. \quad (13)$$

Влияние поперечной электромагнитной силы не учитывается.

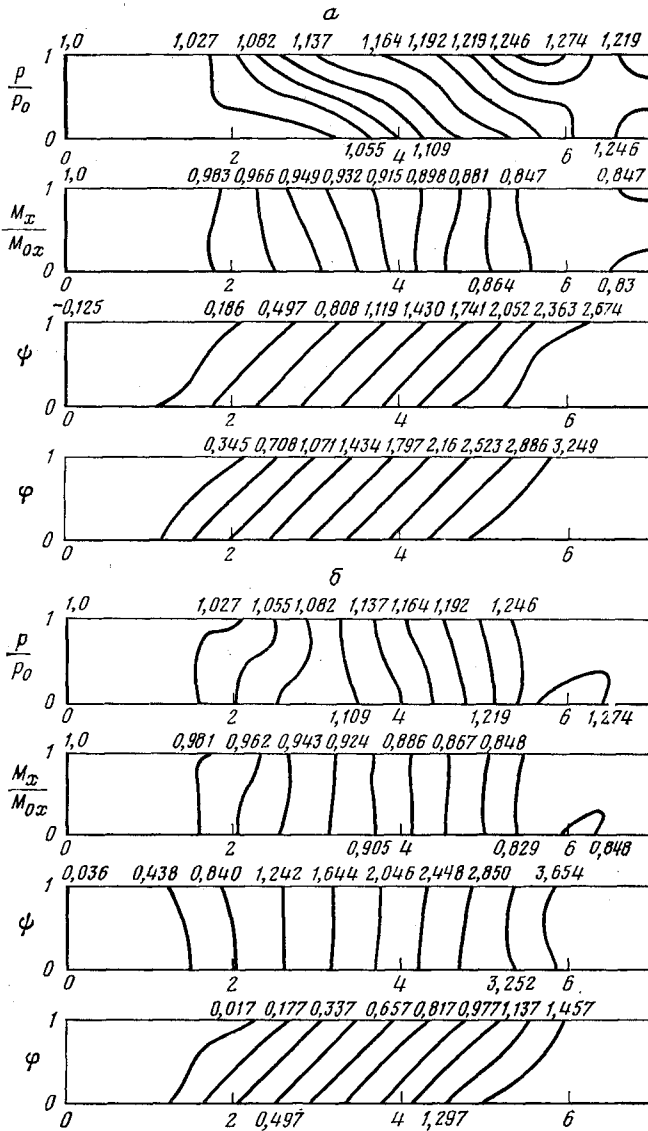


Рис. 2, а, б

Для определения величин  $j = \frac{S_0}{h} \int_0^h j_y B dy$  и  $q = \frac{S_0}{h} \int_0^h \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} dy$  используют-

ся модельные представления о распределении электродинамических параметров. На участках  $Ox_1$  и  $x_1K$  (рис. 1) предполагается отсутствие электрического поля,  $E=0$ . На участке  $x_1x_2$  направление электрического поля  $E$  считается постоянным,  $E_y = -E_x \operatorname{ctg} \alpha$ , а величины  $j_x$  и  $j_y$  связаны соотношением  $j_x - j_y \operatorname{ctg} \alpha = I_0/h$ , полученным в предположении, что на длине  $\Delta x = h \operatorname{ctg} \alpha$  изменением компонент плотности тока можно пренебречь. Для замыкания системы используются уравнения закона Ома (7)

