

УДК 532.528

## ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СЖАТИИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОМ УГЛЕВОДОРОДЕ НА ОСНОВЕ ГОМОБАРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

© 2012 г. Д. Н. Ильмов, С. Г. Черкасов

ГНЦ ФГУП “Центр Келдыша”, Москва

E-mail: [iltovdn@mail.ru](mailto:iltovdn@mail.ru)

Поступила в редакцию 08.07.2011 г.

Математическая модель одиночного гомобарического парового пузырька, основанная на предположении об однородности давления по объему пара, использована для исследования коллапса пузырька в жидком углеводороде – октане. Целью исследования являлось определение начальных условий, при которых возможен значительный разогрев пара и жидкости. Выявлены некоторые особенности, свойственные углеводородным пузырькам. Рассмотрены границы применимости основных предположений гомобарической модели.

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно исследуются возможности сонохимии. В частности, изучаются процессы, происходящие при ультразвуковой и ударнокавитационной обработке углеводородного сырья. Возможным механизмом, объясняющим воздействие на жидкую среду, считается достижение высоких температур и давлений при схлопывании кавитационных пузырьков [1]. Прямое экспериментальное определение температуры в кавитационных пузырьках чрезвычайно затруднительно, поэтому целесообразно использовать численное моделирование.

Рассматривается задача о сжатии одиночного сферического парового пузырька в безграничной жидкости. Сжатие первоначально равновесного пузырька инициируется скачкообразным повышением давления в жидкости. В работе [2–6] авторами была представлена гомобарическая модель, направленная на максимально точный учет теплообмена между пузырьком и жидкостью на ранних стадиях сжатия. Математическая модель обеспечивает точное выполнение закона сохранения массы и энергии без учета кинетической энергии пара. В [3–6] модель была использована применительно к паровым пузырькам в воде. В настоящей работе модель применяется для исследования сжатия паровых пузырьков в жидком октане. Исследование коллапса углеводородных пузырьков актуально с практической точки зрения и связано с поиском новых способов обработки углеводородного сырья. С теоретической точки зрения исследование интересно, поскольку рассматривается коллапс парового пузырька не в воде, а в жидком углеводороде, теплофизические

свойства которого существенно отличаются от свойств воды.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В начальный момент времени жидкость и пар в пузырьке находятся в динамическом и тепловом равновесии. Жидкость – несжимаемая, теплопроводная. Как было выяснено в работе [3–8], вязкость жидкости и поверхностное натяжение оказывают несущественное влияние и учитываться не будут. Пар в пузырьке – невязкий, теплопроводный и подчиняется уравнению состояния идеального газа. При описании фазового перехода применяется гипотеза о локальном термодинамическом равновесии. На межфазной границе температура пара считается равной температуре жидкости и связана с давлением пара по кривой насыщения. Кривая насыщения задается по эмпирическим данным [9]. Удельные теплоемкости жидкости и пара – постоянны, а коэффициенты теплопроводности жидкости и пара зависят от температуры по [9].

Для описания процессов в жидкости и на поверхности раздела фаз используются соотношения [2–8]

$$\rho \left( R \frac{dU}{dt} + \frac{3}{2} U^2 \right) = p_R - p_\infty + 2jU, \quad (1)$$

$$\frac{dR}{dt} = U - \frac{j}{\rho},$$

$$\rho c \left( \frac{\partial}{\partial t} ((R + \eta)^2 \theta) \right)_{\eta} + \rho c \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \left( UR^2 - (R + \eta)^2 \frac{dR}{dt} \right) \theta \right) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( (R + \eta)^2 \lambda \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right), \quad (2)$$

$$\theta|_{r=0} = 0, \quad \theta|_{\eta=\infty} = 0, \quad \theta|_{\eta=0} = \theta_S(t) = T_S - T_0, \quad (3)$$

$$p_R = p_V - jU, \quad (4)$$

$$q_S - q_{VS} = j\psi + \frac{1}{2} jU^2. \quad (5)$$

Здесь  $t$  – время;  $R$  – радиус пузырька;  $U$  – скорость жидкости на границе пузырька;  $\rho$  – плотность жидкости;  $p_R$  – давление в жидкости на границе пузырька;  $p_{\infty}$  – давление на бесконечном удалении от пузырька;  $j$  – масса пара, конденсирующегося в единицу времени на единицу площади поверхности пузырька;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности жидкости. Уравнение энергии для жидкости (2) и граничные условия (3) записаны для координаты  $\eta = r - R(t)$ , связанной с поверхностью пузырька ( $r$  – расстояние от центра пузырька). В (2), (3)  $\theta = T - T_0$ , где  $T$  – температура жидкости,  $T_0$  – начальная температура жидкости и пара, равная температуре на бесконечном удалении от пузырька;  $T_S$  – температура поверхности раздела фаз;  $c$  – удельная теплоемкость жидкости. Здесь и далее индекс “0” соответствует начальным условиям. В формулах (4), (5) для скачков давления и теплового потока на межфазной границе  $p_V$  – давление пара,  $q_S$  – удельный тепловой поток от поверхности пузырька в жидкость,  $q_{VS}$  – удельный тепловой поток от пара к поверхности пузырька,  $\psi$  – теплота фазового перехода.

