

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. М. Мацевитый, А. В. Мултановский, Идентификация параметров теплообмена методом оптимальной динамической фильтрации, *ТВТ*, 1979, том 17, выпуск 5, 1053–1060

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 44.211.24.175

9 ноября 2024 г., 13:26:07



УДК 536.532:681.34

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛООБМЕНА МЕТОДОМ ОПТИМАЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Мацевитый Ю. М., Мултановский А. В.

Предлагается итерационная модификация фильтра Калмана для идентификации параметров теплообмена и уточнения температур в отдельных точках тела по известным результатам моделирования температурного поля на аналоговых устройствах. Алгоритм итерационного фильтра претерпевает при этом лишь незначительные изменения. Подобный подход к решению обратной задачи теплопроводности имеет определенные преимущества в связи с созданием гибридных систем, включающих аналоговые и цифровые процессоры.

При решении физических задач часто возникает необходимость в определении коэффициентов или граничных условий для дифференциальных уравнений по известным (например, из эксперимента) величинам некоторых компонент, входящих в рассматриваемые уравнения. Такие задачи обычно называют обратными задачами математической физики [1]. Иногда обратные задачи, связанные с определением параметров дифференциального уравнения по заданным входному и выходному сигналам, называют задачами идентификации [2].

Целый ряд обратных задач сводится к решению матричного уравнения вида $AX=U$ относительно вектора X . Решение этого уравнения непосредственным обращением матрицы A обычно не обладает устойчивостью к малым изменениям исходных данных U , которые оказываются искаженными случайными воздействиями (возмущениями, ошибками). Представляет интерес применение в этом случае статистических методов обработки информации, которые фильтруют влияние помех.

Решение обратных задач теплопроводности охватывает широкий круг вопросов [3, 4]. Рассмотрим собственно обратную задачу по идентификации граничных условий теплообмена при известных математической модели, теплофизических характеристиках и некоторых данных о температурном поле, причем в несколько необычной постановке, когда исследуется нестационарный процесс без информации о начальном распределении температуры. Подобно другим авторам (например, [5]) из большого числа методов статистической обработки информации для решения обратной задачи теплопроводности мы выбрали рекуррентную процедуру оптимального динамического фильтра Калмана [6].

В данной работе предлагаются различные приемы, увеличивающие чувствительность исходной схемы фильтра к вновь поступающей информации, а также модификации фильтра, позволяющие на каждом шаге получить максимально возможное приближение оценочных значений вектора состояния к его действительным значениям. При этом оценивается расширенный вектор состояния, включающий в себя не только вектор температурного поля, но и все другие идентифицируемые параметры.

Дискретная форма оптимального фильтра позволяет в качестве исходных уравнений использовать конечно-разностную аппроксимацию урав-

нения теплопроводности. При этом специфика решения обратной задачи теплопроводности (оценивание вектора состояния, представляющего собой совокупность разнохарактерных компонент) требует использования в качестве исходных двух форм конечно-разностных уравнений

$$A[T(\tau_{k-1})]X(\tau_k) = C[T(\tau_{k-1})]X(\tau_{k-1}) + B[T(\tau_{k-1})]U(\tau_k) + G(\tau_k)W(\tau_k), \quad (1)$$

$$A_1[X(\tau_{k-1})]T(\tau_k) = C_1[X(\tau_{k-1})]T(\tau_{k-1}) + B_1[X(\tau_{k-1})]U^1(\tau_k) + G_1(\tau_k)W(\tau_k). \quad (2)$$

Полная математическая модель содержит, кроме того, уравнение относительно идентифицируемого параметра α

$$\alpha = f(\tau). \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3) $X[m \times 1]$ – расширенный вектор состояния, включающий в себя вектор поля температур $T[(m-l) \times 1]$ и вектор идентифицируемых параметров $\alpha[l \times 1]$; $U[(r-l) \times 1]$ и $U^1[r \times 1]$ – векторы управлений; $W[p \times 1]$ – вектор помех на входе системы; $A[m \times m]$, $A_1[(m-l) \times (m-l)]$, $B[m \times (r-l)]$, $B_1[(m-l) \times r]$, $C[m \times m]$, $C_1[(m-l) \times (m-l)]$, $G[m \times p]$, $G_1[(m-l) \times p]$ – нелинейные нестационарные матрицы коэффициентов.

