Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

М. Семенов, О. Шведов, А. Якута, Избранные задачи Московской физической олимпиады,
Квант, 2013, номер 4, 46–50

https://www.mathnet.ru/kvant1972

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.14.80
11 декабря 2025 г., 06:24:30

Избранные задачи Московской физической олимпиады

Первый теоретический тур

7 класс

1. На прямой в точке A (рис.1) находится пункт отправления робота Кузи, который может перемещаться вдоль прямой от точки A до точки D с одной и той же скоростью v,

Рис. 1

модуль которой равен 0,5 м/с. Программа управления робота позволяет изменять направление скорости Кузи только в точках A, B, C и D, причем $AB = BC = CD = 300$ м. Кроме того, программа предусматривает, что через каждый час Кузя должен возвращаться в точку A. При прохождении точек B, C и D срабатывает замыкающий элемент, который зажигает наградную светодиодную лампочку на корпусе Кузи. Зажженные лампочки горят во все время его движения. Известно, что последовательность прохождения точек, зажигающих наградные лампочки, в каждом часе была различной. Определите количество наград на корпусе Кузи через пять часов после старта из точки A.

Е.Вишнякова

2. В XVI веке мощная буря, прошедшая по Англии в местности Камберленд, вывернула с корнями деревья, и тогда местные пастухи обнаружили в обнажившейся земле под вывернутыми корнями некую темную массу, которую они посчитали углем, поджечь который, однако, не удалось. Это был графит. В дальнейшем из него начали производить тонкие заостренные на конце палочки и использовали их для рисования. Эти палочки были мягкими, пачкали руки и подходили только для рисования, но не для письма. Столяр Каспар Фабер начал с 1761 года свое производство деревянных карандашей, что послужило началом истории фирмы Faber-Castell. Карандаши различаются по твердости грифеля. Грифель карандаша средней твердости имеет плотность 2,1 г/см^3, плотность деревянной оболочки 0,72 г/см^3. Стандартная длина карандаша 17,5 см. Самый простой из всех простых карандашей имеет круглое сечение. Используя приведенный рисунок поперечного сечения такого карандаша на миллиметровой бумаге (рис.2), определите его среднюю плотность.

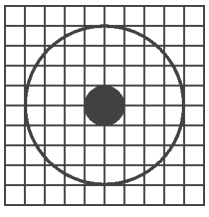
Рис. 2

Е.Вишнякова

3. Расстояние между отметками 35 °С и 42 °С шкалы медицинского ртутного термометра равно 5 см, а в резервуаре термометра хранится 2 г ртути. Оцените по этим данным площадь поперечного сечения капилляра термометра (в квадратных миллиметрах). Известно, что из-за теплового расширения плотность ртути при температуре 42 °С оказывается в 1,00125 раза меньше, чем при температуре 35 °С. Плотность ртути при температуре 35 °С считайте равной 13,6 г/см^3. Тепловым расширением стекла можно пренебречь.

С.Варламов

4. Пин смастерил для смешариков ракету, и им стали доступны космические просторы. Первыми космонавтами стали Крош, Бараш, Ежик, Лосяш и Нюша. Все они были одинаковой массы. Пин строго наказал Нюше следить за весом космонавтов с помощью сложнейшего прибора под названием «ДИНАМОМЕТР». «Запомни, Нюша! – сказал Пин. – Вес тела массой 1 кг на Земле равен 10 Н, на Луне 1,6 Н, а на Марсе 4 Н». Нюша ничего не понимала в динамометрах, но старалась быть ответственной. На Земле она взвесила сразу всех вместе, включая себя, и обнаружила, что пружина динамометра удлинилась на 12,5 сантиметров. Так она и записала в бортовой журнал: «Наш вес на Земле 12,5 сантиметров динамометра». На Луне Нюша сделала следующую запись: «Наш вес уменьшился на 10,5 сантиметров». На Марсе в бортовом журнале Нюша сделала заготовку «Наш общий вес по сравнению с Луной …ился на …см». Однако, взвесив всех, она отвлеклась на марсианский пейзаж и не закончила фразу. Вернувшись на Землю, Нюша получила нагоняй от Пина с угрозой, что больше она никуда не полетит. Пин также отметил: «Хе-хе! Масса-то наших космонавтов не менялась во время полетов!»