$$j_x = \frac{\sigma}{1 + \beta^2} [E_x - \beta(E_y - uB)], \quad (14)$$

$$j_y = \frac{\sigma}{1 + \beta^2} [E_y + \beta E_x - uB]. \quad (15)$$

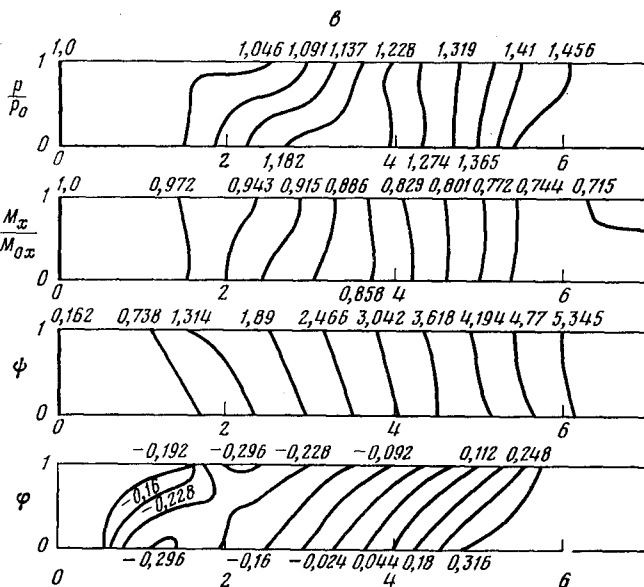


Рис. 2. Распределение давления  $p$ , числа Маха  $M_x$ , функции тока  $\psi$  и потенциала  $\phi$  в канале диагонального типа при  $\text{ctg } \alpha=1$ ,  $\beta_0=0,7$ : а -  $I_0=0$ ; б - 0,7; в - 1,3

Распределения  $\sigma$ ,  $\beta$ ,  $u$  определяются из уравнений (11) – (13) на каждом этапе итерационного решения.

Таким образом, соотношения для  $f$  и  $q$  имеют вид

$$f=S_0 j_y B, \quad q=S_0 I_0 E_x / h. \quad (16)$$

3. Уравнение (8), записанное для нестационарного случая (с членом  $\partial \psi / \partial t$  в левой части), решалось методом продольно-поперечных прогонок [13] до установления.

Для интегрирования системы (1) – (4) использовалась нестационарная схема «крупных частиц» [14]. Члены системы, содержащие электрические величины, определялись из уравнения (8) на каждом этапе итерационного решения.

Область решения разбивалась ортогональной равномерной сеткой

$$\begin{aligned} x &= i h_x, \quad i=0, 1, 2, \dots, N, \\ y &= j h_y, \quad j=0, 1, 2, \dots, M. \end{aligned}$$

где  $h_x$ ,  $h_y$  – шаги сетки в направлении осей  $x$ ,  $y$ . Во всех расчетах  $h_x=h_y=0,1$ ; длина идеально секционированного участка  $l=5$ ; длина короткого сплошного электрода  $\eta=0,5$ ; высота канала  $h=1$ . Остальные размеры канала определяются углом соединения идеально секционированных электродов  $\alpha$ .

В работе [9] отмечалась хорошая точность используемого численного метода при расчете распределения тока. Оценка точности определения гидродинамических параметров проводилась в [15]. Проверка дала удовлетворительные результаты.

4. В расчетах задавались следующие параметры: число Маха на входе в канал  $M_{0x}=2$ ;  $\gamma=1,14$ ; молекулярный вес газа  $\mu=27$ ;  $S_0=0,03$ ; отношение  $\Lambda/T_0=10$ ; при  $\beta_0=0,7$  величина  $\text{ctg } \alpha$  варьировалась от 1 до 2, при  $\beta_0=1$  рассматривался случай  $\text{ctg } \alpha=1$  (характерный параметр Холла  $\beta_0=c T_0^{1/2} \tilde{\rho}_0^{-1} \tilde{B}_{ном}$ ).