Путем несложных преобразований эти уравнения можно свести к исходным уравнениям дискретного оптимального фильтра Калмана

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1, k} X_k + F_{k+1, k} U_k + G_{k+1, k} W_k, \quad (4)$$

$$T_{k+1} = \Phi_{k+1, k}^1 T_k + F_{k+1, k}^1 U_k^1 + G_{k+1, k}^1 W_k, \quad (5)$$

где $\Phi_{k+1, k} [m \times m]$, $\Phi_{k+1, k}^1 [(m-l) \times (m-l)]$, $F_{k+1, k} [m \times (r-l)]$, $F_{k+1, k}^1 [(m-l) \times r]$, $G_{k+1, k} [m \times p]$, $G_{k+1, k}^1 [(m-l) \times p]$ – переходные матрицы, причем матрицы $\Phi_{k+1, k}^1$, $F_{k+1, k}^1$ и $G_{k+1, k}^1$ включают в себя идентифицируемый параметр α .

Запишем алгоритм фильтра, приведенный к виду, соответствующему обратным задачам теплопроводности [7]

$$\hat{X}_{k+1/k+1} = \hat{X}_{k+1/k} + k_{k+1} [\tilde{Y}_{k+1} - H_{k+1} \hat{X}_{k+1/k}], \quad (6)$$

$$\hat{X}_{k+1/k} \begin{cases} \hat{T}_{k+1/k} = \Phi_{k+1, k}^1 \hat{T}_{k/k} + F_{k+1, k}^1 U_k^1, \\ \hat{\alpha}_{k+1/k} = f(\tau_k), \end{cases} \quad (7)$$

$$\hat{\alpha}_{k+1/k} = f(\tau_k), \quad (8)$$

$$k_{k+1} = P_{k+1/k} H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}, \quad (9)$$

$$P_{k+1/k} = \Phi_{k+1, k} P_{k/k} \Phi_{k+1, k}^1 + G_{k+1, k} Q_k G_{k+1, k}^T, \quad (10)$$

$$P_{k/k} = (I - k_k H_k) P_{k/k-1} (I - k_k H_k)^T + k_k R_k k_k^T. \quad (11)$$

Здесь $\hat{X}_{k+1/k+1}$ – оценка вектора состояния, получаемая в каждый момент времени $k+1$ сложением экстраполированной предыдущей оптимальной оценки ($\hat{X}_{k+1/k}$) и взвешенной разности между вектором реальных измерений $\tilde{Y}_{k+1} [n \times 1]$ и экстраполированной оценки вектора измерений $H_{k+1} \hat{X}_{k+1/k}$. Здесь $H_{k+1} [n \times m]$ – нестационарная матрица измерений; $k_{k+1} [m \times n]$ – весовая матрица, определяемая из условия минимума среднеквадратичной ошибки оценки вектора состояния; $P_{k+1/k} [m \times m]$, $P_{k/k} [m \times m]$ – ковариационные матрицы ошибок прогноза вектора состоя-

ния и ошибок оценок вектора состояния; $R_{k+1}[n \times n]$, $Q_k[p \times p]$ — ковариационные матрицы случайных процессов распределения ошибок измерений и помех на входе системы, статистические характеристики которых определяются белым гауссовским шумом; $I[m \times m]$ — единичная матрица.

От обычного [6] алгоритм (6) — (11) отличается уравнениями для определения вектора прогноза оценки состояния, а также переходными матрицами. В процессе решения параллельно с идентификацией граничных условий реконструируется температурное поле объекта.