Рассмотрим состояние пара. Используемое предположение гомобаричности – это предположение о равномерном распределении давления по пространству пузырька. Оно было предложено в [10] для упрощения решения уравнения энергии. В общем случае, несмотря на предположение гомобаричности, неоднородности давления могут учитываться при решении уравнения движения. В одномерном случае благодаря предположению гомобаричности становится излишним привлечение уравнения движения. Уравнения непрерывности и энергии путем исключения температуры и скорости с помощью уравнения состояния

$$p_V = \rho_V R_V T_V$$

сводятся к следующему соотношению:

$$r^2 \frac{\partial \rho_V}{\partial t} = \frac{1}{c_p} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \lambda_V \frac{\partial \rho_V}{\partial r} \right) + \frac{1}{3\gamma \rho_V} \frac{d\rho_V}{dt} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_V r^3). \quad (6)$$

Искомым параметром в (6) является плотность пара  $\rho_V(r, t)$ . Здесь и далее  $R_V$  – газовая постоянная;  $c_p$  – теплоемкость пара при постоянном давлении  $c_p = \gamma R_V / (1 - \gamma)$ ;  $\gamma$  – показатель адиабаты,  $\gamma = c_p / c_V$ ;  $\lambda_V$  – коэффициент теплопроводности пара.

Граничные условия для (6) составляют

$$\left. \frac{\partial \rho_V}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \rho_V}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{q_{VS} R_V \rho_{VS}^2}{\lambda_V \rho_V}.$$

При численном решении (6) преобразуется к новой координате  $z = r/R(t)$ .

В уравнение (6) входит производная по времени от давления, которая вычисляется из

$$c_p R^2 w_S \rho_{VS} T_{VS} = -R^2 q_{VS} - \frac{R^3}{3(\gamma - 1)} \frac{d\rho_V}{dt}. \quad (7)$$

Здесь  $\rho_{VS}, T_{VS}, w_S$  – плотность, температура и скорость пара на границе пузырька ( $T_{VS} = T_S$ ). Обыкновенное дифференциальное уравнение (7) можно рассматривать как интегральный закон сохранения энергии гомобарического пузырька.

Уравнения (6) и (7) гарантируют выполнение интегрального массового баланса на уровне дифференциальных уравнений и при их численном решении с помощью консервативной разностной схемы – на уровне разностных уравнений [11].

После определения плотности и давления, пространственное распределение температуры и скорости для любого момента времени вычисляется из уравнения состояния и непрерывности по явным формулам.

В выражении (5) для скачка удельного теплового потока на межфазной границе присутствует скрытая теплота фазового перехода  $\psi$ , которая, согласно принятым допущениям, является функцией температуры и давления. Она определяется следующим образом. Пусть при некоторой фиксированной температуре  $T_*$  удельные энтальпии пара  $i_{*V}$  и жидкости  $i_*$  (под давлением насыщенного пара  $p_*$ ), а также скрытая теплота фазового перехода  $\psi_*$  выражаются

$$i_{*V} = c_p T_* + C_1,$$

$$i_* = c T_* + \frac{p_*}{\rho} + C_0,$$

$$\psi_* = i_{*V} - i_*. \quad (8)$$

Из (8) следует связь между константами  $C_1$  и  $C_0$

$$C_1 = \psi_* + C_0 - (c_p - c) T_* + \frac{p_*}{\rho}.$$

Тогда при произвольной температуре межфазной поверхности  $T_S$ , удельные энтальпии пара  $i_V$  и жидкости  $i$  (под давлением насыщенного пара  $p_V$ ), а также скрытая теплота фазового перехода  $\psi$  определяются формулами

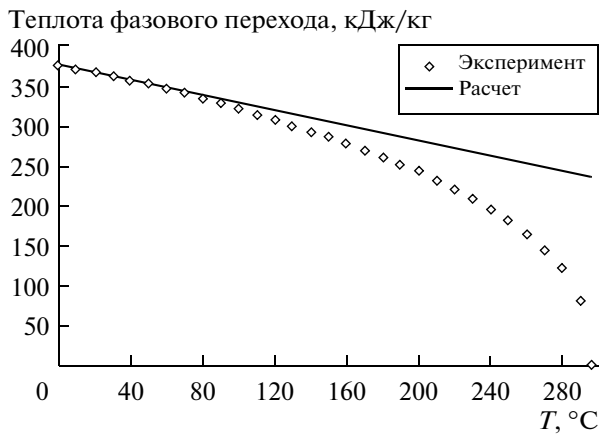


Рис. 1. Теплота фазового перехода насыщенного октана по данным [9] и рассчитанная по (11).

$$i_V = c_p T_S + C_1 = c_p T_S + \left[ \psi_* + C_0 - (c_p - c) T_* + \frac{p_*}{\rho} \right], \quad (9)$$

$$i = c T_S + \frac{p_V}{\rho} + C_0, \quad (10)$$

$$\psi = i_V - i = \psi_* - (c - c_p)(T_S - T_*) - \frac{p_V - p_*}{\rho}. \quad (11)$$

Выражение (11) и есть искомая функция, определяющая скрытую теплоту фазового перехода в зависимости от температуры и давления.

