ЧАСТЬ I

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

М. М. Вайнберг

Различные вопросы физики и техники приводят к исследованию интегро-дифференциальных уравнений и к постановке для них определенных задач. В связи с этим теория таких уравнений давно привлекает внимание как физиков-теоретиков, так и математиков.

Имеется обширная журнальная литература, посвященная изучению частных классов интегро-дифференциальных уравнений и несколько монографий, в которых рассматриваются либо отдельные уравнения, либо некоторые частные вопросы теории интегро-дифференциальных уравнений. К последним, в частности, относятся: 1) Монография Карлемана [42], в которой исследуются вопросы существования, единственности и предельных свойств интегро-дифференциального (кинетического) уравнения Больцмана. 2) Монография В. С. Владимирова [29, д], в которой строится математическая теория одного класса краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений типа Больцмана. Этот класс задач описывает различные физические процессы, к которым, в частности, относится процесс переноса нейтронов в задаче о расчете ядерных реакторов. 3) Монография Я. В. Быкова [16, г], посвященная исследованию ряда вопросов качественной теории интегро-дифференциальных уравнений, 4) Монография Вольтерра [146] и Лихтейнштейна [131, b].

За последние годы, как и раньше, теория интегро-дифференциальных уравнений развивалась в двух направлениях. Первое направление связано с изучением конкретных уравнений, появляющихся при решении различных задач механики и физики. Второе направление связано с построением общей теории. Это сразу видно из списка литературы, помещенного в конце статьи.

Основные усилия советских математиков, исследования которых связаны со вторым направлением, были, в первую очередь, направлены на установление теорем существования и единственности для широких классов уравнений, а также на выяснение вопросов об устойчивости решений, о ветвлении решений, о существовании периодических решений, о разложении функций по собственным функциям некоторых краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений. Рассматривались также задачи с малым параметром при производных и другие задачи.

Настоящий обзор охватывает не все вопросы и он будет продолжен в последующих выпусках «Итоги науки». В нем использована, в основном, литература, появившаяся за последние десять лет.

Хотя статья обзорная, но она содержит и некоторые результаты автора (пункты 1.3, 1.6, 1.7).

1. ПРОСТЕЙШИЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННОЙ ОБЛАСТЬЮ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

В данном параграфе мы будем рассматривать уравнение

$$u(x)=\lambda\int_a^b F[x, y;\ u(y),\ u'(y),\ \ldots,\ u^{(n)}(y)]\,dy+f(x) \tag{1.1}$$

и подобное уравнение в частных производных, в которых F, f, u — вещественные функции вещественных аргументов и λ — вещественный параметр.

Если правая часть уравнения (1.1) n раз дифференцируема по x, то уравнение (1.1) эквивалентно следующей системе нелинейных интегральных уравнений

$$u_k(x)=\lambda\int_a^b F_k[x, y;\ u_0(y),\ u_1(y),\ \ldots,\ u_n(y)]\,dy+f_k(x),$$

где

$$u_k(x)=u^{(k)}(x),\ f_k(x)=f^{(k)}(x),\ F_k=\frac{\partial k}{\partial x^k}F_k,\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Мы, однако, не будем сводить уравнение (1.1) к системе, а покажем, как оно исследуется непосредственно.

Решения уравнения (1.1) естественно искать в пространстве непрерывно дифференцируемых функций до порядка n включительно, т. е. в пространстве $C^{(n)}=C^{(n)}[a,\ b]$. Если отказаться от непрерывности и интеграл понимать в смысле Лебега, то решения можно искать в классе функций, дифференцируемых до порядка n—1, и требовать абсолютную непрерывность $u^{(n-1)}(x)$. Возможны и другие ослабления вводимых ограничений. Для простоты достаточно рассмотреть случай, когда $f^{(k)}(x)$ $(k=0,\ 1,\ \ldots,\ n)$ непрерывны,

$$\frac{\partial^i}{\partial x^i} F[x, y; u_0, u_1, \ldots, u_n] \equiv F_x^i, \; i = 0, 1, 2, \ldots, n,$$

непрерывны по совокупности аргументов x, $y \in [a, b]$ и $u_i \in [-\alpha, +\alpha]$, где α — любое положительное число. Переход к случаю, когда правая часть уравнения (1.1) непрерывно дифференцируема $(n-1)$ раз и последняя производная абсолютно непрерывна на $[a, b]$, связан лишь с усложнением формулировок и выкладок. При выборе пространства $C^{(n)}$ исследование уравнения (1.1) принципиально не отличается от исследования общего нелинейного интегрального уравнения* в пространстве непрерывных функций, так что к нему применимы методы исследования, разработанные в теории нелинейных интегральных уравнений [73]. Это показано в первых трех пунктах, где рассмотрены метод сжатых отображений и принципы Шаудера и Каччиополи. Применимы и топологические методы Лерея и Шаудера, а также другие принципы существования и единственности решения.

1.1. Метод сжатых отображений

Пусть $f(x) \in C^{(n)}$ и существуют частные производные $F_x^{(i)}(x, y; u_0, u_1, \ldots, u_n)$, $i = 0, 1, \ldots, n$, непрерывные по совокупности x, $y \in [a, b]$. Тогда, если положить $\|u\| = \max\limits_{(i)} (\max\limits_{x} |u^{(i)}(x)|)$, $i = 0, 1, \ldots, n$, то для сжатости в $C^{(n)}$ оператора

$$T_\lambda(u) = \lambda \int_a^b F[x, y; u(y), u'(y), \ldots, u_n(y)]\, dy + f(x)$$

достаточно потребовать, чтобы при $i = 0, 1, \ldots, n$

$$|F_x^{(i)}[x, y; u_0, u_1, \ldots, u_n] - F_x^{(i)}[x, y; v_0, v_1, \ldots, v_n]| \leqslant \leqslant \sum_{k=0}^{n} a_{ik}(x, y) |u_k - v_k| \tag{1.2}$$

и

$$\alpha |\lambda| < 1, \tag{1.3}$$

где

$$\alpha = \max_{(i)} \sum_{k=0}^{n} \alpha_{ik}, \quad \alpha_{ik} = \max_{x} \int_a^b a_{ik}(x, y)\, dy.$$

---

* Иногда общее нелинейное интегральное уравнение называется уравнением Урысона. Урысон провел интересное исследование такого уравнения, в предположении монотонности по u $F(x, y, u)$ и $F_u(x, y, u)$. Ввиду этого уравнения с монотонными операторами естественно называть уравнениями Урысона. Однако общее уравнение, без требования монотонности, было исследовано значительно раньше, например, в работах Блокка (1907 г.) и Адамара (1908 г.)

Отметим, что если положить $\|u\| = \sum_{i=0}^{n} \max |u^{(i)}(x)|$, то получается та же оценка (1.3). Таким образом, если выполнены условия (1.2) и (1.3), то обычные последовательные приближения сходятся к единственному решению уравнения (1.1), начиная с любого начального приближения $u^0(x) \in C^{(n)}$, и это решение принадлежит пространству $C^{(n)}$.

Если $a = -\infty$ и $b = +\infty$, то для сжатости и действия оператора T_λ достаточно дополнительно потребовать, чтобы

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F_x^{(i)}(x, y;\, 0, 0, \ldots, 0)\, dy \in C(-\infty, +\infty);$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} a_{ik}(x, y)\, dy \in C(-\infty, +\infty).$$

1.2. Применение принципа Шаудера

Для простоты мы здесь будем предполагать, что в уравнении (1.1) $f(x) \equiv 0$, что не ограничивает общности. Согласно принципу Шаудера уравнение (1.1) имеет по меньшей мере одно решение, принадлежащее шару D_α,

$$D_\alpha = \{u: \|u\| \leqslant a\};\ \|u\| = \max_i \left(\max_{x \in [a,b]} |u^{(i)}(x)| \right),\ i = 0, 1, 2, \ldots, n,$$

пространства $C^{(n)}[a, b]$, если в этом шаре оператор T_λ вполне непрерывен и отображает D_α в себя. Для полной непрерывности T_λ в D_α достаточно, чтобы функции $F_x^i(x, y;\, u_0, u_1, \ldots, u_n)$, $i = 0, 1, 2, \ldots, n$ были непрерывны по совокупности аргументов при $x, y \in [a, b]$ и $|u_i| \leqslant \alpha$, а для того, чтобы $T_\lambda(D_\alpha) \subset D_\alpha$, достаточно выполнение неравенства

$$|\lambda| \int_a^b |F_x^{(i)}[x, y;\, u(y), u'(y), \ldots, u^{(n)}(y)]|\, dy \leqslant \alpha,\quad i = 0, 1, \ldots, n,$$

если $u(x) \in D_\alpha$. Это неравенство, в частности, выполняется, когда при $|u_i| \leqslant \alpha$ имеет место

$$\max_i |F_x^{(i)}(x, y;\, u_0, u_1, \ldots, u_n)| \leqslant \frac{\alpha}{(b-a)|\lambda|},\quad i = 0, 1, \ldots, n.$$

1.3. Применение принципа Каччиополи

Согласно принципу Каччиополи уравнение $u = T(u)$ имеет единственное решение, если T — вполне непрерывный оператор, $v = u - T(u)$ — локально обратимый оператор и при $u \to \infty$ в смысле нормы рассматриваемого банахова пространства (или в смысле специально введенного отклонения u от нуля) $\|v\| \to \infty$. Для полной непрерывности в $C^{(n)}$ оператора T_λ, входящего в уравнение (1.1), достаточна непрерывность по совокупности аргументов функций $F_x^{(i)}(x, y; u_0, u_1, \ldots, u_n)$, $i = 0, 1, 2, \ldots, n$. Полная обратимость оператора $U_\lambda = I - T_\lambda$, где I—тождественное преобразование в $C^{(n)}$, обеспечивается теоремой Гильдебрандта и Грэйвса о неявных операторах. Производная Фреше T'_λ представляет собой линейный интегральный оператор

$$T'_\lambda(u)\,v = \lambda \int_a^b \sum_{i=0}^n F'_{u_i}[x, y; u(y), u'(y), \ldots, u^{(n)}(y)]\, v^{(i)}(y)\, dy.$$

Ввиду этого, если мы допустим, что

$$\left|\frac{\partial^i}{\partial x^i} F'_{u_k}(x, y; u_0, u_1, \ldots, u_n)\right| \leqslant a_{ik}(x, y);\ i,\ k = 0, 1, \ldots, n,$$

и

$$|\lambda|\,\alpha(n+1) < 1,\ \alpha = \max_{(i,k)} \alpha_{ik},\ \alpha_{ik} = \max_x \int_a^b a_{ik}(x, y)\, dy,$$

то мы придем к следующим оценкам:

$$\|U'(u)\,v\| \geqslant [1-(n+1)|\lambda|\alpha]\,\|v\|,$$
$$\|U_\lambda(u)\| \geqslant [1-(n+1)|\lambda|\alpha]\,\|u\| - |\lambda|\beta - \|f\|,$$

где

$$\beta = \max_{(i,x)} \int_a^b \left|\frac{\partial^i}{\partial x^i} F(x, y; 0, 0, \ldots, 0)\right| dy.$$

Первая оценка показывает, что линейный оператор $U'_\lambda = I - T'_\lambda$ имеет ограниченный обратный оператор, так что по теореме Гильдебрандта и Грэйвса преобразование $v = U_\lambda(u) \equiv u - T_\lambda(u)$ локально обратимо. Вторая оценка показывает, что если $\|u\| \to \infty$, то $\|U_\lambda(u)\| \to \infty$. Таким образом, введенные ограничения на $F_x^{(i)}$ и $\frac{\partial^i}{\partial x^i} F'_{u_k}$ обеспечивают выполнение всех условий принципа Каччиополи, и, следовательно, существование единственного решения уравнения (1.1), принадлежащего пространству $C^{(n)}$.