Запишите полную фразу Нюши, чтобы она смогла продолжить свои космические путешествия.

Е.Вишнякова

8 класс

1. Велосипедист с постоянной скоростью 15 км/ч курсирует между пунктами A и B, начиная из пункта A. Пешеход курсирует по той же дороге между пунктами A и B, начиная из пункта B, со скоростью 5 км/ч. Расстояние между пунктами A и B равно 10 км. Через какое время у велосипедиста и пешехода произойдет третья встреча на дороге и где, если они начали движение одновременно?

Е.Шель

2. Имеются два сосуда объемом 1 м^3 каждый. В первом сосуде находится 1 кг азота, во втором – смесь азота и 18 г водяного пара. Количества молекул в обоих сосудах одинаковы. Найдите отношение массы содержимого второго сосуда к массе содержимого первого сосуда. Масса молекулы воды составляет 9/14 от массы молекулы азота.

О.Шведов

3. На рисунке 3 изображен легкий жесткий стержень длиной $3a$, к которому на расстоянии a от одного из концов прикреплена невесомая нить, перекинутая через блок. К противоположному концу нити прикреплен груз массой $M = 3$ кг. К концам стер-

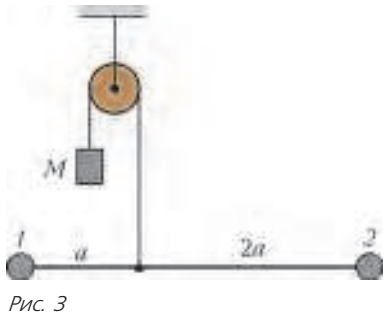

Рис. 3

жня прикреплены грузы *1* и *2*. Найдите массы m_1 и m_2 этих грузов, если система находится в равновесии и трения в оси блока нет.

О.Шведов

4. Школьник Владислав исследует охлаждение воды в стакане на морозе. Владислав заметил, что охлаждение от температуры 91 °С до 89 °С происходит за 3 мин, а от температуры 31 °С до 29 °С – за 6 мин. Чему равна температура окружающей среды? Считайте, что мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур стакана и окружающей среды.

О.Шведов

9 класс

1. Камень, брошенный вертикально вверх с поверхности Земли, через промежуток времени $\tau = 1$ с после начала движения оказался выше забора высотой $h = 4$ м, а еще через этот же промежуток времени τ – ниже этого забора. Какой могла быть начальная скорость камня? В какой момент времени от начала движения могла быть достигнута максимальная высота подъема камня? До какой максимальной высоты мог подняться камень? Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с^2, сопротивление воздуха не учитывайте.

О.Шведов

2. Расстояние между отметками 35 °С и 42 °С шкалы медицинского ртутного термометра равно 5 см, а в резервуаре термометра хранится 2 г ртути. Оцените по этим данным площадь поперечного сечения капилляра термометра (в квадратных миллиметрах). График зависимости объема V ртути от температуры t, выраженной в градусах Цельсия, является прямой линией, изображенной на рисунке 4. При температуре 100 °С объем ртути в 1,018 раза больше объема ртути при 0 °С. Плотность ртути при 0 °С считайте равной 13,6 г/см^3. Тепловым расширением стекла можно пренебречь.

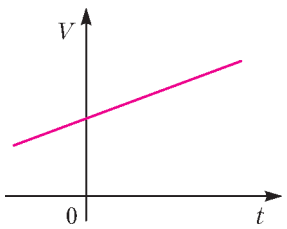

Рис. 4

С.Варламов

3. На рисунке 5 изображен легкий горизонтальный жесткий стержень длиной $3a$, к которому на расстояниях a и $2a$ от одного из концов прикреплены вертикальные нити, перекинутые через блоки. К противоположным концам нитей прикреплены грузы массами m_1 и m_2. К концам стержня прикреплены грузы массами m_3 и m_4. Известно, что $m_1 = 1$ кг и $m_3 = 2$ кг. Какими должны быть массы m_2 и m_4, чтобы система находилась в равновесии?