Теперь обратимся к закону сохранения энергии. В рамках рассматриваемой модели его можно записать в виде [3]

$$\Delta A + \Delta E_\psi = K + B_L + B_V, \quad (12)$$

где

$$\Delta A = p_\infty \left( V_0 - V - \frac{m_{V0} - m_V}{\rho} \right),$$

$$\Delta E_\psi = (m_{V0} - m_V) \left( \psi_0 - R_V T_0 + \frac{p_{V0}}{\rho} \right),$$

$$K = 2\pi\rho U^2 R^3,$$

$$B_L = 4\pi\rho c \int_R^\infty \theta r^2 dr,$$

$$B_V = m_V c_V (\bar{T}_V - T_0) = \frac{p_V V}{\gamma - 1} - m_V c_V T_0,$$

$V$  – объем пузырька,  $m_V$  – масса пара в пузырьке,  $S = 4\pi R^2$ ,  $\psi_0$ ,  $p_{V0}$  – теплота фазового перехода и давление пара при начальных условиях,  $\bar{T}_V$  – среднемассовая температура пара. Закон сохранения (12) показывает, что работа сжатия пузырька жидкостью  $\Delta A$  и выделение тепла при фазовом переходе  $\Delta E_\psi$  идут на увеличение тепловой энергии пара, жидкости и на увеличение кинетической энергии жидкости  $K$ . Параметры  $B_L$  и  $B_V$

связаны с внутренней энергией жидкости  $E$  и пара  $E_V$ , которые, в соответствии с (9), (10), определяются

$$E = 4\pi\rho \int_0^\infty [cT + C_0] r^2 dr,$$

$$E_V = 4\pi \int_0^R \rho_V [c_V T_V + C_1] r^2 dr.$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Целью численного моделирования являлось изучение сжатия парового пузырька в октане на основе представленной выше модели. Газовая постоянная октана  $R_V = 72.79$  Дж/(кг К). Плотность и теплоемкость жидкости, показатель адиабаты пара октана, принимаемые постоянными в данной модели, рассчитывались по значениям [9], как средние в области от 0 до 100°C:  $\rho = 677.3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 2234$  Дж/(кг К),  $\gamma = 1.044$ . Теплоемкость пара определялась как теплоемкость идеального газа  $c_p = \gamma R_V / (\gamma - 1) = 1727$  Дж/(кг К). Значения коэффициентов теплопроводности пара и жидкости интерполировались по данным [9]. Для расчета теплоты фазового перехода была выбрана опорная точка  $T_* = 50^\circ\text{C}$ ,  $\psi_* = 351.2$  кДж/кг,  $p_{V*} = 6762$  Па. На рис. 1 показана теплота фазового перехода октана на линии насыщения, рассчитанная по (11), и теплота фазового перехода по данным [9]. В интервале температур от 0 до 100°C расчетные значения теплоты фазового перехода хорошо согласуются с эмпирическими данными. Формулу (11) можно рассматривать как линейное приближение для значений теплоты фазового перехода на кривой насыщения.

В численном решении использовался переменный шаг по времени, уменьшающийся пропорционально увеличению скорости жидкости на границе раздела фаз. Начальный шаг по времени  $\Delta t_0$  выбирался по характерному масштабу времени сжатия пузырька в рэлеевском режиме  $\mu_r$ :

$$\mu_r = R_0 \sqrt{3\rho / (2\Delta p_0)},$$

где  $\Delta p_0 = p_\infty - p_{V0}$ ,

$$\Delta t_0 = 10^{-4} \mu_r.$$

В жидкости и в паре использовались неравномерные пространственные сетки со сгущением к межфазной границе. Количество узлов сетки в паре задавалось  $M = 1000$ , минимальные шаги сетки около границы имели размер  $R/3765$ . Начальный размер расчетной области жидкости равнялся  $10R_0$ . Минимальный пространственный шаг около границы вычислялся как

$$\Delta\eta_{\min} = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho c} \Delta t_0}.$$

В проведенных расчетах количество узлов сетки в жидкости варьировалось от 740 до 2340, начальный временной шаг был порядка  $\Delta t_0 \sim 10^{-8} - 10^{-9}$  с, пространственный шаг в жидкости –  $\Delta\eta_{\min} \sim 10^{-6} - 10^{-5}$  мм. Предварительные расчеты показали, что принятое разрешение временной и пространственной сеток достаточно и дальнейшее его увеличение не оказывает влияния на решение.

Ниже представлены расчеты сжатия пузырька с различными начальными условиями. Назовем первым случаем сжатие пузырька радиусом  $R_0 = 1$  мм, находящегося при начальной температуре  $60^\circ\text{C}$  в состоянии равновесия с жидкостью ( $\rho_{V0} = 0.437$  кг/м<sup>3</sup>), скачком давления  $\Delta p_0 = 1$  бар. В случае 2 скачок давления задается в 10 раз бóльшим, а в случае 3 – в 10 раз меньшим, чем в случае 1. В случаях 4 и 5 исследуется влияние начального размера пузырька. Скачок давления и начальная температура задаются такими же, как в случае 1, а начальный размер – в 2 и в 10 раз меньше, чем в случае 1. Случаи 6 и 7 отличаются от случая 1 другой начальной температурой. Отметим, что при  $30^\circ\text{C}$  начальная масса пузырька примерно в 4 раза меньше, чем при  $60^\circ\text{C}$ , а при  $90^\circ\text{C}$  – в 3 раза больше, чем при  $60^\circ\text{C}$ . Случай 8 отличается от случая 1 и по начальной температуре и по размеру пузырька. В таблице приведены начальные условия расчетов.