Одной из важных проблем теории фильтрации является качество фильтра, под которым мы понимаем его устойчивость, сходимость, чувствительность к вновь поступающим измерениям и т. п. На эти характеристики оказывает влияние поведение нормы ковариационной матрицы ошибок оценок, которая так же, как и норма матрицы весов, является монотонно убывающей функцией числа измерений. Это, естественно, приводит к уменьшению корректирующего влияния вновь поступающих измерений. Кроме того, уменьшаясь, норма ковариационной матрицы становится одного порядка с шумами системы, что может привести к вырождению ковариационной матрицы, а следовательно, к нарушению устойчивости и сходимости [8]. Особое значение вопросы качества фильтра приобретают при решении обратных задач теплопроводности из-за длительности процесса оценивания и неоднородности идентифицируемого расширенного вектора состояния.

Качество фильтра можно оценивать разными способами. В частности, можно ввести скалярный коэффициент I_{k+1} , представляющий собой квадратичную форму предсказанных ошибок измерений. Нами было определено пороговое значение этого коэффициента, сравнение с которым его текущих значений дает возможность управлять процессом решения, воздействуя на ковариационную матрицу $P_{k+1/h}$. Эти вопросы освещены в [7, 9—11]. Более высоким качеством отличаются некоторые модификации фильтра Калмана, в частности, модификация, названная нами «итерационным фильтром» [11], которая позволяет на каждом временном шаге получить максимально возможное приближение оценочных значений к эталонным за счет многократного использования соотношений обычного фильтра в пределах одного шага. Благодаря этому существенно возрастает точность получаемых результатов.

Одним из главных преимуществ этой модификации фильтра является стабилизирующее воздействие итерационного алгоритма при исследовании некорректно поставленных обратных задач, решения которых неустойчивы к малым измерениям исходных данных [1]. Это достигается за счет того, что в пределах каждой итерации уточняются переходные матрицы, ковариационная матрица $P_{k+1/h}$ и весовая матрица K_{k+1} . При этом как внутри временного шага, так и при переходе от шага к шагу используются уравнения (6) — (10), а в качестве $\hat{T}_{h/h}$ выбирается результат последней итерации предыдущего временного шага. После окончания итерационного процесса определяется ковариационная матрица уточненной ошибки оценки $P_{h/h}$.

Наиболее сложным оказывается выбор вида зависимости (8), которая в случае итерационного фильтра (и в этом его преимущество) может быть заменена внутри шага уравнением

$$\hat{\alpha}_{k+1/h+1}^{(j/j-1)} = \hat{\alpha}_{k+1/h+1}^{(j-1)}, \quad (12)$$

а при переходе к следующему временному шагу аналогичным ему уравнением

$$\hat{\alpha}_{k+1/h} = \hat{\alpha}_{h/h}^{(j)}. \quad (13)$$

В уравнениях (12), (13) индексы j и $j-1$ — номера итераций; $j/j-1$ — прогноз с $j-1$ -й на j -ю итерацию.

Итерационная модификация фильтра не исключает возможности использования других способов улучшения качества фильтра. В частности, для ускорения сходимости итерационного процесса может быть применен упомянутый выше метод управления качеством фильтра, основанный на вычислении скалярного коэффициента I_{k+1} . Примеры, иллюстрирующие изложенную методику, рассмотрены нами в ряде работ [10, 11]. Там же проведено практическое исследование устойчивости получаемых решений, а также сравнение различных модификаций фильтра (с приемами улучшения качества фильтра и без них). Помимо указанных выше преимуществ итерационный фильтр обладает также другими положительными свойствами. Это инвариантность к различным задачам теплопроводности (линейные — нелинейные, одномерные — многомерные, прямые — обратные), отсутствие жестких требований к точности поступающих измерений и удобство реализации решения нестационарных задач на ЭЦВМ (в силу рекуррентности и дискретности процедуры).

Кроме того, в отличие от некоторых других методов, которые имеют определенный порог чувствительности к изменению входной информации, предлагаемая методика дает возможность уточнять значения идентифицируемых параметров, искусственно увеличивая влияние очередных измерений на получаемые оценки.

К недостаткам применяемого подхода относятся чувствительность к аномальным измерениям (общая для всех рекуррентных методов) и необходимость большого объема памяти и высокого быстродействия вычислительных средств.

