

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. И. Липатов, Распределенный вдув газа в гиперзвуковой поток,
Прикл. мех. техн. физ., 1987, том 28, выпуск 6, 57–61

<https://www.mathnet.ru/pmtf5043>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.173

15 мая 2025 г., 02:24:06



РАСПРЕДЕЛЕННЫЙ ВДУВ ГАЗА В ГИПЕРЗВУКОВОЙ ПОТОК

И. И. Липатов

(Москва)

Распределенный поверхностный вдув газа используется для уменьшения тепловых потоков к поверхности летательных аппаратов, движущихся с большой сверхзвуковой скоростью. Вдув изменяет эффективную форму поверхности и может поэтому применяться для создания аэродинамических сил и моментов. Для последнего случая характерны скорости нормального к поверхности вдува, превосходящие по порядку величины вертикальную скорость в пограничном слое на непроницаемой поверхности. Режимы течений с интенсивным вдувом изучались в ряде работ, их обзор приведен в [1]. Вместе с тем для целей теплозащиты оптимальным оказывается вдувание расхода газа, сравнимого с расходом в пограничном слое на непроницаемой поверхности, такая интенсивность вдува обеспечивает уменьшение теплового потока в главном члене. Течение вблизи проницаемой поверхности описывается в этом случае системой уравнений пограничного слоя. Наибольшие тепловые потоки характерны для гиперзвуковых течений, в частности для режима сильного гиперзвукового взаимодействия.

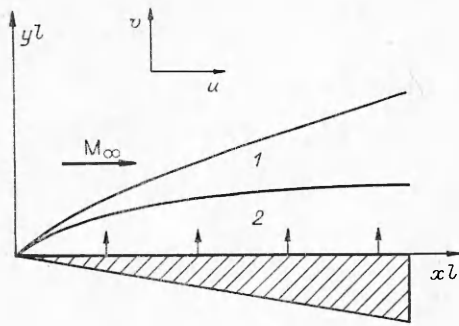
Исследования течений для режима сильного гиперзвукового взаимодействия ограничивались в основном рассмотрением задач с граничными условиями, которые обеспечивают сведение системы уравнений пограничного слоя к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [2]. В то же время реализующиеся на практике распределения интенсивности вдува приводят к необходимости решения неавтономных задач. Пример решения таких задач дан в настоящей работе.

Имеется еще одно обстоятельство, придающее изучению течений со вдувом особое значение. В классической теории пограничного слоя известны два вида особенностей в решении, связанных с обращением поверхностного трения в нуль и с изменением структуры течения. В первом случае уменьшение трения до нуля и образование области возвратных токов (отрыв пограничного слоя) происходят за счет неблагоприятного градиента давления, во втором — обращение трения в нуль и образование области невязкого пристеночного течения (отсоединение пограничного слоя) вызываются распределенным вдувом. Структура течения в пограничном слое определяется процессом диффузии и конвекции завихренности. При больших числах Рейнольдса расстояние, на которое завихренность диффундирует от обтекаемой поверхности, много меньше расстояния, на которое за то же время завихренность переносится за счет конвекции вдоль поверхности [3]. Торможение жидкости под действием неблагоприятного градиента давления приводит к появлению конвективного механизма переноса завихренности от поверхности и к перестройке течения в пограничном слое. Такая конвекция возникает и в результате поверхностного вдува. Математическое описание решений системы уравнений пограничного слоя вблизи точек нулевого трения представлено в [4, 5]. Анализ этих решений свидетельствовал о появлении в окрестности точек нулевого поверхностного трения большого неблагоприятного градиента давления, индуцируемого толщиной вытеснения во внешнем потоке. Учет эффекта взаимодействия течения в пограничном слое с внешним потоком позволил получить гладкое решение, проходящее через точку отрыва в сверхзвуковом [6, 7] и дозвуковом [8] потоках. Впоследствии оказалось, что учет индуцированного градиента давления в композитной системе уравнений пограничного слоя позволяет устранить особенность и для решения, описывающего течения с распределенным вдувом [9]. Полученное в [9] решение соответствовало режиму слабого взаимодействия, влияние индуцированного градиента давления начинало сказываться здесь только после уменьшения поверхностного трения почти до нуля. Для режима сильного взаимодействия характерно то, что взаимное влияние течения в пограничном слое и внешнего невязкого течения происходит вдоль всей поверхности тела. Таким образом, явление отсоединения пограничного слоя, если оно есть, должно обладать рядом особенностей, отличающих его от аналогичного явления при режиме слабого взаимодействия. Эти особенности проанализированы в настоящей работе.