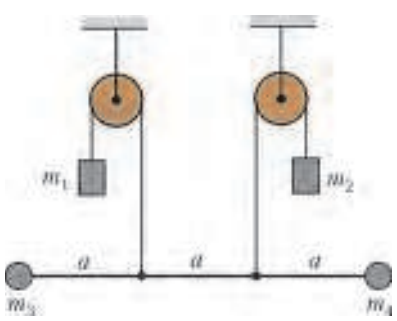

Рис. 5

О.Шведов

4. Школьница Ирина проводила опыты с электрической цепью, схема которой изображена на рисунке 6. Когда Ирина подключила выводы A и B цепи к батарейке и замкнула ключ K, она заметила, что амперметр A_1 показывает значение силы тока $I_1 = 1$ мА, а амперметр A_2 – значение $I_2 = 3$ мА. Какими будут показания амперметров, когда Ирина разомкнет ключ? Приборы считайте идеальными.

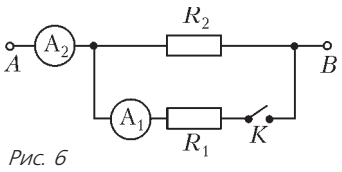

Рис. 6

О.Шведов

10 класс

1. Школьники Владислав и Ярослав стартовали из деревни Липовка в деревню Демушкино: Владислав направился пешком, а Ярослав – спустя $t_1 = 8$ мин на велосипеде. Добравшись до Демушкино, каждый из школьников развернулся и продолжил движение в обратном направлении с прежней скоростью. Ярослав прибыл в Липовку на $t_2 = 32$ мин раньше Владислава. На дистанции школьники встретились два раза, причем обе встречи произошли на одинаковом расстоянии от середины дистанции. Во сколько раз скорость велосипедиста больше скорости пешехода? Сколько времени прошло между встречами?

М.Ромашка

2. Проводя опыты с веревкой, школьник Вася обнаружил, что ее удлинение пропорционально растягивающей силе, причем при силе натяжения $F_0 = 4$ кН удлинение составляет 20% от начальной длины. Вася закрепил концы веревки на стволах двух деревьев, расположенных на расстоянии $L = 20$ м друг от друга на разных берегах реки. Веревка оказалась на высоте $0{,}1L = 2$ м над водой. Груз какой максимальной массы можно прикрепить к середине веревки, чтобы он в положении равновесия не оказался в воде? Решите задачу в двух случаях: а) длина ненатянутой веревки равна L; б) веревка вначале натянута с силой $F_0/3$, т.е. длина ненатянутой веревки меньше L. Размерами груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

С.Варламов, О.Шведов

3. Школьник Владислав исследует охлаждение воды в стакане на морозе. Владислав заметил, что охлаждение от температуры 91 °С до 89 °С происходит за 3 минуты, а от температуры 31 °С до 29 °С – за 6 минут. За какое время будет происходить охлаждение от 11 °С до 9 °С? А от +1 °С до –1 °С? Считайте, что мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур стакана и окружающей среды. Удельные теплоемкости воды и льда составляют 4,2 кДж/(кг · °С) и 2,1 кДж/(кг · °С) соответственно, удельная теплота плавления льда 336 кДж/кг. Теплоемкостью стакана пренебречь.

О.Шведов

4. Оцените температуру в центре Солнца. Считайте, что плотность вещества Солнца постоянна, а в центре Солнца атомы водорода полностью распадаются на протоны и электроны, образуя плазму с молярной массой $M = 0{,}5$ г/моль, для которой можно использовать уравнение идеального газа. Первая космическая скорость для Солнца (скорость движения спутника вблизи поверхности Солнца) составляет $v = 400$ км/с. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль · К).