Для снижения требований к объему памяти и быстродействию ЭЦВМ представляет интерес постановка задачи, предполагающая использование некоторой априорной (пусть и недостаточно точной) информации о температурном поле исследуемого объекта, полученной другими методами, например, моделированием на аналоговых устройствах. Такой подход к решению задач теплопроводности приобретает особое значение в связи с наметившейся тенденцией создания для решения задач теории поля гибридных систем, включающих как аналоговые, так и цифровые процессоры [12].

Поскольку, как правило, на идентифицируемые параметры α преобладающее влияние оказывают вполне определенные зоны температурного поля объекта, при новой постановке задачи, учитывающей априорную информацию о всем температурном поле, уточнению подлежат температуры не во всех, а лишь в отдельных точках тела, непосредственно влияющих на идентификацию граничных условий. Назовем их «идентифицируемыми температурами».

Об идентифицируемом параметре α может также быть получена априорная информация, например, из решения обратной задачи теплопроводности на аналоговых устройствах [4].

По-видимому, оптимальной для решения обратной задачи теплопроводности в такой постановке является итерационная модификация фильтра. При этом алгоритм итерационного фильтра остается прежним; изменения затрагивают уравнения (1), (2), которые преобразуются к виду

$$A^1[T_1(\tau_{k-1})]X_1(\tau_k) = C^1[T_1(\tau_{k-1})]X_1(\tau_{k-1}) + B^1[T_1(\tau_{k-1})]U_1(\tau_k) + G^1(\tau_k)W(\tau_k), \quad (14)$$

$$A_1^1[X_1(\tau_{k-1})]T_1(\tau_k) = C_1^1[X_1(\tau_{k-1})]T_1(\tau_{k-1}) + B_1^1[X_1(\tau_{k-1})]U_1^1(\tau_k) + G_1^1(\tau_k)W(\tau_k). \quad (15)$$

Здесь оцениваемый вектор состояния X_1 включает (помимо идентифицируемого параметра α) температуры T_1 лишь в некоторых определенных исследователем точках.

Априорная информация о температуре в остальных точках вместе с соответствующими элементами матрицы A переводятся в соответствующие векторы управлений U_1 и U_1^1 . Например, j -й элемент вектора управлений U_1^1 , которому соответствуют l -й, m -й и n -й элементы матрицы A , имеет вид

$$U_1^1[j] = -(A[j, l]T[l] + A[j, m]T[m] + A[j, n]T[n]). \quad (16)$$

Этот и подобные ему компоненты векторов управлений в процессе решения не уточняются, оставаясь неизменными в пределах одного временного шага. В то же время матрицы, входящие в выражения (14), (15),