Отметим, что введенные ограничения настолько сильны, что они обеспечивают сжатость отображения $U_\lambda(u) = u - T_\lambda(u)$. Однако таким путем могут быть установлены менее жесткие требования, обеспечивающие существование единственного решения уравнения (1.1). Например, первая оценка имеет место, если λ принадлежит резольвентному множеству оператора $\frac{1}{\lambda} T'_\lambda$, а вторая оценка сохраняется, если

$$\left| F_x^{(i)}(x, y; u_0, u_1, \ldots, u_n) \right| \leqslant b_i(x, y) + \sum_{k=0}^{n} b_{ik}(x, y) \, | u_k |,$$

$$|\lambda| \gamma (n+1) < 1, \quad \gamma = \max_{(i,k)} \gamma_{ik}, \quad \gamma_{ik} = \max_x \int_a^b b_{ik}(x, y) \, dy,$$

$$\beta = \max_{(i,x)} \int_a^b b_i(x, y) \, dy.$$

1.4. Линейный случай

Если $F(x, y; u_0, u_1, \ldots, u_n) = K(x, y) \sum_{i=0}^{n} a_i(y) u_i$, то уравнение (1.1) оказывается линейным и принимает вид

$$u(x) = \lambda \int_a^b K(x, y) L_y[u(y)] \, dy + f(x), \tag{1.4}$$

где

$$L_y[u(y)] = a_0(y) u(y) + a_1(y) u'(y) + \ldots + a_n(y) u^{(n)}(y).$$

Применяя линейную операцию L_x к обеим частям уравнения (1.4) и полагая

$$L_x[K(x, y)] = M(x, y), \quad L_x[f(x)] = F(x), \quad L_y[u] = v(y),$$

мы получим

$$v(x) = \lambda \int_a^b M(x, y) v(y) \, dy + F(x). \tag{1.5}$$

К данному уравнению применима теория Фредгольма. Если λ не является характеристическим числом ядра $M(x, y)$, то из уравнения (1.5) найдем единственное решение $v(x)$ и, подставляя $v(y) = L_y[u]$ в уравнение (1,4), получим решение $u(x)$, в чем легко убедиться непосредственно подстановкой. Если λ — характеристическое число ядра $M(x, y)$, то при выполнении условий ортогональности $F(x)$ к собственным функциям союзного ядра $M(y, x)$ мы найдем все решения уравнения (1.5) $v(y) = L_y[u]$, которые нам дадут все решения уравнения (1.4) при данном λ.

Отметим, что если отказаться от требования гладкости ядра, то могут возникнуть особенности ([53,а], § 3 и [53,б]).

1.5. Уравнения с частными производными

Пусть B — ограниченная замкнутая область плоскости XOY, (x, y) и (ξ, η) — точки области B и $F(x, y, \xi, \eta; u_0, u_1, u_2, \ldots, u_p)$ — вещественная функция вещественных аргументов, где $p+1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$, а n — фиксированное натуральное число. Мы будем предполагать, что функция F и все ее частные производные $F^{(s)}_{x^i y^k} = \frac{\partial^s F}{\partial x^i \partial y^k}$ по x и y до порядка n включительно непрерывны по совокупности своих аргументов для (x, y), $(\xi, \eta) \in B$ и всех $u_i \in (-\infty, +\infty)$. При этих условиях уравнение

$$u(x, y) = \lambda \iint_{(B)} F[x, y, \xi, \eta, u(\xi, \eta), u'_x(\xi, \eta), \ldots, u^{(n)}_y(\xi, \eta)]\, d\xi d\eta + f(x, y) \tag{1.6}$$

принципиально не отличается от уравнения (1.1), если его рассматривать в пространстве $C^{(n)}(B)$ с нормой

$$\| u \| = \max_{(s)} \left[\max_{(x,y) \in B} \left| \frac{\partial^s u(x, y)}{\partial x^k \partial y^i} \right| \right], \quad s = 0, 1, \ldots, n.$$

Так же, как в пунктах 1.1 — 1.3, к нему применимы метод сжатых отображений, принципы Шаудера, Каччиополи и другие принципы неподвижной точки. Подобным же образом исследуется уравнение (1.6), когда u является неизвестной функцией большего числа аргументов. Отметим еще, что если $F = K(x, y, \xi, \eta) \sum_{i=0}^{p} a_i(\xi, \eta) u_i$, то уравнение (1.6) сводится к линейному интегральному уравнению так же, как в пункте 1.4.

1.6. О ветвлении решения

Пусть при $\mu = \lambda_0$ уравнение

$$z(x) = \mu \int_a^b K(x, y) f(y, z(y), z'(y), \ldots, z^{(n)}(y))\, dy + g(x) \tag{1.7}$$

имеет решение $z(x) = z_0(x)$, причем

$$f(y, z_0(y) + v_0, z'_0(y) + v_1, \ldots, z_0^{(n)}(y) + v_n) =$$

$$= A_0(y) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{i_1 \leqslant \ldots \leqslant i_m \\ i_1, i_2, \ldots, i_m = 0}}^{n} a_{i_1 \ldots i_m}(y)\, v_{i_1} \ldots v_{i_m},$$

где $a_{i_1 i_2 \ldots i_m}(y)$ и $K^{(i)}_x(x, y)$, $i = 0, 1, \ldots, n$, непрерывны. Полагая

$\mu = \lambda_0 + \lambda$, $z(x) = z_0(x) + u(x)$ и учитывая, что $A_0(y) = f(y, z_0(y), z_0'(y), \ldots, z_0^{(n)}(y))$, получим

$$u(x) - \lambda_0 \int_a^b K(x, y)\, v(y)\, dy = \Phi[u], \tag{1.8}$$

где

$$v(y) = L_y[u] = \sum_{i=0}^{n} a_i(y)\, u^{(i)}(y). \tag{1.9}$$

Применяя к обеим частям равенства (1.8) операцию L_x и полагая $L_x[K(x, y)] = M(x, y)$, получим

$$v(x) - \lambda_0 \int_a^b M(x, y)\, v(y)\, dy = F[u], \tag{1.10}$$

где $F[u] = \int_a^b M(x, y)\, R[u]\, dy$,

$$R[u] = \lambda(A_0(y) + L_y[u]) +$$

$$+ (\lambda + \lambda_0) \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{\substack{i_1 \leqslant \ldots \leqslant i_m \\ i_1, i_2, \ldots, i_m = 0}}^{n} a_{i_1 \ldots i_m}(y)\, u^{(i_1)}(y) \ldots u^{(i_m)}(y)$$

Пусть λ_0 — характеристическое число первой кратности ядра $M(x, y)$ и $\varphi(x)$, $\psi(x)$ — соответствующие ему собственные функции ядра $M(x, y)$ и союзного ядра $M(y, x)$. Путем шмидтовского преобразования ядра $E(x, y) = \psi(x)\varphi(y) - \lambda_0 M(x, y)$ уравнение (1.10) приводится к виду

$$v(x) + \int_a^b E(x, y)\, v(y)\, dy = \xi\psi(x) + F[u], \tag{1.11}$$

где

$$\xi = \int_a^b v(y)\, \varphi(y)\, dy = \int_a^b L_y[u]\, \varphi(y)\, dy. \tag{1.12}$$

Если $(-1)\,\Gamma(x, y)$ — резольвента ядра $E(x, y)$, то из уравнения (1.11) после преобразования находим, что

$$v(x) = \xi\varphi(x) + \int_a^b Q(x, y)\, R[u]\, dy, \tag{1.13}$$

где

$$Q(x, y) = M(x, y) + \int_a^b \Gamma(x, z) M(z, y)\, dz.$$

Из (1.13) и (1.8) получаем

$$u(x) = \lambda_0 \xi \varphi(x) + \int_a^b P(x, y) R[u]\, dy, \tag{1.14}$$

где

$$P(x, y) = K(x, y) + \lambda_0 \int_a^b K(x, z) M(z,y)\, dz +$$

$$+ \lambda_0 \int_a^b \int_a^b K(x, t) \Gamma(t, z) M(z, y)\, dt dz.$$

К уравнению (1.14) применима теория Ляпунова—Шмидта (см., например, [19]). т. е. решение можно представить равномерно сходящимся рядом

$$u(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \xi^m u_{0m}(x) + \sum_{m=0}^{\infty} \xi^m \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n u_{nm}(x), \tag{1.15}$$

где $u_{ik}(x) \in C^{(n)}$ и ξ, λ — достаточно малые параметры. Подставляя (1.15) в (1.12), мы для определения возможных значений ξ получим уравнение разветвления Ляпунова—Шмидта

$$\sum_{m=2}^{\infty} L_m \xi^m + \sum_{m=0}^{\infty} \xi^m \sum_{n=1}^{\infty} L_{mn} \lambda^n = 0,$$

к исследованию которого применима диаграмма Ньютона.

Отметим еще, что переход от уравнения (1.7) к аналогичному уравнению в частных производных не связан с новыми трудностями.

1.7. Уравнение на полуоси

Здесь мы укажем, что принцип Шаудера применим к уравнению

$$u(x) = \lambda \int_0^{+\infty} K(x, y) f[y, u(y), u'(y), \ldots, u^{(n)}(y)]\, dy \equiv T(u). \tag{1.16}$$

Для полной непрерывности оператора T в пространстве $C^{(n)}(0, +\infty)$ достаточно выполнение следующих условий: 1. $f(x, u_0, u_1, \ldots, u_n)$ непрерывна по совокупности аргументов и ограничена для ограниченных u_k и $x \in [0, +\infty)$. 2. $K_x^{(i)}(x, y)$ $(i = 0,1, \ldots, n)$ непрерывны по совокупности аргументов. 3. Каждым $\varepsilon > 0$ и $M > 0$ соответствует $N > 0$ такое, что для всякой пары $x', x'' \geqslant N$ выполняется неравенство

$$|K_x^{(i)}(x', y) - K_x^{(i)}(x'', y)| < \varepsilon \quad \text{для} \quad y \in [0, M].$$

4. $\int\limits_0^{+\infty} K_x^{(i)}(x, y)\,dy$ сходится абсолютно и равномерно по $x \in [0, +\infty)$ для $i = 0, 1, \ldots, n$.

Из этих условий далее вытекает, что каков бы ни был шар пространства $C^{(n)}(0, +\infty)$ с центром в нуле при достаточно малых $|\lambda|$ оператор T преобразует его в себя. Раз оператор T вполне непрерывен и преобразует шар в себя, то, согласно принципу Шаудера, уравнение (1.16) имеет в $C^{(n)}[0, \infty)$ по меньшей мере одно решение.

Отметим, что аналогичное предложение справедливо, если нижний предел интеграла в (1.16) равен $-\infty$.

1.8. О системах уравнений

Если уравнения (1.1), (1.7) и (1.16) рассматривать в пространстве вектор-функций, то получим системы подобного вида. Исследование таких систем проводится так же, как и в случае одного уравнения, и для таких систем устанавливаются аналогичные предложения. В частности, предложения, приведенные в пунктах 1.1—1.7, сохраняются для систем при незначительном изменении оценок в неравенствах.

2. ПРОСТЕЙШЕЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ С ПЕРЕМЕННЫМ ПРЕДЕЛОМ

Здесь мы будем рассматривать уравнения

$$u(x) = \lambda \int\limits_a^x F[x, y; u(y), u'(y), \ldots, u^{(n)}(y)]\,dy + f(x), \tag{2.1}$$

$$u^{(n)}(x) = \lambda \int\limits_a^x F[x, y; u(y), u'(y), \ldots, u^{(k)}(y)]\,dy + f(x), \quad k \leqslant n, \tag{2.2}$$

где $x \in [a, b]$, a, b — заданные числа, а λ, $f(x)$ и F обладают теми же свойствами, что и в уравнении (1.1).