1. Рассматривается обтекание плоской поверхности гиперзвуковым потоком вязкого теплопроводного газа. Начало декартовой системы координат совпадает с передней кромкой, ось x_l направлена вдоль поверхности, ось y_l — по нормали к ней (рис. 1). Согласно [10], режим сильного взаимодействия реализуется при

$$M_\infty \rightarrow \infty, M_{\infty\tau} \rightarrow \infty,$$

где M_∞ — число Маха в невозмущенном потоке; τ — толщина пограничного слоя δ^* , отнесенная к длине поверхности l . В соответствии с обычными оценками теории сильного взаимодействия в пограничном слое (об-



Р и с. 1

ласть 2 на рис. 1) вводятся следующие обозначения компонентов вектора скорости, плотности, давления, полной энтальпии и динамического коэффициента вязкости: $u_\infty u_1$, $\tau u_\infty v_1$, $\tau^2 \rho_\infty \rho_1$, $\tau^2 \rho_\infty u_\infty^2 p_1$, $(u_\infty^2/2) g_1$, $\mu_0 \mu_1$ здесь индекс ∞ относится к параметрам невозмущенного набегающего потока, а 0 — к коэффициенту вязкости, соответствующему температуре торможения. Параметр τ , характеризующий толщину пограничного слоя, выражается через число Рейнольдса $\tau = Re_0^{-1/4}$, $Re_0 = \rho_\infty u_\infty l / \mu_0$.

Предполагается, что поверхность пластины проницаема и по нормали к ней вдувается газ того же состава, что и в набегающем потоке, со скоростью, равной $\tau u_\infty v_w$.

Система уравнений пограничного слоя, записанная в переменных Дородницына, имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial p_1}{\partial \eta} = 0, \quad v_1^* - \rho_1 v_1 + u_1 \frac{\partial \eta}{\partial x},$$

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial \eta} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho_1 \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial \eta} \right),$$

$$u_1 \frac{\partial g_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial g_1}{\partial \eta} = \frac{\sigma}{\partial \eta} \left\{ \rho_1 \mu_1 \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial g_1}{\partial \eta} + \left(1 - \frac{1}{\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} (u_1^2) \right] \right\},$$

$$p_1 = \frac{(\gamma - 1)}{2\gamma} (g_1 - u_1^2) \rho_1, \quad \eta = \int_0^y \rho_1 dy, \quad \delta_1 = \rho_1^{-1} d\eta,$$

$$\rho_1 \mu_1 = \frac{2\gamma}{(\gamma - 1)} p_1 (g_1 - u_1^2)^{n-1}, \quad u_1(x, 0) = 0,$$

$$g_1(x, 0) = g_w, \quad v_1^*(x, 0) = v_w \rho_{1w}, \quad u_1(x, \infty) = 1, \quad g_1(x, \infty) = 1$$

(σ — число Прандтля).

Согласно теории сильного взаимодействия [10], входящее в краевую задачу распределение давления $p_1(x)$ зависит от толщины вытеснения пограничного слоя δ_1 . Для определения этой зависимости необходимо исследовать невязкое течение в области I (см. рис. 1), расположенной между ударной волной и внешней границей пограничного слоя. Течение в области I описывается гиперзвуковой теорией малых возмущений [11]. Для дальнейшего анализа используется приближенное выражение

$$(1.2) \quad p_1 = \frac{\gamma + 1}{4} \left(\frac{d\delta_1}{dx} \right)^2$$

которое дает метод касательного клина.