О.Шведов

5. В трех вершинах равностороннего треугольника ABC разместили электрические заряды: в вершинах A и B – закрепленные электрические заряды $+q$ и $-q$ соответственно, в вершине C – незакрепленный электрический заряд $+q_1$. Укажите, в какой точке D плоскости ABC надо разместить еще один электрический заряд $+q$, чтобы находящийся в точке C электрический заряд $+q_1$ находился в равновесии?

О.Шведов

11 класс

1. Круизные лайнеры «Первый» и «Второй» плывут равномерно и прямолинейно. Угол между их курсами $\alpha = 60°$, скорость «Первого» $v_1 = 35$ км/ч, скорость «Второго» $v_2 = 31{,}6$ км/ч (рис.7). С лайнера «Первый» с временны́м интервалом в несколько часов отплывают два катера, которые, двигаясь с постоянной одинаковой скоростью, перпендикулярной курсу «Первого», точно приплывают ко «Второму». Определите скорость u катера.

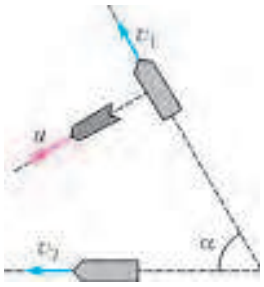

Рис. 7

Г.Гайдуков, И.Горбатый

2. Гантель, состоящая из двух шариков массами m и $2m$ и легкого стержня длиной L, поставлена вертикально на гладкую горизонтальную поверхность более массивным шариком вниз. После небольшого толчка нижний шарик гантели начинает двигаться по горизонтальной поверхности, а верхний – двигаться в пространстве. Найдите модули скоростей v_1 и v_2 шариков в зависимости от синуса угла наклона β гантели к горизонту. Ускорение свободного падения равно g.

О.Шведов

3. Идеальный газ сначала изотермически расширяют, затем охлаждают при постоянном объеме, пока его температура (в кельвинах) не уменьшится в два раза, после чего газ изотермически сжимают до первоначального объема и, наконец, завершая циклический процесс, изохорно возвращают в исходное состояние, сообщая такое же количество теплоты, что и при изотермическом расширении. Определите КПД этого цикла.

И.Горбатый

4. Найдите модуль электростатической силы, действующей на точечный заряд Q в бесконечной системе точечных зарядов, изображенной на рисунке 8. Все заряды закреплены в вакууме на одной прямой, имеют один и тот же знак, расстояния между соседними зарядами одинаковы и равны a.

Рис. 8

А.Якута

5. Заряженный конденсатор емкостью C, электростатическая энергия которого равна W, начинает разряжаться через две соединенные параллельно катушки индуктивностями L и $2L$. Какой будет максимальная энергия катушки индуктивностью L в процессе возникающих колебаний? Сопротивлением электрической цепи пренебречь.

Е.Никанорова

Второй теоретический тур

8 класс

1. Оцените, с какой скоростью растет «хвост» автомобильной пробки, образовавшейся из-за резкого снижения скорости на некотором участке дороги. До пробки автомобили движутся однородным потоком со скоростью 50 км/ч со средней плотностью 20 автомобилей на 1 км пути. В пробке скорость автомобилей снижается до 5 км/ч, и движутся они почти вплотную друг к другу со средней плотностью 125 автомобилей на 1 км пути.

И.Горбатый

2. Имеются две системы блоков, изображенные на рисунке 9. Блоки соединены легкими нерастяжимыми нитями. В каждой системе блоков есть динамометр, закрепленный между соответствующими участками нитей (динамометры в системах одинаковые). Груз *1* имеет массу $m_1 = 200$ г. Груз *2* представляет собой сосуд, наполненный водой, его суммарная масса $m_{02} = 800$ г. В сосуде имеется отверстие, изначально закрытое пробкой. Если ее вытащить, то через отверстие вода будет вытекать тонкой струйкой со скоростью $v = 25$ мл/мин. Определите, через сколько минут после того, как вытащили пробку, показания динамометров будут одинаковыми. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.