На рис. 2 показано изменение радиусов пузырьков во времени по результатам моделирования. Видно, что оно зависит от скачка давления и размера пузырька. В случае 3 наблюдается режим конечного сжатия, когда сжатие пузырька сменяется его расширением. Рассматривая динамику границы пузырька, интересно сравнить скорость границы со скоростью, рассчитанной по известной формуле Рэлея. Для последующего анализа вместо времени удобно использовать параметр  $x = R_0/R$ , который будем называть текущей степенью сжатия пузырька. Безразмерная скорость границы пузырька

$$U^* = -\frac{dR}{dt} \sqrt{\frac{3\rho}{2(p_\infty - p_{V0})}}$$

при условии постоянства давления внутри пузырька определялась бы по формуле

$$U^* = \sqrt{x^3 - 1}. \quad (13)$$

На рис. 3 полученные в расчетах значения скорости  $U^*$  сопоставляются со скоростью, рассчитанной по формуле Рэлея (13). Как видно, расхождение с формулой Рэлея ощутимо только в случаях 3 (малый скачок давления) и 7 (высокая начальная температура). В остальных случаях скорость межфазной границы хорошо согласуется с (13), их можно назвать сжатием пузырька в

Начальные условия расчетов

№	$T_0, ^\circ\text{C}$	$\rho_{V0}, \text{кг/м}^3$	$p_{V0}, \text{бар}$	$\Delta p_0, \text{бар}$	$R_0, \text{мм}$
1	60	0.437	0.1059	1	1
2	60	0.437	0.1059	10	1
3	60	0.437	0.1059	0.1	1
4	60	0.437	0.1059	1	0.5
5	60	0.437	0.1059	1	0.1
6	30	0.112	0.0246	1	1
7	90	1.28	0.3381	1	1
8	30	0.112	0.0246	1	0.1

рэлеевском режиме. Отметим, что в случае 7 по мере возрастания  $x$  скорость достигает максимума и начинает уменьшаться, тогда как изменения радиуса во времени мало отличается от случаев 1 и 6. Это объясняется тем, что большая часть времени сжатия соответствует малому  $x$ , когда скорость хорошо определяется по (13). Около 90% времени сжатия в рэлеевском режиме приходится на диапазон  $1 < x < 2$ .

Рис. 4 показывает разогрев пара на границе пузырька.

Во-первых, следует отметить, что сжатие пузырька не всегда вызывает его сильный разогрев. Данный факт иллюстрируется случаем 8, когда радиус пузырька уменьшается в 20 раз, а объем в 8000 раз, температура возрастает от  $30^\circ\text{C}$  всего лишь до  $70.5^\circ\text{C}$ . В этом случае велика роль теплообменных процессов и теплота от поверхности пузырька эффективно отводится в более глубокие слои жидкости.

Во-вторых, определено, что существуют начальные условия, при которых может происхо-

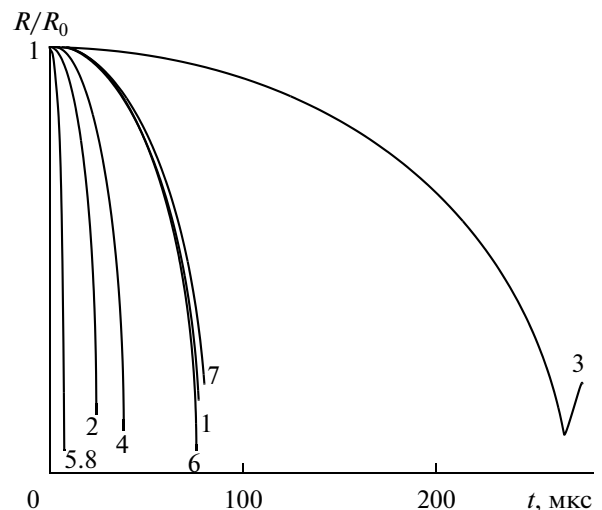


Рис. 2. Изменение радиуса пузырьков во времени для случаев 1–8.

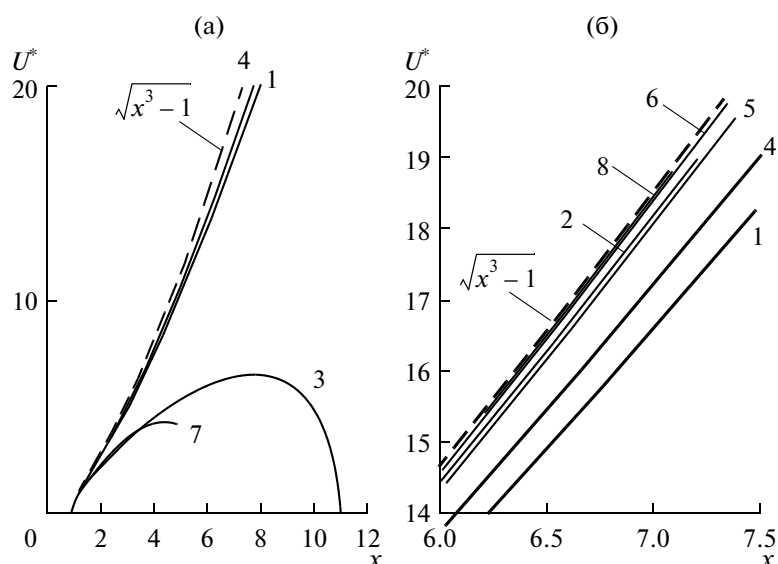


Рис. 3. Безразмерная скорость границы пузырьков для случаев 1–8 (сплошные кривые). Штриховая кривая – безразмерная скорость по формуле Рэлея (13), которая совпадает с остальными случаями.