Проведем анализ распределений газодинамических и электрических параметров в канале диагонального типа на примере течения с  $\beta_0=0,7$ ;

$\text{ctg } \alpha = 1$ . На рис. 2, *a–в* представлены распределения давления  $p$ , числа Маха  $M_x$ , определенного по продольной скорости, функции тока  $\psi$  и потенциала  $\phi$ . Значению полного тока  $I_0 = 0$  соответствует режим холостого хода, при  $I_0 = 0,7$  величина снимаемой мощности  $N$  близка к максимальной, при  $I_0 = 1,3$  режим нагрузки канала незначительно отличается от режима короткого замыкания. На режиме холостого хода (рис. 2, *a*) электрическое поле достаточно однородно. Потенциал в диагональной зоне возрастает монотонно, эквипотенциали в большей ее части линейны, их угол наклона соответствует углу соединения идеально секционированных электродов. Распределение функции тока в диагональной зоне характеризуется теми же особенностями.

Торможение потока, вызванное суммарным воздействием продольной электромагнитной силы и джоулевой диссипации, сопровождается ростом проводимости и уменьшением параметра Холла, что приводит к некоторому увеличению  $|j_x|$  и  $|j_y|$  по длине канала. Продольный ток, протекающий в канале, отрицателен, поперечная компонента электромагнитной силы  $f_y > 0$  и направлена к анодной стенке, в связи с чем перепад давления  $\Delta p = p_a - p_k$  в диагональной зоне ( $x_1 < x < x_2$ ) положительен. Немонотонный характер  $\Delta p$  объясняется периодическим отражением потока от стенок канала [7–9, 15]. В результате совместного действия сил  $f_x$ , тормозящей поток, и  $f_y$ , отжимающей поток от катодной стенки, давление на катодной стенке  $p_k$  при  $x < 3$  практически постоянно. При  $x > 3$  давление растет на обеих стенках вплоть до выходной зоны, где магнитное поле  $B$  экспоненциально спадает.

При переходе к режиму  $I_0 = 0,7$  (рис. 2, *б*) однородность электрического поля и линейность эквипотенциалей в большей части диагональной зоны не нарушается. Распределение  $\psi$  характеризуется незначительным продольным током, практически отсутствующим в середине канала. При этом уменьшаются джоулевы потери (см. рис. 6), а  $f_y$  и поперечные неоднородности потока пренебрежимо малы.

Вблизи режима короткого замыкания (рис. 2, *в*) неоднородности электрического поля заметно возрастают. Это связано с изменением знака полей  $E_x$ ,  $E_y$  в концевых областях при протекании достаточно больших нагрузочных токов, когда э.д.с., индуцированной в сечениях канала со спадающим магнитным полем, недостаточно для поддержания заданных токов внешней цепи.

Совместное влияние неоднородностей электрического поля и градиентов  $\sigma$  и  $\beta$ , вызванных торможением потока, приводит к уменьшению продольного тока  $j_x$  и росту поперечного тока  $j_y$  на большей части диагональной зоны (до сечения  $x = 4,6$ ). Величина силы  $f_y$  уменьшается пропорционально  $f_x$ , и перепад давления  $\Delta p$  в процессе отражения потока от стенок на участке  $3,8 < x < 4,4$  становится положительным (см. рис. 4).

Следует отметить, что распределение функции тока в диагональной зоне при всех  $I_0$  характеризуется отсутствием зон большой концентрации тока, что приводит к достаточно однородному распределению удельной джоулевой диссипации  $Q_{уд}$  и электромагнитной силы  $\mathbf{f}$  в области постоянного магнитного поля. Распределение  $\psi$  во входной зоне канала в зависимости от режима нагрузки представлено на рис. 3, *a–в*. Видно, что основная доля полного тока  $I_0$  поступает в диагональную зону с ближней к ней половины верхнего сплошного электрода (анода). С ростом  $I_0$  увеличивается продольное электрическое поле  $E_x$  вблизи стыка секционированного и несекционированного участков канала, в связи с чем изменяется характер распределения  $\psi$  по катоду. При малых  $I_0$  на всем катоде  $j_y < 0$ , при  $I_0 \approx 0,3$  на катоде вблизи стыка появляется область с  $j_y > 0$  (ток перетекает на секционированный участок катодной стенки), при  $I_0 > 0,7$  на всем катоде  $j_y > 0$ . Максимальный вытекающий из катода ток (режим короткого замыкания) не превышает 13% от  $I_0$ . Спадание магнитного поля не приводит к появлению в канале сколько-нибудь интенсивных вихрей тока. Это обстоятельство связано с удачным выбором положения стыков секционированных и несекционированных электродов относительно эпюры магнитного поля. Этим же объясняется отсутствие концентраций тока и напряжен-