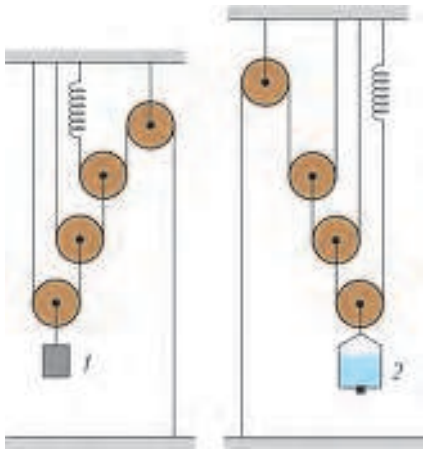

Рис. 9

Е.Вишнякова

3. Из одинаковых кубиков строят объемную пирамидку из 10-ти рядов, верхние три ряда которой изображены на рисунке 10 (вид сверху). Кубики жестко скреплены между собой. Если эту пирамидку опустить в сосуд с бензином, плотность которого $\rho_1 = 0{,}8$ г/см^3, то она будет плавать, погружаясь в бензин ровно на 3 нижних ряда. Определите плотность жидкости, в которой эта пирамидка будет плавать, погружаясь ровно на 1 нижний ряд.

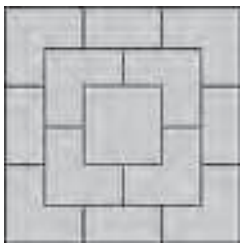
Рис. 10

Е.Вишнякова

4. По счастливой случайности отличнику Грише и первой красавице Арише выпало вместе делать лабораторную работу по физике. В работе требовалось поместить капсулу со снегом в нагреваемый калориметр и построить график зависимости температуры капсулы от времени. Гриша аккуратно включил печь, поместил 0,5 кг снега в калориметр и ровно в 9:00 по московскому времени начал измерения. «Скучно», – примерно через минуту подумала Ариша и подсыпала

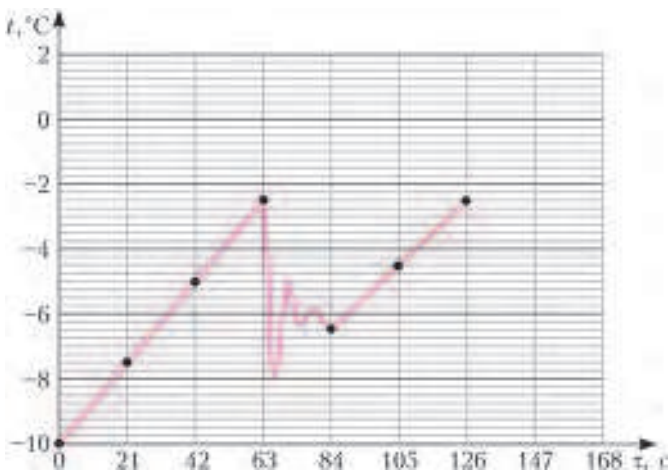

Рис. 11

немного снега в калориметр. Гриша в ужасе смотрел на график (рис.11) и печально думал: «Красота требует жертв…» Используя график, определите мощность печи и массу добавленного Аришей снега. Удельная теплоемкость снега $c = 2{,}1$ кДж/(кг · °С).

Е.Вишнякова

9 класс

1. Рабочий катит катушку с канатом вверх по плоской горке, образующей угол $\alpha \approx 6°$ с горизонтом, одновременно разматывая канат (рис.12). Внешний радиус катушки R = 60 см, внутренний r = 40 см, а масса катушки с канатом m = 100 кг. Катушка катится без проскальзывания и делает один полный оборот за время t = 4 с, причем ее центр движется равномерно. С какой скоростью идет рабочий? Какой выигрыш в силе он получает при таком подъеме? С какой силой он тянет за конец каната? Какую полезную мощность он развивает? Массой размотанного участка каната пренебречь, считать $\sin 6° \approx 0{,}10$.