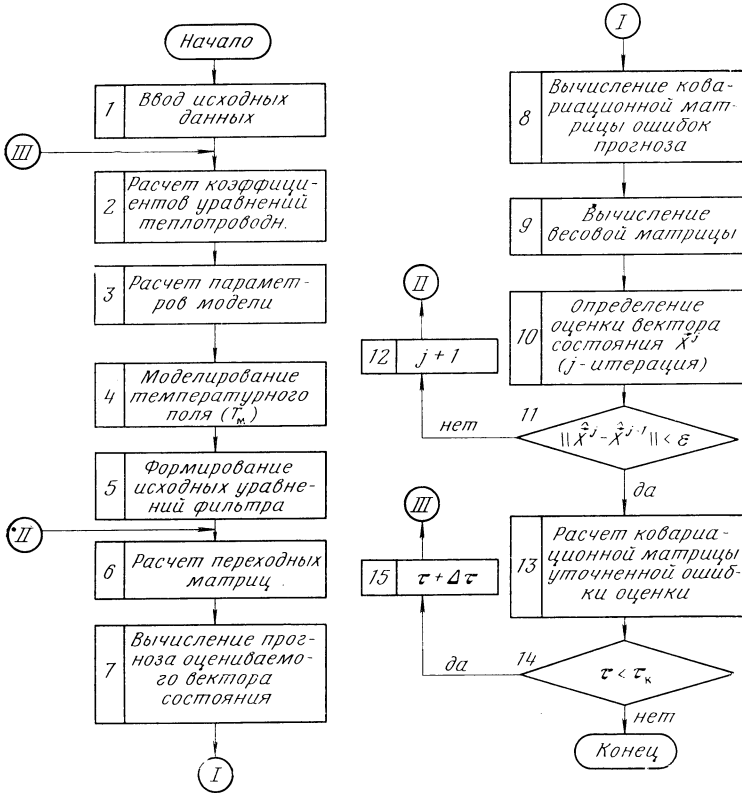


Рис. 1. Блок-схема алгоритма решения задачи

так же как и элементы вектора управлений, включающие идентифицируемый параметр α , уточняются при переходе от одного временного шага к другому и от итерации к итерации. Поэтому целесообразно внутри итерационного процесса вместо априорных значений идентифицируемых параметров и температур подставлять их оценки. Например, элемент вектора управлений будет иметь вид

$$\{U_1^1[i]\}_k^j = \sigma_{k/r}^{j-1} [i] \times \{T_c\}_k, \quad (17)$$

где i — номер компоненты вектора U_1^1 ; j — номер итераций; k — временной шаг; T_c — температура среды.

Предложенный метод позволяет значительно снизить порядок всех входящих в фильтр матриц и векторов и оценить при этом значения температур в интересующих исследователя точек тела.

Эффективность изложенной методики возрастает, если решение производится на гибридной системе типа упомянутого выше [12] аналого-цифрового вычислительного комплекса (блок 4 на рис. 1 включает операции, осуществляемые на аналоговом процессоре, остальные блоки относятся к работе ЭЦВМ). Поскольку новая постановка задачи не предъявляет по-

вышенных требований к объему памяти и быстродействию цифровой части комплекса и алгоритм фильтра включает сравнительно узкий круг повторяющихся операций, ЭЦВМ в составе гибридной системы может быть заменена специализированным цифровым процессором.

В качестве примера, иллюстрирующего изложенную методику, рассмотрим задачу идентификации коэффициента теплодачи α у внутренней поверхности внутреннего корпуса цилиндра высокого давления паровой турбины К-300-240 Харьковского турбинного завода в режиме пуска, несколько отличном от реальных режимов (задано более интенсивное изменение теплового состояния корпуса).

Поскольку задача представляет чисто методический интерес, вначале определялось температурное поле корпуса при заданных граничных условиях (прямая задача), затем выбирались несколько характерных точек, в которых температуры, полученные при решении прямой задачи, искусственно «зашумлялись» белым гауссовским шумом, чем достигалась имитация температурных измерений в этих точках. Температуры в этих точках использовались при решении обратной задачи теплопроводности методом моделирования, в результате чего определялись коэффициенты теплоотдачи и температуры внутри элементов корпуса. Полученные таким образом температуры в точках, примыкающих к точкам с идентифицируемой температурой, использовались для формирования вектора управления.

Дискретная модель исследуемого элемента и граничные условия теплообмена, используемые при решении прямой задачи, приведены на рис. 2. Идентифицировался коэффициент теплообмена $\alpha(\tau)$ и температуры в узлах 15, 16, 17, 20, 24, 42 и 44. Теплофизические характеристики считались линейно зависящими от температуры: $\lambda=40,88-0,0188 \cdot T$; $c_p=847,7+0,9048 \cdot T$. Использовались следующие величины шагов: временного — $\Delta\tau=0,005$ час; пространственных — $h_r=0,0425$ м (радиальный) и $h_q=0,1$ (тангенциальный).