Из самого вида уравнения (2.1) следует, что $u(a) = f(a)$, а потому решение его следует искать в классе n раз непрерывно дифференцируемых функций обращающихся в $f(a)$ в точке $x = a$. Если $f(a) = 0$, то этот класс функций образует пространство, в котором норма определена как раньше:

$$\| u \| = \max_{(i)} \left(\max_{x \in [a,b]} | u^{(i)}(x) | \right), \; i = 0,1, \ldots, n.$$

2.1. Специальный случай простейшего уравнения

Здесь мы будем предполагать, что функции, входящие в уравнение (2.1) удовлетворяют условиям

$$f^{(k)}_{(a)} = 0 \text{ и } F^{(i)}_x [x, y, u_0, u_1, \ldots, u_n] \equiv 0 \text{ при}$$
$$y = x \,(k = 0, 1, 2, \ldots, n, \; i = 0,1, \ldots, n-1). \qquad (2.3)$$

Из этих условий вытекает, что в данном специальном случае решение уравнения (2.1) следует искать в классе функций $u(x) \in C^{(n)}[a, b]$, удовлетворяющих условиям $u^{(k)}(a) = 0$, $k = 0,1, \ldots, n$. Данный класс функций образует подпространство Винера $C^{(n)}_w \subset C^{(n)}$. Положим

$$T_\lambda(u) = \lambda \int_a^x F[x, y, u(y), u'(y), \ldots, u^{(n)}(y)]\, dy + f(x).$$

Из условий (2,3) следует, что

$$T^{(k)}_\lambda(u) = \lambda \int_a^x F^{(k)}_x [x, y, u(y), u'(y), \ldots, u^{(n)}(y)] dy + f^{(k)}(x).$$

Ввиду этого, если рассматривать уравнение (2.1) в пространстве $C^{(n)}_w$, то оно принципиально (при выполнении условий (2.3)) не отличается от уравнения (1.1) § 1, рассмотренного нами в пространстве $C^{(n)}$. Именно, при тех же условиях, что и в пункте 1.1, выполняется смежность отображения, осуществляемого оператором, стоящим в правой части равенства (2.1). При тех же условиях, что в пунктах 1.2 и 1.3 соответственно, применимы принципы Шаудера и Каччиополи. Так же, как в пункте 1.4, если

$$F[x, y; u_0, u_1, \ldots, u_n] = K(x, y) \sum_{i=0}^{n} a_i(y)\, u_i,$$

где

$$\frac{\partial^i}{\partial x^i} K(x, x) \equiv 0 \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, n-1),$$

то уравнение (2.1) эквивалентно уравнению

$$v(x) = \lambda \int_a^x M(x, y)\, v(y)\, dy + F(x). \qquad (2.5)$$

При этом $F(a) = 0$. Данное уравнение (как уравнение Вольтерра) имеет единственное непрерывное решение при любом значении λ.

2.2. Наводящий пример

Рассмотрим уравнение

$$u(x) = \lambda \int_0^x u'''(y)\,dy,$$

из которого видно, что $u(0) = 0$, и допустим, что $\lambda < 0$. Записав данное уравнение в виде

$$u(x) = \lambda u''(x) - \lambda u''(0)$$

и положив $\lambda = -\frac{1}{k^2}$, мы найдем его решение

$$u(x) = \frac{u''(0)}{k^2}(1 - \cos kx) + C \sin kx,$$

где C и $u''(0)$ — произвольные постоянные.

Полученное решение, во-первых, показывает, что, каков бы ни был шар $\| u \| \leqslant r$ малого радиуса r пространства $C^{(2)}$, данное уравнение имеет бесчисленное множество решений, принадлежащих рассматриваемому шару при достаточно малых $|\lambda|$ и $|u''(0)|$, и, следовательно лишь при специальных ограничениях к уравнению (2.1) применим принцип сжатых отображений. Во-вторых, начальная задача для данного примера не всегда имеет решение. Из найденного общего решения видно, что в нуле можно лишь задавать произвольно $u'(x)$ и $u''(x)$. Далее, рассматривая $u''(0)$ как неизвестное, мы приходим к выводу, что для данного примера $u(x)$ и $u'(x)$ можно задавать произвольно лишь в такой точке a, для которой $\sin\frac{ka}{2} \neq 0$.

Отсюда вытекает, что начальная задача для уравнения (2.1) не всегда имеет решение.

2.3. Сведение к интегральному уравнению

Используя тождество Лагранжа, $\alpha \in [a, b]$

$$u(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(x-\alpha)^i}{i!} u^{(i)}(\alpha) + \int_\alpha^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} u^{(n)}(t)\,dt \tag{2.6}$$

и полагая затем $u^{(n)}(x) = v(x)$, мы можем уравнение (2.1) привести к следующему интегральному уравнению

$$\int_\alpha^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} v(t)\,dt = \lambda \int_a^x \Phi[x, y; v(y), v_1(y), \ldots, v_n(y)]\,dy + F(x), \tag{2.7}$$

где

$$v_i(y) = \int_\alpha^y \frac{(y-t)^{i-1}}{(i-1)!} v(t)\,dt \tag{2.8}$$

В общем случае уравнение (2.7) оказывается сложным для исследования. Однако, если при помощи формулы (2.6) преобразовать уравнение (2.2), то получим простое уравнение

$$v(x) = \lambda \int_a^x \Phi[x, y; v(y), v_1(y), \ldots, v_k(y)]\, dy + f(x), \quad k \leqslant n, \tag{2.9}$$

где $v_i(y)$ определяются по формуле (2.8).

Ввиду этого простейшим интегро-дифференциальным уравнением с переменным пределом следует считать не уравнение (2.1), а уравнение (2.2).

Если функция $\Phi[x, y; u_0, u_1, \ldots, u_k]$ удовлетворяет по $u_0, u_1, \ldots$ $\ldots, u_k$ условию Липшица, то начальная задача $u^{(i)}(\alpha) = \beta_i$ $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$ для уравнения (2.2) всегда имеет единственное решение при достаточно малых $|\lambda|$.

3. НАЧАЛЬНАЯ И КРАЕВАЯ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

3.1. Предварительные замечания

Пусть

$$L[u] = u^{(n)}(x) + \sum_{i=0}^{n-1} p_i(x)\, u^{(i)}(x),$$

где $p_i(x)$ — непрерывные функции. Здесь мы будем рассматриват начальную и краевую задачи для уравнения

$$L[u] = \lambda T[u] + f(x), \tag{3.1}$$

где λ — вещественный параметр и

$$T[u] = \int_a^\xi F[x, y; u(y), u'(y), \ldots, u^{(m)}(y)]\, dy,$$

причем либо $\xi = b$, либо $\xi = x$. Мы будем предполагать, что $f(x)$ и $F[x, y; u_0, u_1, \ldots, u_m]$ являются непрерывными по совокупности аргументов вещественными функциями вещественных аргументов.

Так как путем замены

$$u(x) = v(x) + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{c_k}{k!}(x - \alpha)^k$$

начальная задача

$$u(\alpha) = c_0,\ u'(\alpha) = c_1,\ \ldots,\ u^{(n-1)}(\alpha) = c_{n-1}$$

для рассматриваемого уравнения сводится к аналогичной задаче с нулевыми начальными условиями ($v(\alpha) = v'(\alpha) = \ldots = v^{(n-1)}(\alpha) = 0$) относительно $v(x)$, то для уравнения (3. 1) мы будем рассматривать начальную задачу с нулевыми начальными условиями: $u(\alpha) = u'(\alpha) = \ldots = u^{(n-1)}(\alpha) = 0$. Пусть $u_1(x), u_2(x), \ldots, u_n(x)$ — фундаментальная система решений уравнения $L[u] = 0$. Тогда

$$u(x) = \int_\alpha^x H(x, t)\, g(t)\, dt, \qquad (3.2)$$

где

$$H(x, t) = \begin{vmatrix} u_1(t) & \ldots\ldots & u_n(t) \\ u_1'(t) & \ldots\ldots & u_n'(t) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ u_1^{(n-2)}(t) & \ldots\ldots & u_n^{(n-2)}(t) \\ u_1(x) & \ldots\ldots & u_n(x) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_1(t) & \ldots & u_n(t) \\ u_1'(t) & \ldots & u_n'(t) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ u^{(n-1)}(t) & \ldots & u_n^{(n-1)}(t) \end{vmatrix}^{-1},$$

является единственным решением уравнения $L[u] = g(x)$, удовлетворяющим в точке $x = \alpha$ нулевым начальным условиям. Функция $H(x, t)$ обладает следующими свойствами: она имеет непрерывные частные производные по x до n-го порядка, причем

$$H^{(i)}(x, x) = \left.\frac{\partial^i H(x, t)}{\partial x^i}\right|_{t=x} \equiv 0 \ (i = 0, 1, \ldots, n-2) \quad \text{и} \quad H^{(n-1)}(x, x) \equiv 1.$$

3. 2. Начальная задача для уравнения с постоянными пределами

Рассмотрим начальную задачу $u(\alpha) = u'(\alpha) = \ldots = u^{(n-1)}(\alpha) = 0$ для уравнения

$$L[u] = \lambda \int_a^b F[x, y; u(y), u'(y), \ldots, u^{(m)}(y)]\, dy + f(x), \qquad (3.3)$$

где $\alpha \in [a, b]$ и $n \geqslant m$. Используя формулу (3. 2), мы отсюда находим, что

$$u(x) = \lambda \int_\alpha^x H(x, t) \left\{ \int_a^b F[t, y; u(y), u'(y), \ldots, u^{(m)}(y)]\, dy \right\} dt + \int_\alpha^x H(x, t)\, f(t)\, dt. \qquad (3.4)$$

Данное уравнение (ср. пункт 2.1) оказывается простейшим и оно исследуется так же, как уравнение (1.1) в п. 1.

Отметим, что если при данном λ уравнение (3.4) имеет единственное решение, то и начальная задача для уравнения (3.3) имеет единственное решение, но уравнение (3.3) при данном λ может не иметь решения или иметь более одного решения.

Замечание. Если $m = n + p$, где $p \geqslant 1$, функции $u_1(x)$, $u_2(x)$, … …, $u_n(x)$ непрерывно дифференцируемы m раз и функции $f^{(k)}(x)$, $F_x^{(k)}[x, y; u_0, u_1, \ldots, u_m]$, $(k = 0, 1, 2, \ldots, p)$, непрерывны по совокупности аргументов, то (3.4) исследуется так же, как и уравнение (1. 1) в 1.

3. 3. Начальная задача для уравнения с переменным верхним пределом

Пусть $\alpha, x \in [a, b]$. Рассмотрим начальную задачу $u(\alpha) = u'(\alpha) = \ldots = u^{(n-1)}(\alpha) = 0$ для уравнения

$$L[u] = \lambda \int_a^x F[x, y; u(y), u'(y), \ldots, u^{(m)}(y)]\, dy + f(x), \qquad (3.\ 5)$$

где $n \geqslant m$. Используя формулу (3. 2), мы находим, что

$$u(x) = \lambda \int_\alpha^x H(x, t) \left\{ \int_a^t F[t, y; u(y), u'(y), \ldots, u^{(m)}(y)]\, dy \right\} dt + \int_\alpha^x H(x, t) f(t)\, dt.$$

Данное уравнение (см. п. 2.1) исследуется так же, как уравнение (1.1) в 1. Если при заданном λ последнее уравнение имеет единственное решение, то и начальная задача имеет единственное решение. Отметим, что замечание, сделанное в конце п. 3.2, справедливо и в данном случае.

3.4. Краевая задача

Пусть

$$U_\nu(u) = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{\nu_i} u^{(i)}(a) + \sum_{i=0}^{n-1} \beta_{\nu_i} u^{(i)}(b),$$

где α_{ν_i} и β_{ν_i} — заданные числа. Рассмотрим краевую задачу

$$U_\nu(u) = 0, \quad \nu = 1, 2, \ldots, n$$

для уравнения (3. 1) в предположении, что $n - 1 > m$, и допустим, что эта краевая задача для уравнения

$$L[u] \equiv u^{(n)}(x) + \sum_{i=0}^{n-1} p_i(x) u^{(i)}(x) = 0$$

имеет лишь тривиальное решение $u(x) = 0$. Тогда (см., например, [71], § 3) существует функция Грина $G(x, \xi)$, при помощи которой рассматриваемая задача сводится к интегральному уравнению

$$u(x)=\lambda\int_a^b G(x,\xi)\left\{\int_a^{(\cdot)} F[\xi, y, u(y), u'(y), \ldots, y^{(m)}(y)]\,dy\right\}d\xi+$$

$$+\int_a^b G(x,\xi)f(\xi)\,d\xi, \qquad (3.\ 6)$$

где $(\cdot)=\xi$, либо $(\cdot)=b$. Так как функция Грина $G(x.\xi)$ имеет по x непрерывные производные до $(n-2)$-го порядка включительно (см. [71], стр. 32) и $m<n-1$, то уравнение (3. 6) исследуется так же, как уравнение (1. 1) в 1.

4. ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ

В данном параграфе мы рассмотрим уравнения

$$L_x[u]=\lambda\int_a^\xi K(x,y)P_y[u]\,dy+f(x) \qquad (4.1)$$

и

$$L_x[u]=\lambda\int_a^\xi \sum_{i=0}^m K_i(x,y)u^{(i)}(y)\,dy+f(x), \qquad (4.2)$$

где

$$L_x[u]=u^{(n)}(x)+\sum_{k=1}^n a_k(x)u^{(n-k)}(x),\quad u^{(0)}(x)=u(x),$$

$$P_y[u]=\sum_{i=0}^m b_i(y)u^{(m-i)}(y),\quad \xi=b \text{ или } \xi=x,$$

$a_k(x), b_i(y), f(x), K(x,y), K_i(x,y)$ — вещественные функции, непрерывные в области $x, y\in[a,b]$, λ — вещественный параметр $n\geqslant m$.

После известной работы А. И. Некрасова [72], в которой было исследовано уравнение (4.1) при $\xi=b$, уравнения (4.1) и (4.2), а также задачи для них были изучены у нас в работах Я. В. Быкова [16], В. В. Васильева [22], Т. И. Виграненко [28], Л. Е. Кривошеина [51], Ю. К. Ландо [53], В. Н. Николенко [75] и других авторов. Во всех этих работах либо уравнения (4.1) и (4.2), либо задачи для них сводились тем или иным способом к линейному интегральному уравнению. Один из этих способов сведения к интегральному уравнению мы здесь и рассмотрим.

4.1. Начальная задача для уравнения с постоянными пределами

В силу замечания пункта 3.1 можно без ограничения общности рассмотреть начальную задачу с нулевыми начальными условиями. Рассмотрим начальную задачу

$$u(\alpha) = u'(\alpha) = \ldots = u^{(n-1)}(\alpha) = 0 \quad (\alpha \in [a, b])$$

для уравнения (4. 1). Используя равенство (3. 2), мы так же, как в пункте 3. 2, найдем

$$u(x) = \lambda \int_a^x H(x, t) \left[\int_a^b K(t, y) P_y[u]\, dy \right] dt + \int_a^x H(x, t) f(t)\, dt. \quad (4.3)$$

Учитывая свойства функции $H(x, t)$ и соображения пункта 2. 1, мы приходим к выводу, что данное уравнение является простейшим и что оно сводится к интегральному, как и в пункте 1. 4. При этом ядро интегрального уравнения оказывается более простым при $n > m$, чем при $n = m$.

Далее, рассмотрим начальную задачу

$$u(a) = u'(a) = \ldots = u^{(n-1)}(a) = 0$$

для уравнения (4. 2). Полагая $L_x[u] = v(x)$, мы, согласно равенству (3. 2), получим

$$u(x) = \int_a^x H(x, t)\, v(t)\, dt; \quad (4.4)$$

подставляя данные выражения в равенство (4. 2), имеем

$$v(x) = \lambda \int_a^b M(x, t)\, v(t)\, dt + f(x), \quad (4.5)$$

где

$$M(x, t) = \int_t^b \left(\sum_{i=0}^m K_i(x, y) H_y^{(i)}(y, t) \right) dy + \gamma K_m(x, t)$$

и $\gamma = 0$ при $m < n$, $\gamma = 1$ при $m = n$.

Всякое решение $v(t)$ уравнения (4.5) приводит к решению (4.4) рассматриваемой задачи. Отметим, что если для уравнения (4.2) поставить задачу

$$u(\alpha) = u'(\alpha) = \ldots = u^{(n-1)}(\alpha) = 0, \quad \alpha \in (a, b),$$

то в уравнении (4.5) ядро оказывается более сложным:

$$M(x, t) = \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\int_t^a \left(\sum_{i=0}^m K_i(x, y) H_y^{(i)}(y, t) \right) dy + \gamma K_m(x, t), \ a \leqslant t < \alpha \\ \displaystyle\int_t^b \left(\sum_{i=0}^m K_i(x, y) H_y^{(i)}(y, t) \right) dy + \gamma K_m(x, t), \ \alpha < t \leqslant b \end{array} \right\} \quad (4.6)$$

Для случая, когда $m = n + p$ и $p \geqslant 1$, имеются различные приемы сведения к случаю $m \leqslant n$ ([72], [16, б], [28, д], [51, з]), использующие требование достаточной гладкости коэффициентов уравнений

(4.1) и (4.2). При этом начальная задача опять сводится к интегральному уравнению Фредгольма.

4.2. Начальная задача для уравнения с переменным верхним пределом.

Так же как в п. 4.1, мы рассмотрим начальную задачу $u(a) = u'(a) = \ldots = u^{(n-1)}(a) = 0$ для уравнения (4.2) при $\xi = x$. Полагая $L_x[u] = v(x)$ и используя (3.2), мы получим (4.4), а из (4.4) и (4.2) найдем

$$v(x) = \lambda \int_a^x M(x, t)\, v(t)\, dt + f(x), \tag{4.7}$$

где

$$M(x, t) = \int_t^x \left(\sum_{i=1}^m K_i(x, y)\, H^{(i)}(y, t) \right) dy + \gamma K_m(x, t),$$

($\gamma = 0$ при $m < n$ и $\gamma = 1$ при $m = n$). Уравнение (4.7) имеет единственное решение при любом вещественном λ. Однако, если рассматривать начальную задачу в точке $\alpha \neq a$, то ядро оказывается более сложным (ср. (4.6)), и, как было показано в [16, а], при некоторых значениях λ могут нарушаться условия существования и единственности решения уравнения (4.7). Случай $m = n + p$ с $p \geqslant 1$ разобран, например, в [51, б, д].

5. ДРУГИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ.

В работах [1], [9], [10], [16, г, е], [54, а], [83], [105], [106] было показано, что различные теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости решений дифференциальных уравнений переносятся на интегро-дифференциальные уравнения.

В работах [131, а], [53, ж, з], [74], [80] были установлены предложения о разложении функций по собственным функциям краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений и выведены асимптотические формулы для собственных функций и собственных значений. При этом в [74] рассматривались интегро-дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом.

Рассматривался вопрос о существовании периодических и почти периодических решений (см. [7], [16, г], [17], [38, д], [95], [99], [106, б]), причем в [17, б] и [38, д] этот вопрос рассматривался для интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной.

Исследовалось поведение решений интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром при производных. Задача ставилась так. Пусть $L_\varepsilon u$— интегро-дифференциальное выражение (линейное нелинейное) относительно функции u и f_ε — известная функция. Рассмотрим начальную или краевую задачу для уравнения

$$L_\varepsilon u = f_\varepsilon \tag{5.1}$$

и соответствующую задачу для вырожденного уравнения

$$L_0 u = f_0. \tag{5.2}$$

Пусть задача для уравнения (5.1) имеет единственное решение u_ε для всех $\varepsilon \in (0, h)$, где h — некоторое положительное число, и соответствующая задача для уравнения (5.2) также имеет единственное решение. В работах [27, в], [38], [44], [147] устанавливались достаточные условия единственности решений и сходимости u к u_0 при $\varepsilon \to 0$. Приведем один результат из [27, в]. Пусть

$$L_\varepsilon u \equiv \sum_{k=0}^{l} a_{m+k}\, \varepsilon^k u^{(m+k)}(t) + \sum_{i=1}^{m-1} [a_i(t)\, u^{(i)}(t) + A_i],$$

где

$$A_i = \int_0^t K_i(t, \tau)\, u^{(i)}(\tau)\, d\tau, \quad a_{m+k} = \text{const} \ (k = 0, 1, \ldots, l),$$

$a_m \neq 0$, $a_{m+l} = 1$, $a_i(t)$ и $K_i(t, \tau)$ непрерывны по совокупности аргументов $t, \tau \in [0, 1]$, ε — малый параметр, $f_\varepsilon(t) = f(t) + O(\varepsilon)$, где $f(t)$ непрерывна на $[0, 1]$. Для уравнения (5.1) ставится задача Коши (K_ε): $u^{(j)}(0) = 0$ $(j = 0, 1, 2, \ldots, m + l - 1)$, а для уравнения (5.2) ставится задача Коши (K_0): $u^{(i)}(0) = 0$ $(i = 0, 1, \ldots$ $\ldots, m - 1)$. Тогда, если уравнение

$$\sum_{k=0}^{l} a_{m+k}\, z^k = 0$$

имеет лишь простые корни, вещественные части которых отрицательны, то $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} u_\varepsilon(t) = u_0(t)$. Далее, если

$$A_i = \int_0^1 \frac{\Gamma_i(t, \tau)\, u^{(i)}(\tau)}{\tau - t}\, d\tau,$$

где интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, $\Gamma_i(t, \tau)$ удовлетворяют на $[0, 1]$ условию Гельдера относительно обеих переменных и задача Коши (K_0) имеет единственное решение, то задача (K_ε) имеет при достаточно малых ε единственное решение и

$$\lim_{\varepsilon \to 0} u_\varepsilon(t) = u_0(t).$$

Примененный в [27, в] метод был использован в [44] для установления аналогичных результатов для более общих уравнений. Обширные исследования вопроса о сходимости u_ε к u_0 для большого класса уравнений и задач содержится в [38].

Исследовались уравнения с запаздывающим аргументом, причем в линейном случае наиболее общие предложения, по-видимому, содержатся в приложении А монографии [77].

В заключение мы сделаем несколько замечаний об уравнении Больцмана.

Классическое уравнение Больцмана, описывающее изменение состояния газа с течением времени, имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial r} + a\frac{\partial f}{\partial v} = \int dv_1 \int [f'f_1' - ff_1]\, g\, l(g, \theta)\, d\Omega . \tag{5.3}$$

В нем $f = f(r, v, t)$ — функция распределения числа молекул, r и v — векторы ($r = \bar{i}x + \bar{j}y + \bar{k}z$, $v = \bar{i}v_x + \bar{j}v_y + \bar{k}v_z$), $a = \frac{dv}{dt}$, $f_1 = f(r, v_1, t)$, $f' = f(r, v', t)$, $f_1' = f(r, v_1', t)$, $g = |v - v_1| = |v' - v_1'|$ — относительная скорость, которая при бинарном столкновении $(v, v_1) \leftrightarrow (v', v_1')$ поворачивается на угол θ в телесном угле $d\Omega$, $l(g, \theta)$ — дифференциальное поперечное сечение рассеяния, определяющегося силовым законом $\varphi(r)$ (на функцию φ налагаются ограничения), причем полное сечение $\sigma = \int l(g, \theta)\, d\Omega$.

Для классического уравнения Больцмана пока нет теоремы существования и единственности. Линеаризованное уравнение Больцмана было исследовано Гильбертом в его известной работе по интегральным уравнениям (1912 г.), а после Гильберта — многими авторами. В нелинейном случае наиболее важные результаты были установлены Т. Карлеманом [42] в предположении, что распределение является пространственно однородным, т. е. f зависит лишь от модуля скорости v и времени t. В этом предположении им доказано существование единственного решения.

Ввиду важности уравнения Больцмана в различных вопросах современной физики, за последнее время оно было исследовано во многих работах. В нелинейном случае наиболее общий результат недавно получил А. Я. Повзнер [78]. В [78] установлены общие предложения, из которых результаты Карлемана получаются как частный случай. При этом в [78] рассматривается несколько видоизмененное уравнение Больцмана.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. **Абдулаев Т. Г.**, К вопросу об условиях сохранения свойств устойчивости решений интегро-дифференциальных уравнений, Уч. зап. Азерб. ун-та. Сер. физ.-матем. и хим. н., 1960, № 4, 3—10 (РЖМат, 1962, 6Б335).