дить значительный разогрев пузырька, по крайней мере, до критической температуры октана  $296.2^\circ\text{C}$ . Это все приведенные случаи, кроме случаев 3, 6, 8. После достижения критической температуры на межфазной поверхности исследования эволюции пузырька в рамках данной модели невозможны, и расчеты прекращены.

С точки зрения достижения высоких температур, очень важна начальная температура пара в пузырьке. При большей начальной температуре конденсируется более плотный пар, и при конденсации выделяется большее количество тепла. Начальные плотности пара приведены в таблице.

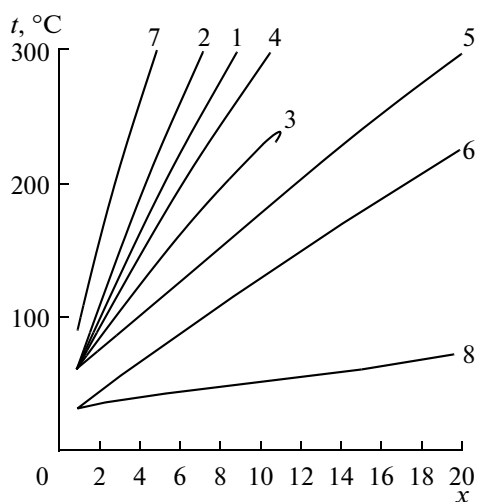


Рис. 4. Температуры пара на поверхности пузырьков в зависимости от степени сжатия для случаев 1–8.

Из рис. 4 видно также, что скорость разогрева пара по мере сжатия пузырька увеличивается с ростом начального радиуса и скачка давления. Следует отметить, что, хотя темп разогрева в случае конечного сжатия 3 достаточно высок, достигается меньшая температура, чем, например, в случае 5.

Теперь обратимся к пространственной структуре распределения температуры. На рис. 5 изображены профили прироста температуры относительно начальной в паре и в жидкости для одного из случаев – случая 5 ( $R_0 = 0.1$  мм,  $\Delta p_0 = 1$  бар,  $T_0 = 60^\circ\text{C}$ ). Профили температуры соответствуют сжатию пузырька в 2 и в 4 раза ( $x = 2$ ,  $x = 4$ ).

По сравнению со сжатием паровых пузырьков в воде, при сжатии пузырьков в жидком углеводороде обнаружена следующая особенность. Наибольшая температура достигается в паре и в жидкости вблизи межфазной границы, тогда как в центральной области температура пара оказывается меньшей. Давление в паре соответствует давлению насыщения при температуре границы. Таким образом, внутри пузырька находится пар в переохлажденном состоянии и возможна объемная конденсация в центральных областях. Кроме того, в паре наблюдается значительный градиент температуры у поверхности, а в центре – изотермическое ядро. При большом сжатии и значительном разогреве поверхности пузырька градиент становится очень большим. На рис. 6 показан скачок температуры в окрестности межфазной границы в случае 5 при сжатии пузырька в 19.9 раза. Точками обозначена температура между узлами расчетной сетки.

Рассмотрим особенности распределения температуры более подробно. Прогрев межфазной

границы вызван теплотой конденсации пара. Теплота не успевает распространяться к центру пузырька, поэтому возникает большой градиент температуры. Прогрев пара в центральном изотермическом ядре происходит за счет поршневого эффекта. В изотермическом ядре уравнение (6) переходит в приближенное уравнение

$$\frac{d\rho_{VC}}{dt} = \frac{\rho_{VC}}{\gamma p_V} \frac{dp_V}{dt} \quad (14)$$

Индекс “с” означает центральное изотермическое ядро. Уравнение (14) является обычным уравнением адиабаты, и его можно преобразовать к виду

$$dT_{VC} = \frac{T_{VC}}{p_V} \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp_V \quad (15)$$

Выражение (15) определяет прирост температуры в центральном изотермическом ядре  $dT_{VC}$  при малом приращении давления пара  $dp_V$ . Для температуры на поверхности пузырька можно получить аналогичное выражение, используя дифференциальное соотношение Клапейрона–Клаузиуса, которое приблизительно верно на кривой насыщения

$$dT_{VS} = \frac{T_{VS}}{p_V} \frac{R_V T_{VS}}{\psi} dp_V \quad (16)$$

Сравнивая (15) и (16), получаем, что если

$$\frac{R_V T_{VS}}{\psi} > \frac{\gamma - 1}{\gamma},$$

то температура на поверхности пузырька растет сильнее, чем в центре. Введем обозначение

$$\gamma^* = \frac{\psi}{\psi - R_V T_{VS}}.$$

Если для некоторого вещества  $\gamma < \gamma^*$ , то температура при сжатии пузырька будет расти быстрее на поверхности, чем в центре. Соотношение между  $\gamma$  и  $\gamma^*$  определяет форму температурного профиля в паре, показывает, будет ли пар переохлажденным или перегретым во время сжатия пузырька. Ситуация  $\gamma < \gamma^*$  свойственна многим углеводородам вдали от критической точки. Для октана, например, при 30°C  $\psi = 361.6$  кДж/кг,  $R_V = 72.79$  Дж/(кг К),  $\gamma^* = 1.065$ ; при 90°C  $\psi = 327$  кДж/кг,  $\gamma^* = 1.088$ , тогда как показатель адиабаты пара  $\gamma = 1.044$ . Противоположная ситуация наблюдается при сжатии паровых пузырьков в воде. Например, при 30°C для воды  $\psi = 2430$  кДж/кг,  $R_V = 461.9$  Дж/(кг К),  $\gamma^* = 1.061$ , тогда как значение показателя адиабаты  $\gamma \approx 1.27$ .