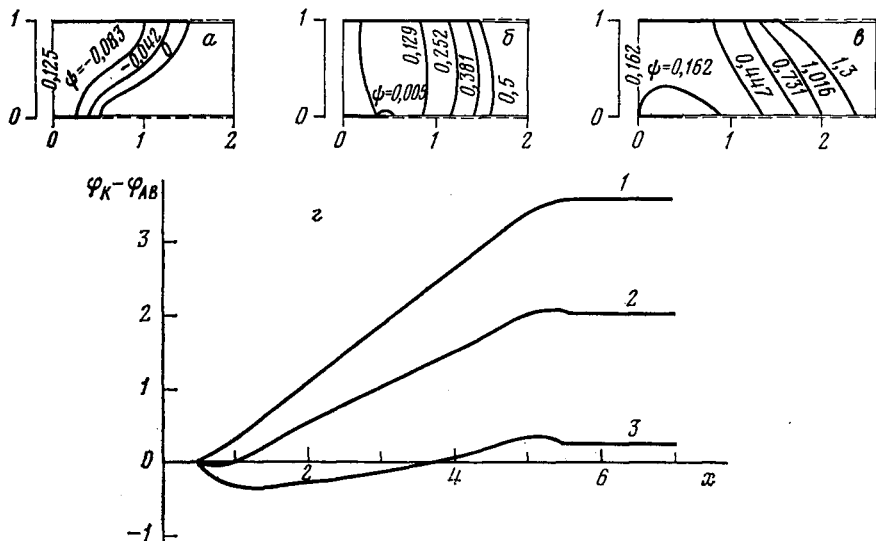


Рис. 3. Распределение электрических параметров во входной области канала диагонального типа в зависимости от величины полного тока  $I_0$  при  $\text{ctg } \alpha=1$ ,  $\beta_0=0,7$ : а — распределение функции тока  $\psi$  при  $I_0=0$ , б — 0,5; в — 1,3; г — распределение потенциала по катодной стенке канала: 1 —  $I_0=0$ ; 2 — 0,5; 3 — 1,3

ности электрического поля вблизи стыка на большинстве режимов [5, 6]. На рис. 3, г показано распределение потенциала по катодной стенке для различных  $I_0$ . Следует отметить, однако, что при приближении к режиму короткого замыкания  $E_x$  вблизи стыка заметно возрастает и появляется опасность пробоя. В областях между сплошными электродами электрическое поле  $E$  и соответственно удельная мощность  $N_{уд}$  пренебрежимо малы. В диагональной зоне на участках со спадающим магнитным полем при небольших  $I_0$  мощность генерируется, при значительных — потребляется ( $E_x > 0$ ,  $E_y > 0$ ).

Распределения давления и числа Маха демонстрируют влияние продольного тока на неоднородности газодинамических параметров в поперечном сечении канала. Наибольшая неоднородность давления наблюдается в режиме холостого хода (максимальное по  $x$  отношение перепада давления  $\Delta p$  к среднему давлению в сечении  $\langle p \rangle$  составляет 0,11), при котором в канале протекает значительный продольный ток. При  $I_0=0,7$ , как отмечалось выше,  $j_x$  мало, и  $\text{max}_x (\Delta p / \langle p \rangle) = 0,03$ . При приближении к режиму короткого замыкания неоднородности давления снова увеличиваются.