2. **Адонц М. Т.,** а) Об одном классе нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Докл. АН АзербССР, 1954, **10**, 167—174 (РЖМат, 1955, 2248).
б) Применение метода вырожденных ядер к нелинейным интегро-дифференциальным уравнениям, Докл. АН АзербССР, 1955, **11**, 833—838 (РЖМат, 1956, 8078).
3. **Александрийский Б. И.,** а) К теории некоторых линейных интегро-дифференциальных систем, Докл. АН СССР, 1953, **91**, 181—184 (РЖМат, 1954, 4051).
б) Задача Коши для системы линейных интегро-дифференциальных уравнений, Новосибирск, Труды Инж.-строит. ин-та, 1957, 6, 135—142 (РЖМат, 1959, 4810).
4. **Алиев Ф. С.,** Задача Коши для систем интегро-дифференциальных уравнений, содержащих сингулярный оператор, Вестник Моск. ун-та, Матем. механ., 1961, № 2, 10—20 (РЖМат, 1962, 1Б254).
5. **Аржаных И. С.,** Применение групп Ли к интегро-дифференциальным уравнениям, Сб. «Науч. сессия АН УзССР 9—14 июня 1947», Ташкент, 1947, 102—114.
6. —, Кривошеин Л. Е., К решению обобщенной задачи Коши для одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Изв. высш. учебн. заведений, Математ., 1962, № 2, 3—12 (РЖМат, 1962, 10Б250).
7. **Артюшенко Л. М.,** а) К вопросу существования почти периодических решений нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Научн. конф. проф-преп. состава физ.-матем. фак-та Киргиз. ун-та», Фрунзе, 1959, 3—9 (РЖМат, 1960, 10467).
б) Об условиях существования почти периодического решения одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1961, 159—166 (РЖМат, 1962, 4Б276).
8. **Ахмедов К. Т.,** а) О задаче Коши для одного класса нелинейных уравнений в функциональных пространствах, Докл. АН СССР, 1957, **115**, № 1, 9—12 (РЖМат, 1958, 9934).
б) Об особых решениях одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Докл. АН СССР, 1959, **128**, № 3, 443—446 и Уч. зап. Азерб. ун-та, 1961, № 1, 3—20 (РЖМат, 1962, 3Б299 и 3Б300).
9. **Барбашин Е. А.,** Об условиях сохранения свойства устойчивости решений интегро-дифференциальных уравнений, Изв. высш. учебн. заведений, Математика, 1957, **1**, 25—34 (РЖМат, 1959, 3864).
10. —, Либерман Л. Х., Об устойчивости решений системы интегро-дифференциальных уравнений, Науч. докл. высш. школы, Физ.-матем. н., 1958, № 3, 18—22 (РЖМат, 1960, 4147).
11. **Беленкий С. З.,** Иваненко И. П., Каскадная теория ливней, Успехи физ. наук, 1959, **69**, № 4, 591—656 (РЖМат, 1960, 10465).
12. **Бельтюков Б. А.,** К решению систем интегро-дифференциальных уравнений, Уч. зап. Иркутск. гос. пед. ин-та, 1960, в. 17, 147—157 (РЖМат, 1962, 4Б272).
13. **Березовский А. А.,** Интегро-дифференциальные уравнения теории пологих тонких оболочек, Укр. матем. ж., 1959, **11**, № 2, 146—154 (РЖМат, 1960, 4149).
14. —, Шестопал А. Ф., Интегро-дифференциальные уравнения локальной устойчивости пологих оболочек, Укр. матем. ж., 1959, **11**, № 4, 434—438 (РЖМат, 1960, 13993).
15. **Болотин В. В.,** О параметрическом возбуждении поперечных колебаний, Сб. «Поперечные колебания и критические скорости», Изд. АН СССР, М., 1953, № 2, 5—44 (РЖМат, 1954, 5587).
16. **Быков Я. В.,** а) К теории линейных интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра, Тр. физ.-матем. фак-та Киргиз. ун-та, 1953, **2**, 67—83 (РЖМат, 1953, 2171).
б) Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений, Труды физ.-матем. фак-та Киргиз. ун-та, 1953, **2**, 85—109 (РЖМат, 1953, 2172).

в) Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений, Докл. АН УзССР, 1953, № 6, 3—6 (РЖМат, 1954, 2175).

г) О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений, Фрунзе, 1957, 1—320 (РЖМат, 1959, 482К).

д) О некоторых методах построения решений интегральных и интегро-дифференциальных уравнений, Фрунзе, 1961, 1—107 (РЖМат, 1962, 6Б336К).

е) О некоторых вопросах качественной теории интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», в. 1, 1961, 3—54 (РЖМат, 1962, 5Б347).

ж) Об ограниченных решениях одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1962, в. II, 79—90.

17. **Быков Я. В.**, Иманалиев М. а) О периодических решениях одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1961, в. 1, 145—154 (РЖМат, 1962, 5Б351).

б) О периодических, почти периодических и ограниченных решениях одного класса интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром при производной, Сб. «Исслед. по интегродифференц. уравнениям в Киргизии», 1962, в. 2, 3—20.

18. —, Салпагаров Х. М., К теории интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1962, в. 2, 91—116 (РЖМат, 1963, 9Б309).

19. **Вайнберг М. М.**, Треногин В. В., Методы Ляпунова и Шмидта в теории нелинейных уравнений и их дальнейшее развитие, Успехи матем. наук, 1962, **17 : 2** (104), 13—75 (РЖМат, 1963, 5Б316).

20. **Валицкий Ю. Н.**, Функции, аналитические относительно некоторых интегро-дифференциальных операторов, и их применения, Доповіді АН УРСР, 1959, № 3, 237—240 (РЖМат, 1960, 468).

21. —, Функции, аналитические относительно одного интегро-дифференциального оператора, и их приложения, Сб. «Исслед. по соврем. пробл. теории функций компл. перем.», М. Физматгиз, 1961, 499—505 (РЖМат, 1962, 7Б298).

22. **Васильев В. В.**, а) К вопросу о решении систем линейных интегро-дифференциальных уравнений, Иркутск, Труды ун-та, 1953, 8 : 1, 3—8 (РЖМат, 1954, 2974).

б) Решение задачи Коши для одного класса линейных интегро-дифференциальных уравнений, Докл., АН СССР, 1955, **100**, 849—852 (РЖМат, 1956, 477).

в) Решение задачи Коши для линейных интегро-дифференциальных уравнений, Тр. Иркутского ун-та, 1957, 15 : 2, 32—45 (РЖМат, 1960, 5411).

г) К вопросу о решении задачи Коши для одного класса линейных интегро-дифференциальных уравнений, Изв. высш. учебн. заведений, Математика, 1961, № 4, 8—24 (РЖМат, 1962, 4Б264).

23. **Ведь Ю. А.**, а) Об асимптотических оценках решений линейных интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1961, в. 1, 55—76 (РЖМат, 1962, 4Б267).

б) О существовании решений интегро-дифференциальных уравнений второго порядка, обладающих асимптотами, Там же, 1961, в. I, 77—102 (РЖМат, 1962, 5Б352).

в) Об одном асимптотическом свойстве решений линейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 1961, в. I, 103—110 (РЖМат, 1962, 4Б268).

г) О существовании решений интегро-дифференциальных уравнений с заданными невертикальными асимптотами, Там же, 1962, в. 2, 151—166 и 181.

24. —, Меренков В. З., Об одной предельной краевой задаче для интегро-дифференциального уравнения, Сб. «Исслед. по интегро-дифференциаль-

ным уравнениям в Киргизии», 1962, в. 1, 243—249 (РЖМат, 1962, 4Б270).

25. **Векилов Ш. И.**, Об одной краевой задаче для квазилинейного интегро-дифференциального уравнения, Тр. Ин-та физ. и матем. АН АзербССР, 1959, 8, 77—85 (РЖМат, 1960, 4148).

26. **Векуа И. Н.**, Об интегро-дифференциальном уравнении Прандтля, Прикл. матем и механ., 1945, **9**, № 2, 143—145.

27. **Векуа Н. П.**, а) Об одной системе сингулярных интегро-дифференциальных уравнений и ее приложений в граничных задачах линейного сопряжения, Тр. Матем. ин-та АН ГрузССР, 1957, **24**, 135—147 (РЖМат, 1958, 9218).

б) Задача Коши для сингулярного интегро-дифференциального уравнения, Сообщ. АН ГрузССР, 1959, **22**, № 6, 641—648 (РЖМат, 1961, 2Б258).

в) Нелинейные интегро-дифференциальные уравнения с малыми параметрами при старших производных, Сб. «Проблемы механики сплош. среды», М., АН СССР, 1961, 92—100 (РЖМат, 1961, 11Б218).

г) Об одном способе решения сингулярных интегро-дифференциальных уравнений, Сообщ. АН ГрузССР, 1959, **23**, № 2, 129—134 (РЖМат, 1962, 3Б294).

28. **Виграненко Т. И.**, а) О решениях одного класса линейных интегро-дифференциальных уравнений, Л., Зап. Горн. ин-та, 1952, **26:1**, 141—152.

б) О решениях одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Тр. ин-та матем. и механ. АН УзССР, 1953, **10:2**, 85—104 (РЖМат, 1954, 2173).

в) Об одном классе линейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, Л., Зап. Горн. ин-та, 1954, **29:3**, 31—41 (РЖМат, 1955, 5860).

г) О задаче Коши для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, Успехи матем. наук, 1955, **10:2** (64), 147—152 (РЖМат, 1956, 1342).

д) Об одном классе линейных интегро-дифференциальных уравнений, Л., Зап. Горн. ин-та, 1956, 33:3, 161—176 (РЖМат, 1957, 4071).

е) Об одной граничной задаче для линейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 177—187 (РЖМат, 1957, 4072).

ж) Об одной системе линейных интегро-дифференциальных уравнений, Тр. Высш. воен.-морск. инж. уч-ща, 1957, **22**, 159—176.

з) Об одном интегральном уравнении и методе А. И. Некрасова, Изв. высш. учебн. заведений, Математика, 1961, № 5, 6—18 (РЖМат, 1962, 4Б263).

29. **Владимиров В. С.**, а) Об одном интегро-дифференциальном уравнении, Изв. АН СССР, Сер. матем., 1957, **21**, 3—52 (РЖМат, 1960, 9051).

б) Об интегро-дифференциальном уравнении переноса частиц, Там же, стр. 681—710 (РЖМат, 1961, 6Б304).

в) Об уравнении переноса частиц, Там же, 1958, **22**, 475—490 (РЖМат, 1962, 5Б401).

г) Численное решение кинетического уравнения для сферы, Вычислительная матем., Изд. АН СССР, 1958, 3—33 (РЖМат, 1960, 901).

д) Математические задачи односкоростной теории переноса частиц, Тр. Матем. Ин-та АН СССР, 1961, **61**, 1—158 (РЖМат. 1962, 6Б403).

30. **Ворович И. И.**, О некоторых прямых методах в нелинейной теории пологих оболочек, Прикл. матем. и механика, 1956, **20**, № 4, 449—474 (РЖМат, 1957, 6398).

31. **Габиб-Заде А. Ш.**, Задача Коши для одного класса линейных интегро-дифференциальных уравнений с ядром в виде полинома от параметра, Изв. АН АзербССР. Сер. физ.-матем. и хим. н., 1958, № 5, 3—6 (РЖМат, 1960, 4143).

32. **Гагаев Б. М.**, а) Теоремы существования решений интегро-дифференциальных уравнений, Докл. АН СССР, 1952, **85**, 469—472.

б) Теоремы существования решений интегро-дифференциальных уравнений, Уч. зап. Казанск. ун-та, 1955, **115:14**, 21—28 (РЖМат, 1956, 8076).