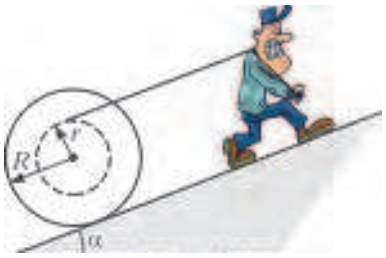

Рис. 12

М.Ромашка

2. У школьника Вовы есть три кубика разных размеров. Длина ребра первого кубика l = 10 см, второго $2l$ = 20 см, а третьего $3l$ = 30 см. Вова поставил кубики один на другой так, как показано на рисунке 13, погрузил в воду и отпустил. При установившемся равновесии самый большой кубик полностью погрузился в воду, а два других находились над водой. Кубики однородны и сделаны из одного и того же материала.

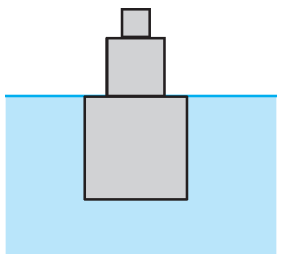
Рис. 13

а) Определите плотность этого материала, если известно, что плотность воды 1000 кг/м^3.

б) Вова хочет погрузить в воду два кубика (маленький и средний). Определите, где будет находиться граница раздела кубиков: над водой, под водой или точно на уровне воды. Если над водой или под водой, то вычислите, на каком расстоянии от поверхности воды окажется граница раздела кубиков.

М.Ромашка

3. По счастливой случайности отличнику Грише и первой красавице Арише выпало вместе делать лабораторную работу по физике. В работе требовалось поместить капсулу со снегом в нагреваемый калориметр и извлечь ее точно в тот момент, когда весь снег растает, а температура образовавшейся воды все еще будет равна 0 °С. Гриша аккуратно рассчитал точное время начала и завершения измерений, включил печь, поместил 0,5 кг снега в калориметр и ровно в 9:00 по московскому времени начал измерения. «Скучно», – примерно через минуту подумала Ариша и подсыпала немного снега в калориметр. Гриша в ужасе смотрел на график (см. рис.11) и печально думал «Красота требует жертв…» Используя график, определите, каково теперь должно быть точное московское время извлечения капсулы из калориметра, чтобы выполнить условия лабораторной работы. У снега удельная теплота плавления λ = 330 кДж/кг, а удельная теплоемкость c = 2,1 кДж/(кг · °С).

Е.Вишнякова

4. Система, изображенная на рисунке 14, состоит из резисторов двух типов, с сопротивлениями $R = 2r$ = 200 Ом и r = 100 Ом, источника постоянного напряжения U = 9 В и шести перемычек (проводов, сопротивлением которых можно пренебречь). Найдите силы токов через все резисторы, перемычки и источник напряжения.

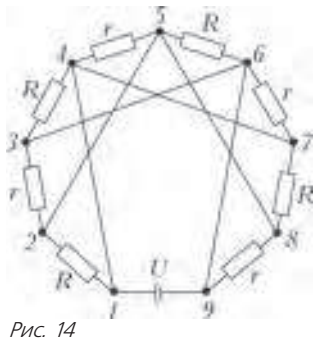

Рис. 14

М.Ромашка

10 класс

1. На лабораторной работе по физике отличнику Грише и красавице Арише с помощью системы блоков, изображенной на рисунке 15, требовалось измерить массу воды, налитой в сосуд, который сам был нелегким. К одной из нитей Гриша прикрепил динамометр, жесткость пружины которого была известна и составляла 1000 Н/м. Гриша налил воды в сосуд и аккуратно измерил удлинение пружины. В этот момент Ариша случайно задела небольшую пробку в дне сосуда и, вооружившись тряпкой, стала ликвидировать растекающуюся по столу воду. Гришу же заинтересовало совсем другое явление – он стал записывать значения удлинения пружины, поглядывая на часы. Используя график, получившийся у ребят (рис.16), определите, сколько граммов воды в секунду вытекало из сосуда.