Рост параметра Холла приводит к незначительной перестройке потока (при  $I_0=0,7$  переход от  $\beta_0=0,7$  к  $\beta_0=1$  уменьшает давление на выходе из канала на 4% при том же характере распределения  $p$ ). Увеличение параметра МГД-взаимодействия приводит к заметному росту неоднородности давления. При  $S_0=0,05$  ( $\text{ctg } \alpha=1$ ,  $\beta_0=0,7$ ) на режиме холостого хода  $\text{max}_x (\Delta p / \langle p \rangle) = 0,21$ .

На всех режимах нагружения канала распределения  $u$ ,  $T$ ,  $M$  близки к однородным. Поскольку именно эти параметры имеют важное значение при определении интегральных характеристик генератора, использование однородного канонического потока для расчетов в гидравлическом приближении вполне оправдано.

Взаимодействие поперечного перепада давления  $\Delta p$  и силы  $f_y$ , как отмечалось выше, приводит к периодическому отражению потока от стенок. Для анализа этого явления проинтегрируем уравнение (3) по высоте канала



$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) dy + \int_0^h \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) dy = - \int_0^h \frac{\partial p}{\partial y} dy + \int_0^h -S_0 j_x B dy. \quad (17)$$

Из условия непротекания следует  $\int_0^h \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) dy = 0$ . Интегралы в правой части (17) соответственно равны перепаду давления  $\Delta p = p_a - p_k$  и силе  $F_y = -S_0 I_x B$ , где  $I_x = \psi_a - \psi_k$  — продольный ток, протекающий через поперечное сечение канала (в поперечном сечении  $B = \text{const}$ ).

Предполагая гладкость подынтегральных функций, поменяем местами знаки дифференцирования и интегрирования

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho uv dy = -\Delta p + F_y.$$

Отметим, что  $\int_0^h \rho uv dy$  представляет собой поток поперечного импульса через сечение канала. Заменяя интеграл в левой части уравнения средними параметрами и предполагая, что  $\langle ab \rangle = \langle a \rangle \langle b \rangle$ , получим

$$d(h \langle \rho u \rangle \langle v \rangle) / dx \approx -\Delta p + F_y.$$

Величина  $h \langle \rho u \rangle = m = 1$ , где  $m$  — расход газа при ширине канала  $z = 1$ . Таким образом, уравнение (17) преобразуется к виду

$$d \langle v \rangle / dx = -\Delta p + F_y. \quad (18)$$

Данные работ [8, 15] показывают, что для сверхзвуковых течений невязкого нетеплопроводного газа в каналах постоянного сечения положение экстремумов суммы  $(-\Delta p + F_y)$  определяется распределением  $\Delta p$ , а величина  $d \langle v \rangle / dx$  достигает экстремальных значений при  $\langle v \rangle \approx 0$  (в отсутствие поперечной скорости на входе в канал исключение составляет входная зона, где перепад давления мал, а величина  $F_y$  растет с увеличением магнитного поля). К аналогичным выводам приводят результаты проведенных расчетов. Таким образом, максимумы  $|\Delta p|$  должны наблюдаться в окрестностях сечений, где  $\langle v \rangle \approx 0$ . Непосредственно из (18) вытекает, что при  $\Delta p = -F_y$ ,  $d \langle v \rangle / dx = 0$  и  $\langle v \rangle$  проходит через экстремум.

На рис. 4, иллюстрирующем результаты проведенного анализа, представлены распределения  $\langle v \rangle$ , поперечной скорости на оси канала  $u$ , перепада давления  $\Delta p$  и силы  $F_y$  по длине канала при  $I_0 = 1,3$ . Под действием  $F_y$  поток, поступающий в канал с  $v = 0$ , отклоняется к катодной стенке ( $I_x > 0$ ). При этом уменьшается давление на аноде, давление на катоде  $p_k$  растет и в поперечном сечении канала возникает перепад давления  $\Delta p = p_a - p_k < 0$ . Поперечная скорость  $\langle v \rangle$  достигает минимума ( $\langle v \rangle < 0$ ) в сечении  $x = 1,9$ , где перепад давления уравновешивает силу  $F_y$ . Далее сумма  $(-\Delta p + F_y)$  становится положительной, и поперечный импульс уменьшается по модулю до сечения  $x \approx 2,7$ , где  $\langle v \rangle = 0$ , а  $|\Delta p|$  достигает максимума. Затем под действием силы  $(-\Delta p + F_y) > 0$  поток отклоняется к анодной стенке ( $\langle v \rangle > 0$ ), и процесс повторяется.