Отметим еще, что при наличии изотермического ядра, зная температуру на поверхности пузырька, можно определить температуру в центре. Уравнение (14) имеет решение в виде

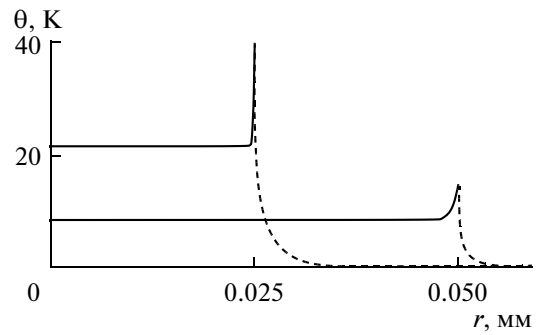


Рис. 5. Профили температуры в паре (сплошная кривая) и в жидкости (штриховая кривая) для случая 5 при сжатии пузырька в 2 и в 4 раза ( $x = 2, x = 4$ ).

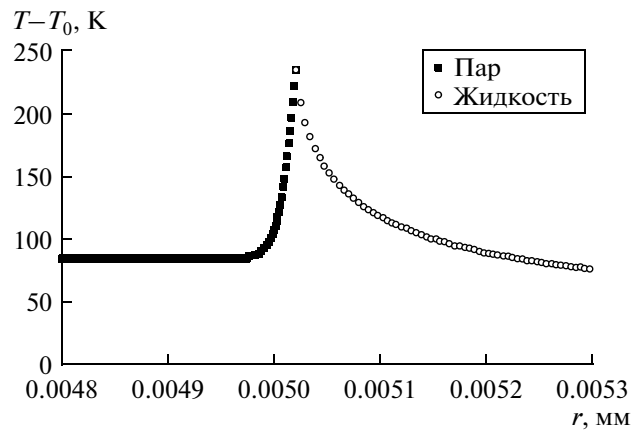


Рис. 6. Профиль температуры в паре и в жидкости около межфазной границы для случая 5 при сжатии пузырька в 19.9 раза. Точками показана температура между узлами расчетной сетки.

$$T_{VC} = T_0 \left( \frac{p_V}{p_{V0}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (17)$$

Зная температуру поверхности, по кривой насыщения и (17) легко найти температуру в центре.

Перейдем к анализу процесса сжатия пузырька с энергетической точки зрения. На рис. 7 показаны основные составляющие интеграла сохранения (12) для случаев 1 и 6. Это случаи с различной начальной температурой – 30°C и 60°C соответственно. Интегральные энергетические параметры плавно изменяются с течением времени, несмотря на резкий рост скорости жидкости, температуры и других величин в конце процесса сжатия. Из рис.67 следует, что основным источником прогрева жидкости является энергия конденсации, а работа внешнего давления уходит на увеличение кинетической энергии жидкости. Кинетическая энергия жидкости затем может идти на увеличение тепловой энергии пара и жидко-

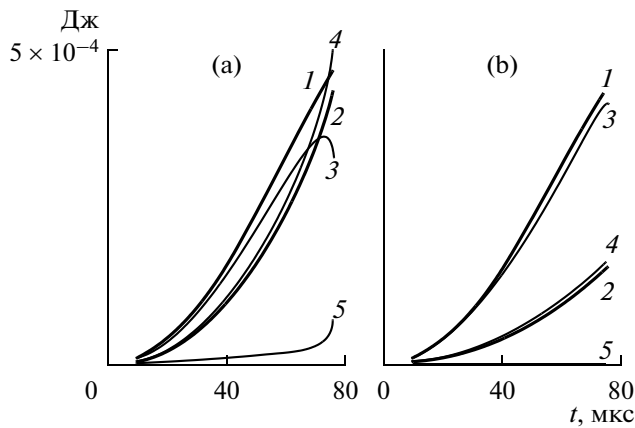


Рис. 7. Составляющие интеграла сохранения (12) для случаев 1 (а) и 6 (б): 1 –  $\Delta A$ , 2 –  $\Delta E_\psi$ , 3 –  $K$ , 4 –  $B_L$ , 5 –  $B_V$ .

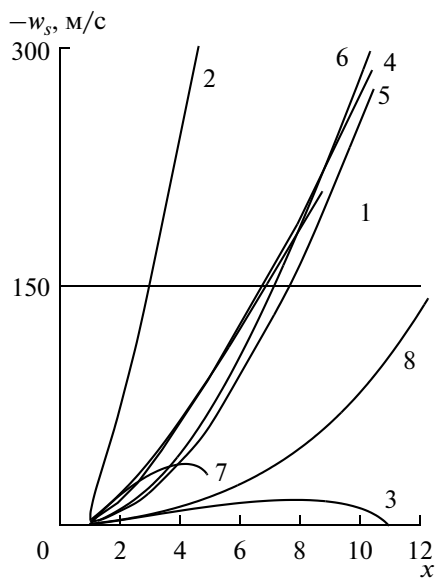


Рис. 8. Скорость пара на границе пузырька для случаев 1–8.

сти, что наблюдается в случае 1. В обоих случаях наибольший прирост внутренней энергии оставшегося в пузырьке пара значительно меньше других компонентов.