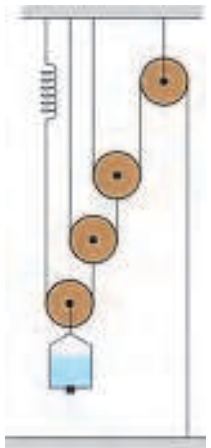
Рис. 15

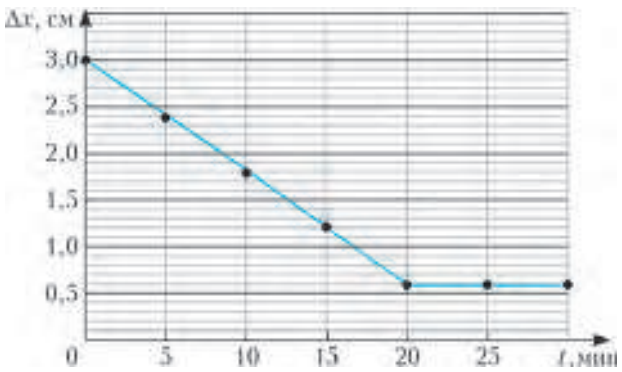

Рис. 16

Е.Вишнякова

2. Два маленьких шарика *1* и *2*, масса каждого из которых m, соединены невесомым стержнем длиной L (рис.17). Первый шарик шарнирно закреплен в точке O, а второй шарик совершает колебания в вертикальной плоскости. В один из моментов, когда стержень был вертикален, верхний шарик освободили из крепления. Когда угол между стержнем и вертикалью оказался равным $\beta > 0$, шарик *2* приблизился к прямой AB на минимальное рас-

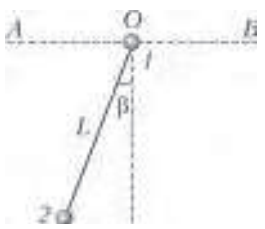

Рис. 17

стояние. С какой скоростью двигался шарик *2* в момент освобождения шарика *1*? Сопротивлением воздуха пренебречь.

М.Ромашка

3. Отопление на даче работает на природном газе – метане CH_4, который сжигается в воздухе, соединяясь с кислородом O_2. Из трубы дома в атмосферу выходят продукты сгорания: вода H_2O и углекислый газ CO_2, а попутно с ними – не участвовавший в горении азот; кислорода нет совсем. Температура на выходе из трубы составляет 100 °С. Найдите относительную влажность смеси газов, выходящих из трубы. Считайте, что в атмосферном воздухе на каждую молекулу кислорода приходятся 4 молекулы азота, а наличием других газов можно пренебречь.

С.Варламов

4. Система, изображенная на рисунке 18, состоит из восьми одинаковых параллельных металлических пластин площадью S каждая. Расстояние между соседними пластинами d. Промежутки между некоторыми пластинами заполнены диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε, и пластины соединены друг с другом проволочными перемычками. Найдите емкость C_{AB} получившейся системы конденсаторов.

М.Ромашка

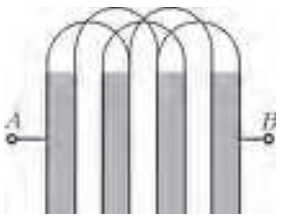

Рис. 18

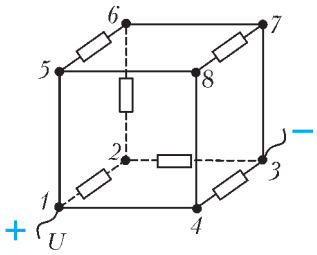

Рис. 19

5. В шесть ребер куба впаяны одинаковые резисторы сопротивлением R каждый, как показано на рисунке 19. Сопротивления перемычек в остальных ребрах одинаковы и очень малы. Источник напряжения U подключен к выводам *1* и *3* куба. Найдите токи, текущие через ребра куба, и общее сопротивление куба.