5. На рис. 5, 6 приведены интегральные характеристики каналов диагонального типа в зависимости от угла  $\alpha$  и  $\beta_0$ . Задание  $\text{ctg } \alpha = 1,6$ ,  $\beta_0 = 0,7$  (кривая 3) и  $\text{ctg } \alpha = 1$ ,  $\beta_0 = 1$  (кривая 4) соответствует рекомендациям локального анализа для получения максимальной мощности ( $\text{ctg } \alpha = 1/\beta_{\text{ср}}$ , где  $\beta_{\text{ср}}$  — средний по диагональной зоне параметр Холла). Результаты расчетов при  $\text{ctg } \alpha = 1$ ,  $\beta_0 = 0,7$  (кривая 1) и  $\text{ctg } \alpha = 2$ ,  $\beta_0 = 0,7$  (кривая 2) иллюстрируют влияние угла  $\alpha$  на выходные характеристики канала.

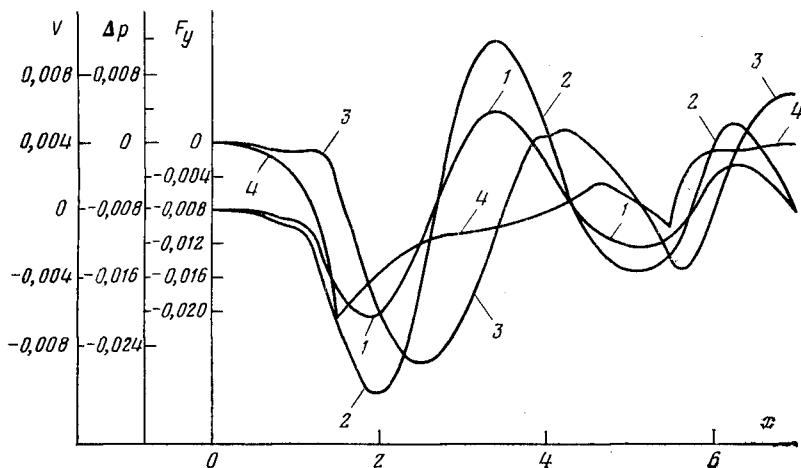


Рис. 4. Распределение средней поперечной скорости  $\langle v \rangle$  (1); поперечной скорости на оси канала  $v_c$  (2), перепада давления  $\Delta p$  (3) и силы  $F_y$  (4) по длине канала ( $\text{ctg } \alpha = 1$ ,  $\beta_0 = 0,7$ ,  $I_0 = 1,3$ )

Нелинейность вольт-амперных характеристик (рис. 5) свидетельствует о зависимости эффективного внутреннего сопротивления канала от полного тока  $I_0$ . Из рис. 2, а–в следует, что с увеличением  $I_0$  растет величина суммарного поперечного тока, протекающего в канале. Соответственно повышается величина средней по каналу  $f_x$ , что приводит к большему торможению потока. Связанное с этим увеличение температуры и давления вызывает рост проводимости и уменьшение параметра Холла. Кроме того, увеличение  $I_0$  сопровождается ростом продольного тока  $i_x$ , что уменьшает число перетечек по внешним диагональным соединениям. Эти причины, главным образом, и приводят к падению эффективного внутреннего сопротивления канала при возрастании  $I_0$ .