33. **Гурьянов И. Н.**, К аналитической теории интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1961, в. 1, 251—264 (РЖМат, 1962, 5Б353).
34. **Гехт В. И.**, Разрешимость нелинейных сингулярных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений методом последовательных приближений, Новочеркасск, Тр. Политехн. ин-та, 1955, **26**, 436—454 (РЖМат, 1956, 4562).
35. **Говорухина А. А.**, Интегро-дифференциальные уравнения типа свертки, Докл. АН СССР, 1958, **118**, № 5, 866—869 (РЖМат, 1958, 9920).
36. **Егоров А. И.**, а) Теорема существования решения интегро-дифференциального уравнения, Тр. Физ.-матем. ф-та Киргиз. ун-та, 1953, 119—123 (РЖМат, 1954, 2973).
37. **Женхен О.**, О существовании решений интегро-дифференциальных уравнений, Докл. АН СССР, 1953, **91**, № 6, 1261, 1262 (РЖМат, 1954, 1679).
38. **Иманалиев М.**, а) О поведении решений обобщенной краевой задачи нелинейного интегро-дифференциального уравнения с малым параметром при старшей производной, Изв. АН КиргССР, 1957, **4**, 137—156 (РЖМат, 1958, 2118).
б) О поведении решений последовательности нелинейных и линейных интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра с малым параметром при старшей производной. Там же, 157—188 (РЖМат, 1958, 2117).
в) О поведении решений одного класса нелинейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных, Там же, 1958, в. 6, 89—96 (РЖМат, 1962, 3Б298).
г) Об одной обобщенной краевой задаче для нелинейного интегро-дифференциального уравнения с малым параметром при старшей производной, Изв. АН КиргССР, Сер. естест. и техн. н., 1959, **1**, № 1, 129—144, (РЖМат, 1960, 7765).
д) О периодических решениях нелинейных систем интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром, Сб. «Исслед. по интегро-дифференциальным уравн. в Киргизии», 1961, в. 1, 139—144 (РЖМат, 1962, 4Б275).
е) О поведении решений систем интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром при производных, Там же, 1962, в. **2**, 21—40.
39. **Исаханов Р. С.**, а) Дифференциальная граничная задача линейного сопряжения и ее применение в теории интегро-дифференциальных уравнений, Сообщ. АН ГрузССР, 1958, **20**, № 6, 659—666 (РЖМат, 1960, 4146).
б) Об одном классе сингулярных интегро-дифференциальных уравнений, Докл. АН СССР, 1960, **132**, № 2, 264—267 (РЖМат, 1961, 8Б264).
40. **Искендеров А.**, О существовании особых решений одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференциальным уравнениям в Киргизии», 1962, в. **2**, 191—200.
41. **Йокота**, Интегро-дифференциальные уравнения в частных производных, «интегралы пути» (path integrals) и стохастические процессы, Токэй сури кенкюсе ихо, Proc. Inst. Statist. Math., 1956, **4**, № 1, 43—71 (РЖМат, 1958, 10046).
42. **Карлеман Т.**, Математические задачи кинетической теории газов, М., ИИЛ, 1960, 1—118 (РЖМат, 1960, 12961 К).
43. **Кащеев Н. А.**, Об одной системе интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра, Куйбышев, Уч. зап. пед. и учит. ин-та, 1943, **7**, 181—197.
44. **Кванталиани К. И.**, а) Интегро-дифференциальные уравнения типа Вольтерра с малым параметром при старшей производной, Сообщ. АН ГрузССР, 1961, **26**, № 3, 265—272 (РЖМат, 1962, 3Б290).
б) Об одной краевой задаче для интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра с малым параметром при старших производных, Там же, 1961, **27**, № 2, 129—136 (РЖМат, 1962, 5Б350).
45. **Кекелия А. Г.** О сингулярном интегро-дифференциальном уравнении упругого крыла самолета конечного размаха, Сообщ. АН ГрузССР, 1962, **28**, № 1, 9—16 (РЖМат, 1963, 1Б250).

46. **Кильчевский Н. А.,** Интегро-дифференциальные и интегральные уравнения тонких упругих оболочек, Прикл. матем. и механ., 1959, **23,** № 1, 124—133 (РЖМат, 1959, 10099).
47. **Ким Е. И.,** Об условиях разрешимости одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Докл. АН СССР, 1959, **125,** № 4, 723—726 (РЖМат, 1960, 3149).
48. **Ким Юн Цан,** Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений с ядром, имеющим особенность, Казань, Научн. труды Ин-та инж. строителей нефт. промышлен., 1955, **3,** 109—116 (РЖМат, 1956, 3069).
49. **Ко Да Ха,** О существовании и единственности решений интегро-дифференциальных уравнений, Шусюэ сюэбао, 1953, **2,** № 4, 275—287 (РЖМат, 1956, 3865).
50. **Коробейник Ю. Ф.,** Решение смешанной задачи для одного интегро-дифференциального уравнения, Тр. семинара по функц. анализу Воронежск. ун-та, 1960, в. **3—4,** 26—49 (РЖМат, 1962, 4Б262).
51. **Кривошеин Л. Е.,** а) Об одном методе решения линейных интегро-дифференциального уравнения, Тр. семинара по функц. анализу Воронежск, 4 : 1, 118—123 (РЖМат, 1958, 4773).
б) Об одном способе решения некоторых линейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 1957, 4 : 2, 19—37 (РЖМат, 1958, 7820).
в) К приближенному решению некоторых интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 39—68 (РЖМат, 1958, 9263).
г) О приближенном решении краевых задач для линейных интегро-дифференциальных уравнений, Юбилейная науч. сессия АН КиргССР, отд. техн. наук, 1958, 409—436 (РЖМат, 1959, 9489).
д) Об одном методе решения некоторых линейных интегро-дифференциальных уравнений, Изв. высш. учебн. заведений, 1960, № 3, 168—172 (РЖМат, 1961, 4Б374).
е) К решению одной краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1961, в. **1,** 167—176 (РЖМат, 1962, 5Б348).
ж) Об одном общем методе решения систем линейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 191—299 (РЖМат, 1962, 5Б349).
з) Приближенные методы решения обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений, Фрунзе, Изд. АН КиргизССР, 1962, 1—183 (РЖМат, 1962, 11В160К).
и) К решению одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1962, в. **2,** 1962, 211—220 (РЖМат, 1963, 10Б287).
52. **Крикунов Ю. М.,** а) О решении обобщенной краевой задачи Римана и линейного сингулярного интегро-дифференциального уравнения, Уч. зап. Казанск. ун-та, 1952, **112 : 10,** 191—199.
б) То же, Докл. АН СССР, 1952, **85,** 269—272.
в) Обобщенная краевая задача Римана и линейное сингулярное интегро-дифференциальное уравнение, Уч. зап. Казанск. ун-та, 1956, **116 : 4,** 3—29 (РЖМат, 1958, 4651).
53. **Ландо Ю. К.,** а) Краевая задача для линейных интегро-дифференциальных уравнений, Уч. зап. Казанск. ун-та, 1951, **111 : 8,** 161—188. (РЖМат, 1953, 100248).
б) Об одном интегро-дифференциальном уравнении, Минск, Сб. научн. работ пед. ин-та, 1952, 154—166.
в) Об одном вполне непрерывном интегро-дифференциальном операторе, Там же, 1954, **3,** 154.
г) Функция Коши линейного интегро-дифференциального уравнения типа Вольтерра, Там же, 1956, **5,** 41—47 (РЖМат, 1959,475).
д) Об альтернативе для некоторых классов систем интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 1956, **5,** 49—58 (РЖМат, 1959, 3862).
е) Краевая задача для линейных интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра, Там же, 1956, **6,** 257—269 (РЖМат, 1959, 3858).

ж) Асимптотическое поведение собственных значений и собственных функций интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра, Там же, 1957, 7, 21—34 (РЖМат, 1958, 9921).
з) Разложение функций по собственным функциям краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра, Изв. высш. учебн. заведений. Математика, 1959, № 2, 118—127, (РЖМат, 1960, 4141).
и) О функции Грина краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра, Уч. зап. Минского ун-та, 1958, № 9, 65—70 (РЖМат, 1960, 4145).
к) Краевая задача для линейных интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма 2-го рода, Изв. АН БССР. Сер. физ.-техн. н., 1960, № 4, 11—21 (РЖМат, 1961, 9Б308).
л) Краевая задача для интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра в случае распадения краевых условий, Изв. высш. учебн. заведений, Матем., 1961, № 3, 56—65 (РЖМат, 1962, 2Б319).

54. **Либерман Л. Х.,** а) Об устойчивости решений интегро-дифференциальных уравнений, Изв. высш. учебн. заведений, 1958, № 3, 142—151 (РЖМат, 1959, 3865).
б) Интегро-дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом и устойчивость их решений, Там же, 1958, № 6, 161—175 (РЖМат, 1962, 1Б256).

55. **Линковский Г. Б.,** Крапивин В. Ф., О численном решении интегро-дифференциального уравнения с квазилинейным дифференциальным оператором и обобщенным оператором Вольтерра, Сибирский матем. журнал, 1961, **2**, № 5, 797—800 (РЖМат, 1962, 4В164).

56. **Лихтарников Л. М.,** Мякишев В. П., а) Решение одного класса интегро-дифференциальных уравнений с частными производными методом Фурье, Докл. АН СССР, 1959, **127**, № 3, 516—519 (РЖМат, 1960, 3150).
б) Решение интегро-дифференциальных уравнений с частными производными параболического типа методом Фурье, Иркутск, Учен. зап. пед. ин-та, 1960, в. **17**, 168—177 (РЖМат, 1962, 4Б266).

57. **Лобачев С. В.,** Об одном методе решения интегро-дифференциального уравнения, Краснодар, Труды ин-та пищ. промыш., 1957, **16**, 7—15 (РЖМат, 1958, 7819).

58. **Магнарадзе Л. Г., а)** Об одной системе линейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений и о линейной граничной задаче Римана, Сообщ. АН ГрузССР, 1943, **4**, № 1, 3—9.
б) Теория одного класса линейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений и ее применение к задаче колебания крыла аэроплана конечного размаха, Сообщ. АН ГрузССР, 1943, **4**, № 2, 103—110.

59. **Малов К. Н.,** О линейном дифференциальном уравнении первого порядка с запаздывающим аргументом, Сибирск. матем. ж., 1961, **2**, № 2, 233—236 (РЖМат, 1962, 5Б332).

60. **Манжерон Д.,** Кривошеин Л. Е., а) Некоторые вопросы решения интегро-дифференциальных уравнений, An. Ştiiţ. Univ. Iaşi, 1960, sec. 1, 6, № 3, 605—616 (РЖМат, 1962, 10Б249).
б) Приближенное решение краевых задач для обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений, Bull. Inst. Polit. Iaşi, 1960, 6 (10), 3—4, 21—30 (РЖМат, 1962, 5В182).
в) Приближенное решение некоторых линейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 1960, **6** (10), 1—2, 17—28 (РЖМат, 1962, 2В213).
г) Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений в полных производных, Там же, 1961, **7** (11), 1—2, 25—34 (РЖМат, 1963, 4Б282).

61. **Мартиросян Р. М.,** Об одной обобщенной задаче Штурма—Лиувилля, Докл. АН АрмССР, 1959, **29**, № 2, 49—58 (РЖМат, 1960, 13992).

62. **Масленников М. В.,** Об общей задаче теории замедления нейтронов, Докл. АН СССР, 1958, **118**, № 2, 259—262 (РЖМат, 1959, 1599).

63. **Мисник В. П.,** а) Существование голоморфного решения одной системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений Сб. «Материалы 8-й

научн. конф. физ.-матем. ф-та Киргиз. ун-та, Фрунзе», 1959, 39—42 (РЖМат, 1960, 6611).

б) Об области сходимости голоморфного решения нелинейной системы интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 28—30 (РЖМат, 1960, 10468).

в) О периодических и почти периодических решениях интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1962, в. 2, 233—238 (РЖМат, 1963, 10Б292).

64. **Монахов. В. Н.,** Разрешимость краевых задач для некоторых классов интегро-дифференциальных уравнений, Уч. зап. Казанск. ун-та, 1957, **117,** № 2, 66—69 (РЖМат, 1958, 6822).

65. **Морозов Н. Ф.,** Нелинейные задачи теории тонких анизотропных пластин, Изв. высш. учебн. заведений, Математика, 1960, № 6, 170—173 (РЖМат, 1962, 1Б283).

66. **Мусина С. С.,** а) Приближенное решение нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с обыкновенными производными, Уч. зап. Казанск. ун-та, 1953, **113 : 10,** 169—187 (РЖМат, 1957, 6693).

б) Теорема существования решения задачи Коши для систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 1957, 117 : 2, 54—58 (РЖМат, 1960, 7764).

в) Теоремы существования решения краевой проблемы для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 1957, 117 : 2, 59—61 (РЖМат, 1960, 7763).

67. **Мышкис А. Д.,** Шлопак А. С., Смешанная задача для систем дифференциально-функциональных уравнений с частными производными и операторами типа Вольтерра, Матем. сб., 1957, **41(83),** 239—256 (РЖМат, 1957, 8670).

68. **Наджафов К. А.,** а) Однозначное продолжение решений одного класса нелинейного интегро-дифференциального уравнения, Тр. Азерб. индустр. ин-та, 1957, **17,** 5—12 (РЖМат, 1958, 7818).