М.Замятнин

11 класс

1. «Хула-хуп» – это обруч, который девушки крутят на талии, а спортсменки проделывают с ним и другие «фокусы». Например, закручивают его в вертикальной плоскости и толкают от себя по горизонтали, после чего вращающийся обруч, проскальзывая по полу, отъезжает от них на некоторое расстояние и возвращается обратно. Пусть обруч радиусом R в момент толчка закручен вокруг горизонтальной оси до угловой скорости ω_0 и ему придали скорость, равную v_0 и направленную вдоль пола перпендикулярно оси вращения (рис.20). Коэффициент трения обруча об пол равен μ.

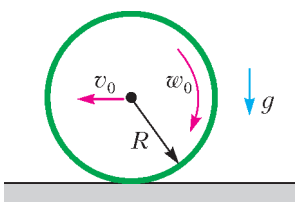

Рис. 20

1) На какое максимальное расстояние в направлении начальной скорости удалится обруч от начальной точки?

2) Какова будет его угловая скорость в момент остановки?

3) С какой скоростью он будет катиться после окончания проскальзывания по полу?

4) Как связаны v_0 и ω_0, если проскальзывание прекращается в момент возврата в исходную точку?

М.Семенов

2. На длинном горизонтальном столе лежит груз *1* массой m, к которому привязана легкая нерастяжимая нить (рис.21). Эта нить перекинута через установленный на краю стола невесомый блок, который может вращаться без трения, и ко второму концу нити прикреплен такой же груз *2*. Сначала груз *1* удерживают неподвижно так, что груз *2* свободно висит на нити, а затем груз *1* отпускают без начальной скорости. При движении системы на груз *1* действует сила сухого трения, причем коэффициент трения скольжения зависит от координаты x груза *1* по закону $\mu(x) = kx$ (координата x отсчитывается от начального положения груза *1*).

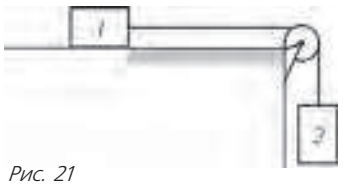

Рис. 21

1) Какой путь пройдет груз *1* после отпускания?

2) Какую максимальную скорость будут иметь грузы в процессе движения этой системы?

3) Найдите максимальное значение модуля силы натяжения нити в процессе движения этой системы.

4) Изобразите график зависимости проекции ускорения груза *1* на направление его движения от координаты x и график зависимости модуля силы натяжения нити от времени.

А.Якута

3. На рисунке 22 показана вольт-амперная характеристика источника напряжения. Если сила тока в подключенной к источнику цепи меньше I_0 = 1 А, то напряжение на клеммах источника равно U_0 = 10 В. Если же сила тока в цепи превышает величину I_0, то в источнике срабатывает защита от перегрузки и напряжение U на его клеммах начинает убывать с ростом силы тока I по линейному закону, пока при силе тока $2I_0$ (ток короткого замыкания) напряжение U не обратится в ноль. К клеммам этого источника подключили цепь, состоящую из последовательно соединенных резистора сопротивлением R_0 = 15 Ом и незаряженного конденсатора. К моменту, когда конденсатор полностью зарядился, в резисторе выделилось количество теплоты Q_0 = 12 мкДж. Затем цепь отсоединили от источника, разрядили конденсатор, заменили резистор на другой, сопротивлением R_1 = = 5 Ом, и вновь подключили цепь к клеммам источника.

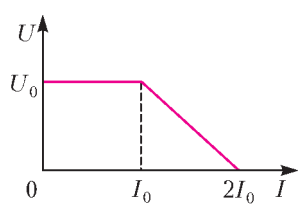

Рис. 22

1) Чему равна максимальная сила тока, протекающего в цепях с резисторами сопротивлениями R_0 и R_1?

2) Чему равна емкость включенного в цепь конденсатора?

3) Какое количество теплоты выделится в резисторе сопротивлением R_1 к моменту полной зарядки конденсатора?

А.Якута

Публикацию подготовили
М.Семенов, О.Шведов, А.Якута