Уменьшение угла  $\alpha$  и параметра Холла  $\beta_0$  делают вольт-амперную характеристику более пологой (рис. 5), т. е. приводят к падению  $V_{xx}$  и росту  $I_{0\text{кз}}$ . Привлекая результаты локального анализа [16] и учитывая, что коэффициенты нагрузки (отношение внутреннего сопротивления канала к сопротивлению нагрузки)  $k_{xx} = 0$ ,  $k_{\text{кз}} \rightarrow \infty$ , получим

$$V_{xx} = uBl \frac{\beta + \text{ctg } \alpha}{1 + \text{ctg}^2 \alpha}, \quad I_{0\text{кз}} = \sigma u B h \frac{\beta + \text{ctg } \alpha}{1 + \beta^2}, \quad (19)$$

что поясняет полученный результат.

На рис. 6 приведены зависимости интегральной мощности  $N$ , джоулевой диссипации  $Q$  и электрического к.п.д.  $\eta$  от полного тока  $I_0$ . Видно, что выполнение соотношения  $\text{ctg } \alpha = 1/\beta_{\text{ср}}$  увеличивает максимальную мощность, снимаемую с канала, причем большему  $\beta_0$  соответствует большая мощность. При  $\alpha < \alpha_{\text{онт}}$  потери максимальной мощности нарастают быстрее, чем при  $\alpha > \alpha_{\text{онт}}$  (кривые 1–3). Уменьшение  $\beta_0$  и  $\alpha$  сдвигает максимум мощности в область больших нагрузочных токов. В рассматриваемом интервале  $\alpha$  его уменьшение приводит к падению джоулевых потерь и росту электрического к.п.д., причем при сравнительно небольшом проигрыше в мощности  $\Delta \eta$  может составлять  $\sim 40\%$ . Поэтому выбор  $\alpha$  в значительной степени зависит от назначения генератора.

6. Сравнение результатов двумерных и одномерных расчетов при  $\text{ctg } \alpha = 1$ ,  $\beta_0 = 0,7$  (рис. 5, 6, кривые 1, 5) показывает хорошее совпадение интегральных характеристик при средних нагрузочных токах. Рассогласование в значениях холловского потенциала  $V_x$  и джоулевых потерь  $Q$  при

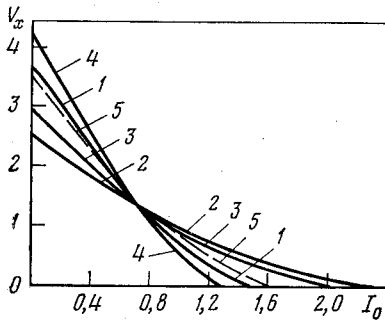


Рис. 5

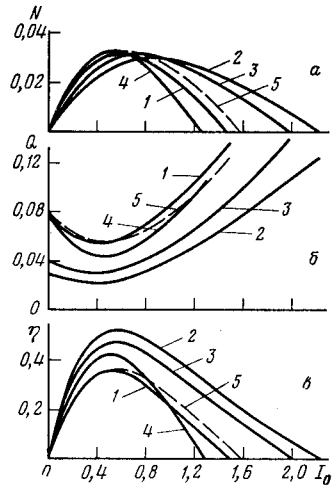


Рис. 6

Рис. 5. Вольт-амперные характеристики канала диагонального типа: 1 -  $\text{ctg } \alpha = 1$ ;  $\beta_0 = 0,7$ ; 2 - 2; 0,7; 3 - 1,6; 0,7; 4 - 1; 1; 5 - 1; 0,7, одномерный расчет

Рис. 6. Зависимость интегральной мощности  $N(a)$ , джоулевой диссипации  $Q(b)$  и к.п.д.  $\eta(e)$  канала диагонального типа от полного тока  $I_0$ : 1 -  $\text{ctg } \alpha = 1$ ;  $\beta_0 = 0,7$ ; 2 - 2; 0,7; 3 - 1,6; 0,7; 4 - 1; 1; 5 - 1; 0,7, одномерный расчет

малых  $I_0$  объясняется влиянием поперечных неоднородностей потока, максимальных в режиме холостого хода (в используемой электрической модели при  $I_0 = 0$  удельная мощность  $N_{уд} = 0$ , поэтому отличие двумерных и одномерных  $N$  и  $\eta$  пренебрежимо мало). При больших  $I_0$  расхождение интегральных характеристик обусловлено как газодинамическими неоднородностями, так и неоднородностями электрических параметров в концевых зонах, неучтенными в одномерной модели.