б) Точки разветвления решений одного класса нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 1957, **19,** 202—225 (РЖМат, 1959, 3866).

69. **Назаров Н. Н.,** а) Об одном линейном интегро-дифференциальном уравнении, Тр. Сектора матем. Комитета наук УзССР, 1939, **1,** 31—35.

д) Об одном классе нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Докл. АН СССР, 1947, **58,** 741—744.

в) Точки ветвления решений нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Тр. Ин-та матем. и мех. АН УзССР, 1948, **4,** 59—65.

г) К вопросу о существовании решения нелинейного интегро-дифференциального уравнения, Там же, 74—76.

д) Об одном классе нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 118—123.

е) Применение метода Неймана к нелинейным интегро-дифференциальным уравнениям, Там же, 134—136.

ж) К вопросу о существовании решения нелинейного интегро-дифференциального уравнения, Ташкент, Сб. научн. трудов Ин-та инж. ж.-д. трансп., 1949, 2, 183—185.

70. **Наймарк Б. М.,** Некоторые нелинейные краевые задачи в теории максвелловского тела, Докл. АН СССР, 1961, **139,** № 1, 63—66 (РЖМат, 1962, 1Б279).

71. **Наймарк М. А.,** Линейные дифференциальные операторы, М., 1954, 1—352 (РЖМат, 1957, 1614К).

72. **Некрасов А. И.,** Об одном классе линейных интегро-дифференциальных уравнений, ГТТИ, М.—Л., 1934, 1—17. (См. также Некрасов А. И., Полное собрание сочинений, Изд. АН СССР, М., 1961, т. 1).

73. **Немыцкий В. В.,** Вайнберг М. М., Современное состояние теории нелинейных интегральных уравнений, Тр. 3-го Всесоюз. матем. съезда, 1956, **3,** М, АН СССР, 1958, 140—152 (РЖМат, 1959, 8115).

74. **Нерсесян А. Б.,** а) Разложение по собственным функциям интегро-дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, Докл. АН СССР, 1959, **129**, № 3, 511—514 (РЖМат, 1960, 10466).
б) То же название, Изв. АН АрмССР. Сер. физ.-м. н., 1959, **12**, № 6, 57—68 (РЖМат, 1961, 3Б330).
75. **Николенко В. Н.,** а) Задача Коши для интегро-дифференциального уравнения типа Фредгольма, Успехи матем. н., 1952, 7:5, 225—228.
б) Задача Коши для интегро-дифференциального уравнения гиперболического типа, Ростов н/Д, Тр. Ин-та инж. ж.-д. трансп., 1959, в. 28, 54—82 (РЖМат, 1961, 11Б217).
76. **О Чен Хен,** Краевые задачи интегро-дифференциальных уравнений, Сухак ка мулли, Математика и физ., 1957, **I**, № 1, 5—15 (РЖМат, 1958, 9923).
77. **Пинни Э.,** Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения, ИИЛ, М., 1961, 1—248 (РЖМат, 1962, 3Б236К).
78. **Повзнер А. Я.,** Об уравнении Больцмана кинетической теории газов, Матем. сб., **58(100)**:1, 1962, 65—86.
79. **Попов Г. Я.,** а) О спаренных интегро-дифференциальных уравнениях изгиба лежащей на упругом полупространстве неограниченной плиты кусочно-постоянной жесткости, Изв. высш. учебн. заведений, Матем., 1957, № 1, 195—209 (РЖМат, 1959, 7022).
б) Об одном интегро-дифференциальном уравнении, Укр. матем. ж., 1960, **12**, № 1, 46—54 (РЖМат, 1962, 5Б346).
80. **Риекстыньш Э.,** Зольберга Р., Асимптотическое разложение собственных функций и собственных значений задачи Штурма — Лиувилля для одного интегро-дифференциального уравнения при больших значениях параметра, Рига, Уч. зап. Латв. ун-та, 1959, **28**, 87—94 (РЖМат, 1961, 6Б297).
81. **Розовский М. И.,** а) Об интегро-дифференциальном уравнении распределения электромагнитных волн в среде с диэлектрической и магнитной вязкостью, Докл. АН СССР, 1946, **53**, № 7.
б) Об интегро-дифференциальных телеграфных уравнениях, Докл. АН СССР, 1948, **59**, 1265—1268.
в) Задача Коши для интегро-дифференциального уравнения с частными производными в неограниченном пространстве, Успехи матем. наук, 1957, **12:3**, 369—376 (РЖМат, 1959, 3861).
г) Об одном классе функций и их приложениях, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1962, **2**, № 1, 179—185 (РЖМат, 1962, 7Б296).
82. **Романовский В. И.,** Об одном интегро-дифференциальном уравнении, Труды Среднеаз. ун-та, 1934, **12**.
83. **Самедова С. А.,** Асимптотическая устойчивость решения интегро-дифференциального уравнения из одного класса, Докл. АН АзербССР, 1958, **14**, № 6, 419—423 (РЖМат, 1959, 3860).
84. **Секерж-Зенькович Я. И.,** а) К задаче об обтекании криволинейной дуги с отрывом струй, Докл. АН СССР, 1934, **2**, № 6—7, и Докл. АН СССР, 1935, **3**, **4**(64), 151—154.
б) К теории обтекания криволинейной дуги с отрывом струй, Тр. ЦАГИ, вып. 299, 1937, 1—47.
в) Об аналитическом продолжении решения задачи обтекания криволинейной дуги с отрывом струй, Тр. ЦАГИ, 1938, вып. 354, 1—52.
85. **Симоненко И. Б.,** О некоторых интегро-дифференциальных уравнениях типа свертки, Изв. высш. учебн. заведений, Матем., 1959, № 2, 213—223 (РЖМат, 1962, 1Б253).
86. **Скоробогатько В. Г.,** Решение одного класса линейных интегро-дифференциальных уравнений, Тр. Среднеаз. ун-та, 1956, в. 66, 69—83 (РЖМат, 1957, 508).
87. **Скороход А. В.,** Об интегро-дифференциальных уравнениях, связанных с решением стохастических уравнений, Доповіді АН УРСР, 1961, № 7, 854—858 (РЖМат, 1962, 7Б294).

88. **Слугин С. Н.,** Приближенное решение интегро-дифференциальных уравнений на основе метода С. А. Чаплыгина, Изв. высш. учебн. заведений, Математика, 1957, **1**, 211—221 (РЖМат, 1958, 8277).
89. **Соболев С. Л.,** а) Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений со многими независимыми переменными, Докл. АН СССР, 1937, **17**, 447—450.
б) Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений для нескольких независимых переменных, 1, Изв. АН СССР, Сер. матем., 1937, 515—550.
в) Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений с несколькими независимыми переменными, 2, Изв АН СССР, Сер. матем., 1938, 61—90.
г) Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений со многими независимыми переменными, 2, Докл. АН СССР, 1938, **18**, 75—80.
90. **Сретенский Л. Н.,** а) О волнах на поверхности вязкой жидкости, Труды ЦАГИ, 1941, № 541, 1—34.
б) О затухании вертикальных колебаний центра тяжести плавающих тел, Тр. ЦАГИ, 1937, № 330, 1—12.
91. **Стоницький А. А.,** О нахождении формальных решений одного интегро-дифференциального уравнения, Доповiдi АН УРСР, 1962, № 1, 18—22 (РЖМат, 1962, 7Б297).
92. **Узаков Ю. К.,** а) Построение интегро-дифференциальных уравнений, допускающих группы С. Ли, Изв. АН УзССР. Сер. физ.-матем. н., 1958, № 3, 41—49 (РЖМат, 1959, 4811).
б) Об интегро-дифференциальных уравнениях второго порядка, допускающих группу С. Ли, Там же, 1958, № 4, 53—63 (РЖМат, 1960, 4150).
в) Понижение порядка интегро-дифференциальных уравнений с обыкновенными производными, допускающих данную группу Ли, Там же, 1960, № 2, 10—20 (РЖМат, 1961, 5Б287).
93. **Федоров В. Д.,** а) Об аналоге топологического принципа Важевского для интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1961, в. 1, 111—132 (РЖМат, 1962, 4Б273).
б) Исследование одной асимптотической задачи интегро-дифференциальных уравнений методом Важевского, Там же, 1962, в. 2, 145—150.
94. **Финкель Л. А.,** а) О свойствах решений одного класса интегро-дифференциальных уравнений, Сб. «Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям в Киргизии», 1961, в. 1, 265—273 (РЖМат, 1962, 4Б271).
б) О задаче Коши для одного класса линейных интегро-дифференциальных уравнений с бесконечным промежутком интегрирования, Там же, 1962, в. 2, 201—210 (РЖМат, 1963, 10Б285).
в) О задаче Коши для интегро-дифференциального уравнения А. И. Некрасова с бесконечным промежутком интегрирования, Там же, 1962, 221—232 (РЖМат, 1963, 10Б284).
95. **Халанай А.,** Периодические решения систем с запаздыванием с малым параметром в критическом случае, Rev. math. pures et appl. (RPR), 1961, **6**, № 3, 487—491 (РЖМат, 1962, 11Б187).
96. **Ху Кун-шэн.,** Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений, Acta scient. natur. Univ. szechuan, 1957, № 2, 121—150 (РЖМат, 1959, 477).
97. **Штыкан А. Б.,** Графическое решение интегро-дифференциальных уравнений, Успехи матем. наук, 1955, **10:4**, 171—180 (РЖМат, 1956, 5526).
98. **Эфендиев Г. С.,** а) О многозначной продолжаемости решения одного класса нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Уч. зап. Азерб. ун-та. Физ.-матем. и хим. сер., 1959, № 3, 9—24 (РЖМат, 1960, 6610).
б) О продолжаемости решений нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, Там же, 1959, № 2, 23—66 и 1960, № 4, 23—28 (РЖМат, 1961, 10Б319 и 1961, 10Б320).
99. **Яковлева Г. Ф.,** Об условиях существования периодических решений интегро-дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами,

Уч. зап. физ.-матем. ф-та Киргиз. ун-та, 1957, **4:2**, 111—127 (РЖМат, 1958, 7816).
100. **Яновский С. В.**, О регуляризации полных интегро-дифференциальных уравнений типа свертки, Изв. высш. учебн. заведений, Математика, 1960, № 5, 199—210 (РЖМат, 1961, 4Б372).