Замена переменных $\xi = x^{1/4}$, $\lambda = \eta \xi^{-1} [(\gamma - 1)/8\gamma p(0)]^{1/2}$, $u_1 = \partial\psi/\partial\eta$, $v_1^* = -\partial\psi/\partial x$, $\psi = \xi f [8\gamma p(0)/(\gamma - 1)]^{1/2}$, $p_1 = \xi^{-2} p$, $\rho_1 = \xi^{-2} \rho$, $\delta_1 = \xi^3 \delta$, $g_1 = g$ приводит краевую задачу (1.1), (1.2) к виду

$$(1.3) \quad (Nf'')' + ff'' + \frac{\gamma-1}{\gamma} \left(1 - \frac{\xi p'}{2p} \right) (g - f'^2) = \xi (f'f'' - f'f''),$$

$$\left(\frac{N}{\sigma} g' \right)' + fg' + \left[N \left(1 - \frac{1}{\sigma} \right) f'^2 \right]' = \xi (f'g' - f'g'),$$

$$f'(\xi, 0) = 0, \quad g(\xi, 0) = g_w, \quad f(\xi, 0) = f_w, \quad f'(\xi, \infty) = 1, \quad g(\xi, \infty) = 1,$$

$$\delta = 2 \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma p} \right)^{1/2} \left[\frac{p(0)}{p} \right]^{1/2} \int_0^\infty (g - f'^2) g \eta, \quad N = \frac{p}{p(0)}$$

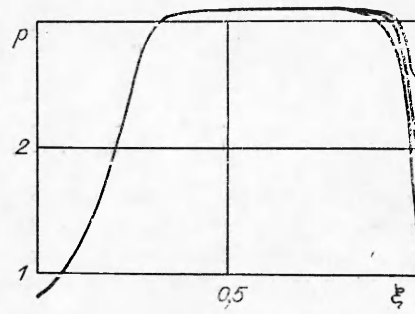
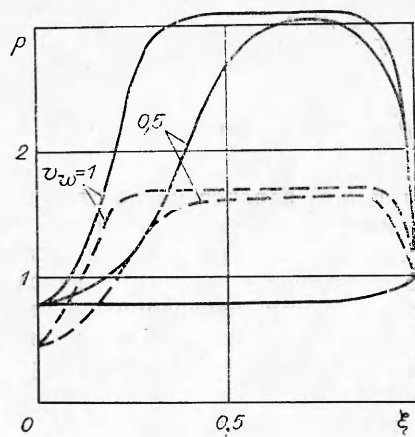
$$p = \frac{\gamma + 1}{2} \left[\frac{3}{4} \delta + \frac{1}{4} \xi \frac{d\delta}{d\xi} \right]^2,$$

$$f_w = - \left(\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \right)^{1/2} \frac{2v_w}{g_w \xi [P(0)]^{1/2}} \int_0^\xi p \xi d\xi, \quad f' = \frac{\partial f}{\partial \lambda}, \quad f = \frac{\partial f}{\partial \xi}.$$

Входящее в (1.3) распределение давления $p(\xi)$ заранее неизвестно и находится в процессе решения. Наличие индуцированного градиента давления придает решению параболической системы уравнений пограничного слоя новые свойства, связанные с передачей возмущений вверх по потоку или с зависимостью от краевого условия, задаваемого ниже по течению [12]. Дополнительное краевое условие, задаваемое, например, на донном срезе $p(\xi = 1) = B$, позволяет получить единственное решение краевой задачи (1.3). Для численного решения краевых задач такого типа разработаны эффективные разностные методы, в настоящей работе использован метод [13]. Процедура решения заключается в задании некоторого поля скоростей и давления в области ($0 \leq \xi \leq 1$; $0 \leq \lambda < \infty$). В дальнейшем линеаризованная краевая задача (1.3) решается при известном градиенте давления, распределении давления и толщине вытеснения $\delta^i(\xi)$, в результате определяется новое распределение толщины вытеснения $\delta(\xi)$, которое не совпадает с исходным $\delta^i(\xi)$. Следующий этап вычислений связан с нахождением поправки $\Delta(\xi)$ к распределению толщины вытеснения. Для этого используется линейное дифференциальное уравнение второго порядка, в котором неоднородный член пропорционален разности $\delta^i(\xi) - \delta(\xi)$. Процедура вычислений повторяется при новом распределении толщины вытеснения $\delta^{i+1} = \delta^i + \Delta$ и соответствующих распределениях давления и градиента давления до тех пор, пока разность $\delta^{i+1} - \delta^i$ не станет достаточно малой. Таким образом можно рассчитывать также течение в пограничном слое с возвратными токами, используя ориентированные разности при аппроксимации конвективных производных.