В целом, проведенное сравнение показывает, что при используемом параметре МГД-взаимодействия влияние поперечных неоднородностей потока на интегральные характеристики генератора незначительно.

Авторы выражают благодарность В. М. Пономареву и В. А. Желнину за полезные советы и помощь в реализации численного эксперимента.

Институт высоких температур  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
29.V.1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ковбасюк В. И., Медин С. А. О течении плазмы в канале серийного МГД-генератора. — III Междунар. конф. по МГД-преобразованию энергии. Вена, 1966.
2. Элькин А. И., Ягловский Е. И. К вопросу о выборе режима течения в МГД-генераторе с последовательным соединением электродов. — Изв. АН СССР, ОТН. Энергетика и транспорт, 1967, № 6, с. 107.
3. Витюрин В. А., Желнин В. А., Любимов Г. А., Медин С. А. Сопоставление результатов расчета в канале МГД-генератора с экспериментальными данными, полученными на установке У-25. — ТВТ, 1978, т. 16, № 4, с. 854.
4. Загеленин В. Н., Руккевич И. М. Переходная зона в идеально секционированном МГД-генераторе Монгарди со сплошными электродами на входе в канал. — В кн.: VIII Рижск. совещ. по магнитной гидродинамике. Рига: Знание, 1975, т. 2, с. 12.
5. Базаров Г. П., Куфа Э. М., Медин С. А. О коммутации электродов на концевом участке серийного МГД-генератора. — ТВТ, 1977, т. 15, № 6, с. 1276.
6. Motoo Ishikawa, Jūrō Umoto. Two-Dimensional Analysis of End Effects in Diagonal Type Nonequilibrium Plasma MHD Generator. — Mem. Fac. Eng., Kyoto Univ., 1976, v. 38, N 4, p. 182.
7. Губарев А. В., Дегтярев Л. М., Самарский А. А., Фаворский А. П. Численный расчет некоторых двумерных магнитогидродинамических течений в каналах. Препринт № 2424. М.: Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова АН СССР, 1971.

8. *Губарев А. В., Дегтярев Л. М., Фаворский А. П.* Сверхзвуковое течение анизотропно проводящего газа в магнитогидродинамических каналах. Препринт № 19. М.: Институт прикладной математики АН СССР, 1972.
  9. *Пономарев В. М.* О расчете сверхзвукового течения в канале МГД-генератора.— ТВТ, 1974, т. 12, № 3, с. 619.
  10. *Ватажин А. Б., Любимов Г. А., Резирер С. А.* Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970.
  11. *Гапонов И. М., Нефедов А. П.* Экспериментальное исследование проводимости плазмы в канале МГД-генератора.— ТВТ, 1972, т. 10, № 2, с. 418.
  12. *Гапонов И. М., Недоспасов А. В., Побережский Л. П., Чернов Ю. Г.* Об электропроводности плазмы продуктов сгорания природного газа с присадкой поташа.— ТВТ, 1972, т. 10, № 5, с. 1108.
  13. *Яненко Н. Н.* Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
  14. *Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.* Нестационарный метод «крупных частиц» для газодинамических расчетов.— ЖВМ и МФ, 1971, т. 11, № 1, с. 182.
  15. *Лихачев А. П.* О сверхзвуковом течении в канале МГД-генератора со скошенным потоком на входе.— Магнитная гидродинамика, 1978, № 3, с. 49.
  16. *Янговский Е. И., Толмач И. М.* Магнитогидродинамические генераторы. М.: Наука, 1972.
-