---

101. **Abian S.**, Barnett J. A., Functional invariants of a linear homogeneous integro-differential equation, Duke Math. J., 1958, **25**, № 4, 547—552 (РЖМат, 1962, 2Б317).
102. **Bajraktarević M.**, Sur une équation intégro-fonctionelle résoluble sans limitation, Glasnik mat.-fiz. i astron., 1959, **14**, № 3, 169—176 (РЖМат, 1960, 12975).
103. **Baumann V.**, a) Eine nichtlineare Integrodifferentialgleichung der Termodynamik, Proc. Internat. Congr. Math., 1954, 2, Amsterdam, 1954, 319—321 (РЖМат, 1956, 478).
b) Eine nichtlineare Integro-differentialgleichung der Wärmeübertragung bei Wärmeleitung und- strahlung, Math. Z., 1956, **64**, № 3, 353—384 (РЖМат, 1959, 2782).
104. **Bellman R.**, Kalaba R., Wing G. M., Invariant imbedding and neutron transport theory. V. Diffusion as a limiting case, J. Math. and Mech., 1960, **9**, № 6, 933—943 (РЖМат, 1961, 10Б298).
105. —, Richardson J. M., On the stability of solutions of the linearized plasma equation, J. Math. Analysis and Applic., 1960, **1**, № 3-4, 308—313 (РЖМат, 1961, 9Б310).
106. **Beneš V. E.**, a) A fixed point method for studying the stability of a class of integrodifferential equations, J. Math and Phys, 1961, **40**, № 1, 55—67 (РЖМат, 1962, 6Б333).
b) Ultimately periodic solutions to a non-linear integrodifferential equation, Bell System Techn., J. 1962, **41**, № 1, 257—268 (РЖМат, 1962, 12Б283).
107. **Bodziony J.**, Gołab S., On an integro-differential equation of the theory of screening of granular bodies, Arch. mech. stosowanej, 1961, **13**, № 4, 529—554 (РЖМат, 1962, 7Б300).
108. **Brownell F. H.**, Ergen W. K., A theorem on rearrangements and its application to certain delay differential equations, J. Rational Mech. and Analysis, 1954, **3**, № 5, 565—579 (РЖМат, 1955, 4486).
109. **Cernecca S.**, Su una classe di equaxioni integrodifferenziali, Ann. Univ. Ferrara, 1955—1956(1957), ser. VII, **5**, 21—47 (РЖМат, 1961, 12Б248).
110. **Case K. M.**, Elementary solutions of the transport equation and their applications, Ann. Phys. (USA), 1960, **9**, № 1, 1—23 (РЖМат, 1960, 13994).
111. **Castro Brzezicki A. de**, Algunos problemas de contorno para una ecuacion integridiferencial lineal, Rev. mat. hisp. amer., 1956, **16**, № 3-4, 89—97 (РЖМат, 1957, 4070).
112. **Chadan K.**, Intèractions non locales et matrice de diffusion, C. r. Acad. sci., 1958, **246**, № 10, 1513—1516 (РЖМат, 1959, 476).
113. **Das Gupta S. R.**, On the exact solution of the transfer equation in the Milne-Eddington model, Indian J. Theoret. Phys., 1958, **6**, № 2, 39—50; № 3, 77—84 (РЖМат, 1960, 10469, 10470).
114. **Deutsch E.**, Asupra unui sistem de ecuatii integra-diferenţiale ce se întîlneşte în tehnică, Bul. stiinţ. şi tehn. Inst. politehn. Timisoara, 1956, **1**, № 2, 13—17 (РЖМат, 1958, 9919).
115. **Doležal V.**, a) O systémech lineárních integro-diferenciálních rovnic v technickych problémech, Aplikace mat., 1959, **4**, № 1, 1—17 (РЖМат, 1960, 469).
b) Zur Dynamik der Linearsysteme, Acta techn. (CSR), 1960, **5**, № 1, 19—33 (РЖМат, 1962, 4Б261).

c) O Fourierově transformaci v teorii lineárních soustav, Aplikace mat., 1961, 6, № 3, 184—213 (РЖМат, 1962, 4Б316).
116. **Dragos L.**, Asupra ecuaţiei integro-diferentiale a lui Prandtl, Commun. Acad. RPR, 1958, 8, № 5, 451—459 (РЖМат, 1959, 3857).
117. **Elliott J.**, On an integro-differential operator of the Cauchy type, Proc. Amer. Math. Soc., 1956 **7**, № 4, 616—626 (РЖМат, 1957, 4069).
118. **Evans G. C.**, Sull'equazione integro-differenziale di tipo parabolico, Atti R. Accad. Lincei. Rend., 1912, (5), **21 : 2**, 25—31
119. **Franchini L.**, Un problema ai limite per una particolare classe di equazioni integro-differenziali, Ann. Univ. Ferrara, Ser. VII, 1953—1954, **3**, 71—91 (РЖМат, 1957, 7943).
120. **Germay R. H.**, a) Aplication de la méthode des fonctions majorantes à l'étude de certains systemes d'équations intégro-différentielles récurrentes, Ann. Soc. scient. Bruxelles, 1953, **67**, № 1, 13—18 (РЖМат, 1953, 772).
b) Sur les solutions infiniment voisines des équations intégro-différentielles récurrentes de forme normale, Bull. Soc. roy. sci. Liege, 1953, **22**, № 2, 64—76 (РЖМат, 1953, 1184).
c) Extension à des systèmes d'équations intégro-differentielles récurrentes à plusieurs variables independantes du théoreme de Cauchy relatif à l'existence des intégrales du premier ordre, Bull. Soc. roy. Sci. Liege, 1953, **22**, № 1, 2—10 (РЖМат, 1954, 2176).
d) Sur des équations intégro-différentielles récurrentes de forme normale, dont les termes intégraux contiennent les dérivées des fonctions inconnues, Ann. Soc. scient. Bruxelles, 1953, **67**, 1, № 3, 177—185 (РЖМат, 1955, 2712; см. также РЖМат, 1956, 476, 2277, 2280).
121. **Gianuizzi M.**, Problemi di valori al contorno per equazioni integro-differenziali: teoremi di esistenza e di inicita, Ann. Univ. Ferrara, ser. VII (N. S.), 1953, **2**, 71—91 (РЖМат, 1956, 3864).
122. **Gross E. P.**, J a c k s o n E. A., Kinetic models and the linearized Boltzmann equation, Phys. Fluids, 1959, **2**, № 4, 432—441 (РЖМат, 1962, 3Б344).
123. **Jörgens R.**, An asymptotic expansion in the theory of neutron transport, Communs Pure and Appl. Math., 1958, **11**, № 2, 219—242 (РЖМат, 1959, 8117).
124. **Karlin S.**, S z ë g o G., On certain differential-integral equation, Math. Z., 1960, **72**, № 3, 205—228 (РЖМат, 1960, 12973).
125. **Keller H. B.**, Approxiomate solution of transport problems I, J. Soc. Industr. and Appl. Math., 1958, **6**, № 4, 452—465 (РЖМат, 1960, 6984); II, 1960, **8**, № 1, 43—73 (РЖМат, 1962, 2Б370).
126. —, W e n d r o f f B., On the formulation and analysis of numerical methods for time dependent transport equations, Communs Pures and Appl. Math., 1957, **10**, № 4, 567—582 (РЖМат, 1958, 7195).
127. **Kofink W.**, Neue Lösungsformen der Boltzmann-Gleichung für monoenergetischen Neutronentransport in kugelförmiger Geometrie, Z. Phys., 1961, № 5, 489—507 (РЖМат, 1962, 5Б402).
128. **Koníček O.**, a) Konstruktion der geschlassenen Form der Lösung einer Integro-Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten und periodischer rechter Seite, Acta techn. (Ceskosl.), 1958, **3**, № 4, 262—293 (РЖМат, 1959, 4808).
b) Konstruktion der geschlossenen Form der Lösung einer Integro-Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten und antiperiodischer rechter Seite, Acta techn. (CSR), 1959, **4**, № 1, 22—51 (РЖМат, 1960, 4142).
129. **Kudrewicz J.**, Synthesis of linear parametrical two-terminal networks *RC* and *RL*, Bull, Acad. polon sci. Sér. sci. techn., 1959, **7**, № 12, 689—696 (РЖМат, 1960, 12978).
130. **Levin J. J.**, N o h e l J. A., On a system of integro-differential equations occurring in reactor dynamics, J. Math. and Mech., 1960, **9**, № 3, 347—368 (РЖМат, 1961, 3Б333).
131. **Lichtenstein L.**, a) Über ein Integro-Differentialgleichung und die Entwick-

lung willkürlicher Funktionen nach derer Eigenfunktionen, Swarz-Festschrift, Berlin, 1914.
b) Vorlesungen über einige Klassen nichtlinearer Integralgleichungen und Integro-Differentialgleichungen, Berlin, 1931.
132. **Mangeron D.**, Krivochéine L. E., Sur l'évaluation des erreurs de détermination des solutions d'une classe d'équations intégro-différentielles aux dérivées totales, C. r. Acad. Sci. Paris, 1961, **253,** 1190—1192 (РЖМат, 1963, 8Б306).
133. **Maravall Casesnoves D.**, Neuvostipos de ecuaciones differenciales e integrodiferenciales. Nuevos fenómenos de oscilación, Rev. Real. acad. cienc. exact., fis. y natur. Madrid, 1956, **50,** № 3, 287—435 (РЖМат, 1959, 4807).
134. **Marquet S.**, Étude mathématique de l'équation de Boltzmann, C. r. Acad. sci. 1953, **237,** № 25, 1637—1640 (РЖМат, 1955, 3247).
135. **Massaglia B. F.**, Sul comportamento di un sistema dissipativo soggeto ad azioni ereditarie non lineri, Atti Accad. sci. Torino. Cl. sci. fiz., mat. e natur., 1955—1956, **90,** № 2, 462—471 (РЖМат, 1960, 11735).
136. **Melzak Z. A.**, The positivity sets of the solutions of a transport equation, Michigan Math. J., 1959, **6,** № 4, 331—334 (РЖМат, 1962, 3Б292).
137. **Mikusinski J.**, Sur quelques équations intégro-différentielles, Studia math., 1956, **15,** № 2, 182—187 (РЖМат, 1957, 1502).
138. **Nickel K.**, Fehlerabscätzungs- und Eindeutigkeitssätze für Integro-Differentialgleichungen, Arch. Ration. Mech. and Analysis, 1961, **8,** № 2, 159—180 (РЖМат, 1962, 6Б334).
139. **Pekeris C. L.**, Solution of the Boltzmarn — Hilbert integral equation, Proc. Internat. Sympos. Transp. Processes Statist. Mech., Brussels, 1956. New York—London, Interscience, 1958, 173—176. Discuss., 184—185 (РЖМат, 1962, 3Б345).
140. **Prodi G.**, Problemi al contorno non lineari per equazioni di tipo parabolico non lineari in due variabili — soluzioni periodihe, Univ. Padova, 1954, **23,** 25—85 (РЖМат, 1955, 2678).
141. **Ramakrishnan Alladi**, Mathews P. M.. On the solution of an integral equation of Chandrasekhar and Münch, Astrophys. J., 1954, **119,** № 1, 81—90 (РЖМат, 1955, 2247).
142. **Rzewuski Jan**, Differential structure of non-local theories, Acta phys. polon, 1954, **13,** № 2, 135—144 (РЖМат, 1955, 2687).
143. **Sadowska D.**, a) Equation intégro-différentielle d'Abel, Bull. Soc. sci. et lettres Lódz, 1959, Cl. 3, **10,** № 6, 17 p. (РЖМат, 1961, 3Б329).
b) Sur une équation intégro-différentielle de la théorie de la conductibilité, Ann. polon math., 1959, **7,** № 1, 81—92 (РЖМат, 1962, 2Б318).
144. **Vasilache S.**, a) Asupra unei noi ecuaţii a telegrafiştilor, Studii şi cercetari mat., 1953, **4,** № 3—4, 273—293 (РЖМат, 1955, 2713).
b) Asupra unei clase de ecuatii integrale singulare ce apar in teoria ecuaţiilor integro-differenţiale, Bul. stiint. Acad. R. P. Romine, Sec. mat., şi fiz., 1954, **6,** № 3, 541—554 (РЖМат, 1956, 2275).
c) Asupra rezolvarii ecuaţiei, Bull. ştiint. Acad. R. P. Romine, Sec, mat. şi fiz., 1955, **7,** № 1, 87—95 (РЖМат, 1956, 7389).
d) Asupra unor noi probleme la limita pentru anumite clase de ecuaţii integri-differentiale san cu derivate partiale, Studii şi cercetari mat., 1955, **6,** № 1-2, 55—78 (РЖМат, 1959, 2781).
e) О новых краевых задачах для некоторых классов интегро-дифференциальных уравнений или уравнений в частных производных, Rev. math. pures at appl. (RPR), 1960, **5,** № 2, 251—274 (РЖМат, 1961, 10Б318).
145. **Vito L.**, a) Sulla equazione integro-differenziale di tipo ellitico di Volterra, Attî Accad. naz. Lincei. Rend Cl. sci. fis., mat. a natur, 1960 (1961), **29,** № 5, 289—294 (РЖМат, 1961, 11Б216).
b) Sullo spettio della transformazione intergrodifferenziale di Volterra, Atti Accad. naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur., 1961, **30,** № 6, 837—844 (РЖМат, 1962, 4Б260).

146. **Volterra V.,** Leçons sur les équations intégrales et les équations intégro-différentielles, Paris, 1913.
147. **Wing G. M.,** a) Solution of a time-dependent, one-dimensional neutron transport problem, J. Math. and Mech., 1958, **7,** № 5, 757—766 (РЖМат, 1959, 7026).
b) Analysis of a problem of neutron transport in a changing medium, J. Math. and Mech., 1962, **11,** № 1, 21—34 (РЖМат, 1962, 7Б338).
148. **Yu-Why Tschen,** Uber das Verhalten der einer Folge von Differentialgleichungsproblem, welche im Limes ausarten, Compositio Mathematica, 1953, 2, 378—401.