2. Численные решения краевой задачи (1.3) получены при $\sigma = n = 1$, $\gamma = 1,4$. На рис. 2 представлены результаты вычислений функции $p(\xi)$, соответствующие фиксированному значению параметра $B = 1,02$ (пропорционального донному перепаду давления) и ряду значений параметра v_w , пропорционального скорости вдува. Сплошные кривые отвечают температурному фактору $g_w = 1$, штриховые — $g_w = 0,5$. Можно отметить качественное отличие решений, отвечающих обтеканию непроницаемой и проницаемой поверхностей. Первое ($v_w = 0$) характеризуется постоянством функции $p(\xi)$ почти всюду, кроме области, примыкающей к донному срезу ($\xi = 1$). Для второго типа решения ($v_w \neq 0$) характерны области быстрого роста вблизи передней кромки, почти постоянных значений и изменений в окрестности донного среза. Функция p в области почти постоянных значений слабо зависит от интенсивности вдува и определяется температурным фактором, при уменьшении g_w падает и максимум $p(\xi)$. Разумеется, эти выводы относятся лишь к исследованному диапазону изменения донного перепада давлений, при котором в течении отсутствуют области возвратных токов.

Результаты исследования влияния B на характеристики течения представлены на рис. 3, где функции $p(\xi)$ получены при $v_w = 1$, $g_w = 1$. Следует отметить, что при изменении B $p(\xi)$ изменяется лишь вблизи донного среза. В [11] показано, что решение краевой задачи (1.3), записанное, например, для $p(\xi)$, при $\xi \rightarrow 0$ представимо в виде ряда, в котором присутствует собственная функция вида $C \xi^a$, где a — собственное число, а константа C определяется условием $p(\xi = 1) = B$. Результаты изучения течений с вдувом, задаваемым условием $f_w(\xi) = -F$, полученные в [14], свидетельствуют о том, что рост F приводит к уменьшению a . Соответственно происходит рост интенсивности передачи возмущений вверх по потоку; в частности, при фиксированной величине донного перепада



Р и с. 3

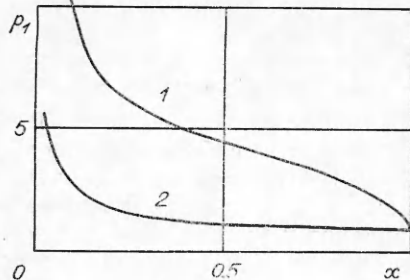
Р и с. 2

давлений в любой точке вблизи передней кромки давление растет. Слабая зависимость решения от донного перепада давлений (рис. 3) объясняется тем, что рассматриваемый режим вдува $v_w = \text{const}$ или $f_w(\xi) = O(\xi)$ при $\xi \rightarrow 0$ характеризуется существенно меньшей скоростью вдува вблизи передней кромки, чем режим, отвечающий условию $f_w = \text{const}$.