Достоверность численного решения контролировалась по точности выполнения энергетического баланса. Энергетическая погрешность рассчитывалась следующим образом:

$$\delta E = \frac{\{\Delta A + \Delta E_\psi\} - \{K + B_L + B_V\}}{\{\Delta A + \Delta E_\psi\}}.$$

В случаях 5 и 8 ( $R_0 = 0.1$  мм) погрешность  $|\delta E|$  достигла нескольких процентов (7% и 4%), во всех остальных расчетах  $|\delta E| < 1\%$ . Можно считать, что точность выполнения энергетического

баланса достаточно высока, а численная реализация математической модели проведена вполне удовлетворительно. Теперь рассмотрим достоверность результатов с точки зрения физических ограничений, заложенных в модели.

#### УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ ОСНОВНЫХ ПРЕДПОЛОЖЕНИЙ МОДЕЛИ

Должны выполняться следующие предположения:

- об идеальности газа и постоянстве теплоемкостей пара и жидкости;
- предположение гомобаричности;
- предположение о несжимаемости жидкости.

1. Насыщенный пар октана можно действительно считать идеальным газом с постоянной теплоемкостью и малым показателем адиабаты, но только вдали от критической точки. В окрестностях критической точки насыщенный пар настолько плотный, что проявляется значительное влияние межмолекулярного взаимодействия. По мере приближения к критической точке изобарическая теплоемкость пара (и жидкости) и параметр  $\gamma = c_p/c_v$  резко возрастают, а скрытая теплота фазового перехода стремится к нулю. Были проведены дополнительные исследования, в ходе которых установлено, что принятые допущения оправданы до температуры порядка  $200^\circ\text{C}$ . Об отклонениях от идеальности системы можно судить по расхождению рассчитанных значений теплоты фазового перехода по (11) от эмпирических данных (рис. 1).

2. В работе [11] показано, что приближение гомобаричности приемлемо, когда роль кинетической энергии пара пренебрежимо мала в энергетических превращениях. С другой стороны можно пользоваться другим критерием гомобаричности [10], согласно которому скорость движения пара должна быть существенно меньше скорости звука в паре. Моделирование показало, что скорость пара внутри пузырька направлена к центру и распределена практически линейно по радиусу. Наибольшая скорость пара достигается около межфазной границы, ее можно определить из

$$w_s = \frac{dR}{dt} + \frac{j}{\rho_{VS}}.$$

Компонент  $j/\rho_{VS}$  при конденсации имеет положительный знак и уменьшает по модулю отрицательную скорость пара по сравнению со скоростью границы  $dR/dt$ . На рис. 8 приведена скорость пара у границы пузырька для рассмотренных случаев. Скорость звука в реальном паре насыщенного октана составляет 130–170 м/с в интервале температуры от  $30^\circ\text{C}$  до  $250^\circ\text{C}$ . Примем, что скорость звука имеет значение 150 м/с. Тогда из рис. 8 можно сделать следующие оценки:

- в случаях 3 ( $\Delta p_0 = 0.1$  бар) и 7 ( $T_0 = 90^\circ\text{C}$ ) скорость пара остается много меньше скорости звука;
- в случае 2 ( $\Delta p_0 = 10$  бар) скорость пара достигает звуковой уже при  $x > 3$ ;
- во всех остальных случаях, кроме случая 8, скорость пара достигает звуковой при  $x > 7$ , а в случае 8 – при  $x > 12$ .

В случае 8 ( $R_0 = 0.1$  мм,  $\Delta p_0 = 1$  бар,  $T_0 = 30^\circ\text{C}$ ) скорость пара на границе существенно отличается, например, от случая 6 ( $R_0 = 1$  мм,  $\Delta p_0 = 1$  бар,  $T_0 = 30^\circ\text{C}$ ), хотя скорость границы  $dR/dt$  в этих случаях практически одинакова. Причиной является значительно меньшая плотность пара при слабом нагреве, поэтому компонент  $j/\rho_V$  в случае 8 много больше, чем в случае 6 (плотность массового потока на конденсацию в этих случаях одного порядка).

Из сказанного выше следует, что предположение гомобаричности оправдано во всех случаях в начале сжатия, а в случаях 3 и 7 предположение верно в течение всего процесса.

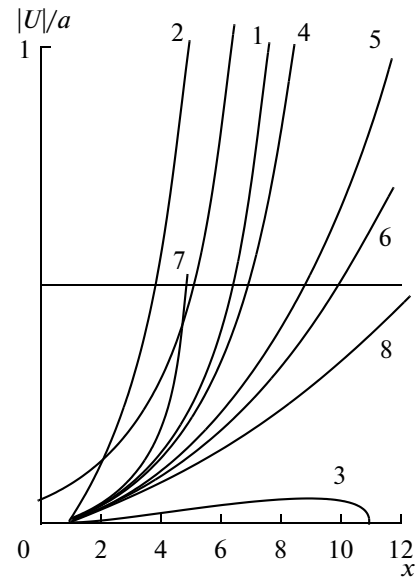
**3.** Предположение о несжимаемости жидкости заложено в уравнение Рэлея–Плессета (1). О его достоверности можно судить по отношению максимальной скорости жидкости, которая достигается на межфазной поверхности, к скорости звука в жидкости. Необходимо учитывать здесь, что скорость звука в жидком насыщенном октане  $a$  существенно зависит от температуры и изменяется приблизительно от 1000 м/с при  $30^\circ\text{C}$  до 200 м/с при  $250^\circ\text{C}$ . На рис. 9 приведено отношение скорости жидкости на межфазной поверхности к скорости звука в насыщенном октане. Из рис. 9 можно заключить следующее:

- в случаях 3 и 7 скорость жидкости остается меньше скорости звука в жидкости;
- раньше всего скорость жидкости, рассчитанная в предположениях данной модели, достигнет звуковой в случае 2 при  $x > 5$ ;
- в случаях 6 и 8 скорость жидкости меньше скорости звука до значительных степеней сжатия ( $x > 12$ ).