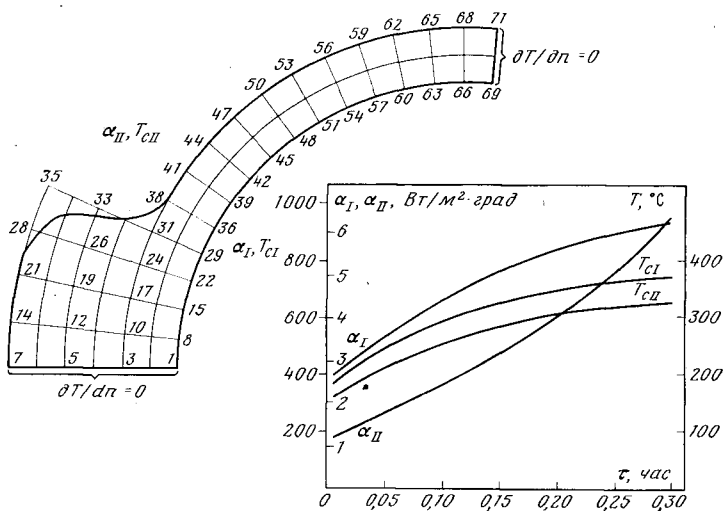


Рис. 2

В качестве начальной достаточно произвольной оценки вектора состояния была взята

$$\hat{X}_{0/0}(T_{15}, T_{16}, T_{17}, T_{20}, T_{24}, T_{42}, T_{44}, \alpha) = \{50, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 200\}.$$

Результаты идентификации зависимости $\alpha(\tau)$ приведены на рис. 3 (кривые 1—3), на этом же рисунке для сравнения нанесена эталонная кривая 4. Кривые 1—3 соответствуют различным составам векторов измерений: 1 — $\tilde{Y}_1(\bar{T}_{15}, \bar{T}_{16}, \bar{T}_{20}, \bar{T}_{43})$; 2 — $\tilde{Y}_2(\bar{T}_{16}, \bar{T}_{19}, \bar{T}_{20}, \bar{T}_{43})$; 3 — $\tilde{Y}_3(\bar{T}_{17}, \bar{T}_{19},$

Номера узлов	Температура, °С	Временные шаги				
		1	5	10	15	25
15	$T_{\text{э}}$	158,6	172,1	190,6	208,4	244,0
	$T_{\text{м}}$	160,1	168	186	204,5	240,8
	$T_{\text{ф}}$	157,9	171,7	189,7	208,3	244,2
16	$T_{\text{э}}$	141,6	148,3	157,9	168,4	191,8
	$T_{\text{м}}$	142	146,8	153,8	163,5	189,1
	$T_{\text{ф}}$	141,4	148,5	157,7	168,7	191,6
17	$T_{\text{э}}$	140,1	141,8	145,6	150,9	164,6
	$T_{\text{м}}$	137,4	140	142,4	147,3	168,7
	$T_{\text{ф}}$	80,3	142,1	145,7	151	164,5
20	$T_{\text{э}}$	140	140,0	140,1	140,5	142,4
	$T_{\text{м}}$	143,2	143,5	137,5	144,3	138,3
	$T_{\text{ф}}$	140,3	140,2	140,1	140,5	142,4
21	$T_{\text{э}}$	140,0	140,1	140,3	140,8	142,8
	$T_{\text{м}}$	139	136,4	137,1	137,9	140,8
	$T_{\text{ф}}$	140,2	140,3	140,3	140,7	142,8
42	$T_{\text{э}}$	158,7	173,5	194,8	216	258,8
	$T_{\text{м}}$	160,9	175,4	190,4	220,3	256,8
	$T_{\text{ф}}$	159,2	173,0	193,7	215,6	258,5
44	$T_{\text{э}}$	141,8	150,0	164,5	181,1	218,4
	$T_{\text{м}}$	137,8	150,5	161,6	186,5	219,8
	$T_{\text{ф}}$	141,7	150,4	163,9	181,4	218,3

T_{20}, T_{44}). Варьирование составом вектора измерений понадобилось для практического исследования устойчивости получаемых решений, которое свидетельствует о сходимости оценок идентифицируемого параметра α и эталонной кривой независимо от выбранного состава вектора измерений.