Сделаем вывод, что при определенных начальных условиях скорость жидкости остается много меньше скорости звука в жидкости (случаи 3, 7, 8). В этих случаях сжимаемостью жидкости можно пренебречь. Допущение о несжимаемости жидкости всегда верно в начале коллапса пузырька.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическая модель гомобарического парового пузырька, основанная на предположении об однородности давления по объему пара, использована для исследования коллапса пузырька в жидком углеводороде – октане. Особенностью предложенной модели является аккуратное рас-



**Рис. 9.** Отношение скорости жидкости на границе пузырька к скорости звука в жидком насыщенном октане для случаев 1–8.

смотрение тепло- и массообменных процессов в жидкости и паре на начальной стадии сжатия, а также точное выполнение интегрального закона сохранения массы.

В рамках данной модели получено, что существуют начальные условия, при которых может происходить значительный разогрев пузырька, по крайней мере, до критической температуры октана. С другой стороны, сжатие пузырька не всегда вызывает его сильный разогрев. Показано, что в этих случаях теплота конденсации эффективно отводится от поверхности пузырька в более глубокие слои жидкости. С точки зрения достижения высоких температур, важна начальная температура и плотность пара в пузырьке. Когда конденсируется более плотный пар, выделяется большее количество тепла. Кроме того, скорость разогрева пара по мере сжатия пузырька увеличивается с ростом начального радиуса и скачка давления.

В расчетах получено, что при сжатии парового пузырька в октане сильнее всего разогревается пар и жидкость на межфазной границе. В центральных областях пар находится в переохлажденном состоянии под давлением, соответствующим давлению насыщения на межфазной поверхности. В результате имеется возможность для объемной конденсации пара внутри пузырька. Из проведенных ранее исследований известно, что данная ситуация не характерна для сжатия паровых пузырьков в воде. В результате анализа получено условие определяющее форму температурных профилей. Условие показывает, будет ли пар переохлажденным или перегретым во время кол-

лапса. Согласно этому условию можно заключить, что аналогичный вид распределения температуры будет наблюдаться на ранних стадиях сжатия паровых пузырьков во многих жидких углеводородах и других веществах с относительно низким показателем адиабаты пара.

При рассмотрении коллапса пузырька с энергетической точки зрения получено, что основным источником прогрева жидкости является энергия конденсации, а работа внешнего давления уходит на увеличение кинетической энергии жидкости. Кинетическая энергия жидкости затем может идти на увеличение тепловой энергии пара и жидкости.

Проведена оценка границ применимости основных предположений гомобарической модели. Показано, что заложенные предположения выполняются в начале коллапса. Они могут оставаться верными до значительного сжатия пузырьков – в 10 и более раз. Возможны режимы сжатия, при которых математическая модель остается полностью корректной.

Работа подготовлена при поддержке РФФИ (грант 10-08-01236-а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маргулис М.А. Основы звукохимии. Химические реакции в акустических полях. Учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1984. 272 с.
2. Hyunik Yang, Desyatov A.V., Cherkasov S.G., McConnell D.B. On the Fulfillment of the Energy Conservation Law in Mathematical Models of Evolution of Single Spherical Bubble // Int. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 3623.
3. Desyatov A.V., Il'mov D.N., Kubyshkin A.P., Cherkasov S.G. Mathematical Simulation of the Compression Process of a Vapor Bubble at a Pressure Increase in the Surrounding Liquid // J. Eng. Thermophys. 2008. V. 17. № 4. P. 300.
4. Десятов А.В., Ильмов Д.Н., Черкасов С.Г. Численное моделирование разогрева водяного пара в пузырьке при повышении давления в окружающей жидкости // Перспективные энергетические технологии на земле и в космосе. Сб. ст. / Под ред. Коротеева А.С. М.: ЗАО "Светлица", 2008. С. 176.
5. Десятов А.В., Ильмов Д.Н., Черкасов С.Г. Численное моделирование теплофизических и гидродинамических процессов при сжатии парового пузырька // Тепловые процессы в технике. 2010. Т. 2. № 11. С. 488.
6. Десятов А.В., Ильмов Д.Н., Кубышкин А.П., Черкасов С.Г. Математическое моделирование эволюции одиночного сферического парового пузырька на основе гомобарической модели // ТВТ. 2011. Т. 49. № 3. С. 436.
7. Hyunik Yang, Desyatov A.V., Cherkasov S.G., Il'mov D.N., McConnell D.B. Numerical Simulation of Compression of the Single Spherical Vapor Bubble on a Basis of the Uniform Model // Int. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 3615.
8. Десятов А.В., Ильмов Д.Н., Черкасов С.Г. Математическое моделирование эволюции одиночного сферического парового пузырька при его сжатии внешним давлением // ТВТ. 2008. Т. 46. № 1. С. 92.
9. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
10. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. 368 с.
11. Черкасов С.Г. О некоторых особенностях описания тепловых и динамических процессов в газах в приближении гомобаричности // ТВТ. 2010. Т. 48. № 3. С. 444.