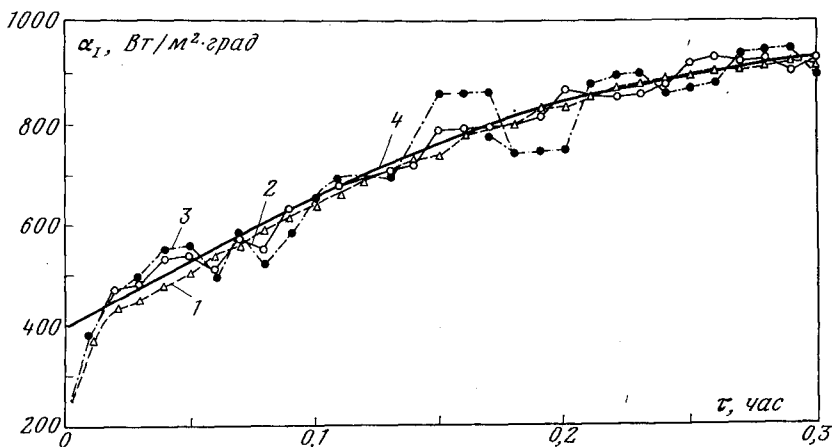


Рис. 3

В целях практического исследования устойчивости полученных результатов проводилось варьирование временного шага в пределах $\Delta Fo = 0,0073 - 0,000006$ с выбором в качестве характерного размера радиуса внутренней поверхности корпуса. Если в качестве характерного размера выбирать шаг пространственной аппроксимации, то пределы $\Delta Fo = 1 - 0,0009$. Такое изменение ΔFo не привело к потере устойчивости, а отличие полученных результатов настолько незначительно, что нет необходимости в его отображении на приведенных графиках. Такое поведение

оценок можно объяснить, как нам кажется, регуляризующим влиянием итерационного алгоритма, характеризующегося высокой скоростью сходимости итерационного процесса в начальные моменты времени и снижением скорости сходимости в дальнейшем. Подобный характер процесса, по-видимому, обладает свойством демпфирования возможной неустойчивости получаемых приближенных оценок. Итерационные алгоритмы для построения приближенных решений обратных задач теплопроводности с аналогичным изменением скорости сходимости итерационных процессов подробно рассмотрены в [13], где сделаны выводы об их саморегуляризации.

Результаты сравнения идентифицированных температур T_{ϕ} с эталонными T_s и априорными T_m , полученными путем моделирования, приведены в таблице.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод об эффективности предлагаемой методики для решения обратных задач теплопроводности, особенно, если задача решается с помощью гибридных систем, включающих ЭЦВМ (или специализированный цифровой процессор) и пассивные аналоговые модели.

Институт проблем
машиностроения АН УССР

Поступила в редакцию
13 XI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. Методы решения некорректных задач. «Наука», 1974.
2. L. A. Zadeh. From Circuit Theory to System Theory. Proc. IRE, 1962, p. 856.
3. Л. А. Коздоба. Электрическое моделирование явлений тепло- и массообмена. «Энергия», 1972.
4. Ю. М. Мацевитый. Электрическое моделирование нелинейных задач технической теплофизики. «Наукова думка», Киев, 1977.
5. Д. Ф. Симбирский. Температурная диагностика двигателей. «Техніка», Киев, 1976.
6. Дж. Медич. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. «Энергия», 1973.
7. Ю. М. Мацевитый, В. А. Маляренко, А. В. Мултановский. ИФЖ, 35, № 3, 505, 1978.
8. В. И. Мудров, В. Л. Кушко. Методы обработки измерений. «Советское радио», 1976.
9. Ю. М. Мацевитый, В. А. Маляренко, А. В. Мултановский. В кн. Теплообмен-V, 9, Минск, 1976, стр. 118.
10. Ю. М. Мацевитый, В. А. Маляренко, А. В. Мултановский. В сб. Энергетическое машиностроение, вып. 24. Изд. ХГУ, «Вища школа», Харьков, 1977, стр. 26.
11. Ю. М. Мацевитый, А. В. Мултановский. ИФЖ, 35, № 5, 916, 1978.
12. Ю. М. Мацевитый и др. В сб. Проблемы машиностроения. «Наукова думка» Киев, 1978, стр. 85.
13. О. М. Алифанов. ТВТ, 15, № 3, 1977.