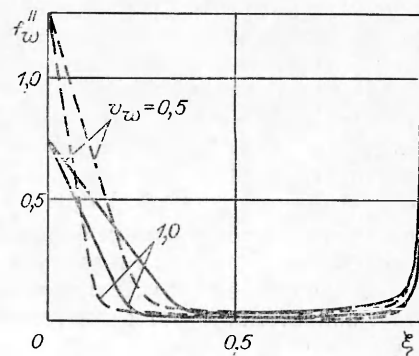
Результаты расчетов позволяют заключить, что область возвратных токов (или изменение знака величины поверхностного трения при росте параметра B) впервые появляется вблизи донного среза, т. е. при $\xi = 1$. Чтобы объяснить этот факт, нужно вернуться к определению функции $p(\xi)$, которая представляет собой отношение распределения давления к автомодельному распределению, соответствующему обтеканию непроницаемой полубесконечной поверхности. Распределения давления $p_1(x)$, выраженные в переменных подобия, представлены на рис. 4 (кривая 2 отвечает автомодельному решению ($v_w = 0, g_w = 1$), 1 получена при том же значении температурного фактора и при $v_w = 1$). Можно видеть, что распределения давления монотонны, им соответствует отрицательный градиент давления на всей обтекаемой поверхности. Увеличение B приводит к изменению распределения давления вблизи задней кромки, в частности, появление нулевого или отрицательного поверхностного трения связано с изменением знака градиента давления при $\xi = 1$.

Сравнивая результаты настоящей работы с результатами исследования течения с равномерно распределенным вдувом для режима слабого взаимодействия [9], можно отметить, что для режима сильного взаимодействия характерно смещение области роста давления (положительного градиента давления) к донному срезу.

На рис. 5 приведены результаты вычислений функции $f_w''(\xi)$. Здесь, так же как и для $p(\xi)$ (см. рис. 2), можно выделить три характерные области: быстрого уменьшения функции $f_w''(\xi)$ вблизи передней кромки,

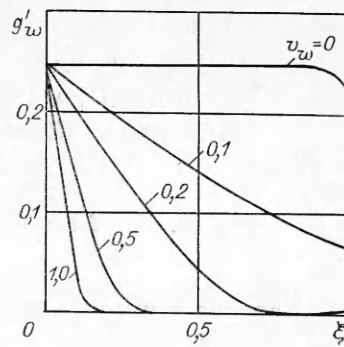


Р и с. 4



Р и с. 5

почти постоянных малых значений и изменений вблизи донного среза. Аналогичный вид имеют и результаты вычислений $g'_w(\xi)$, полученные при $g_w = 0,5$ (рис. 6). Существование трех характерных областей в течении вблизи пористой поверхности связано с различным воздействием процессов диффузии, конвекции и внешних сил (градиента давления) на течение в этих областях. С увеличением толщины пограничного слоя (расстояния от нулевой линии тока до поверхности) уменьшается влияние сил вязкости на изменение продольного импульса в пристеночной области течения. При этом продольный импульс вдуваемого по нормали к поверхности газа все в большей степени приобретает за счет действия благоприятного градиента давления. Хотя поверхностное трение, создаваемое за счет разгона газа, также уменьшается с ростом интенсивности вдува, скорость затухания трения, создаваемого за счет вязкости, оказывается большей, что и приводит к появлению характерных областей в течении. Существование третьей области связано, как отмечалось выше, с влиянием донного перепада давлений.



Р и с. 6

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин В. А., Липатов И. И., Нейланд В. Я. Асимптотические методы исследования задач обтекания тел с интенсивным массообменом.— Киев: Знание, 1980.
2. Нейланд В. Я. Вдувание газа в гиперзвуковой поток // Учен. зап. ЦАГИ.— 1972.— Т. 3, № 6.
3. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости.— М.: Мир, 1973.
4. Goldstein S. On laminar boundary layer flow near a position of separation // Quart. J. Mech. Appl. Math.— 1948.— V. 1, N 1.
5. Catherall P., Stewartson K., Williams P. G. Viscous flow past a flat plate with uniform injection // Proc. Roy. Soc. A.— 1965.— V. 284, N 1398.
6. Нейланд В. Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1969.— № 4.
7. Stewartson K., Williams P. G. Self-induced separation // Proc. Roy. Soc. A.— 1969.— V. 312, N 1509.
8. Сычев В. В. О ламинарном отрыве // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1972.— № 3.
9. Липатов И. И. Отсоединение пограничного слоя при равномерном вдувании газа в сверхзвуковой поток // Тр. ЦАГИ.— 1977.— Вып. 1864.
10. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений.— М.: ИЛ, 1962.
11. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью.— М.: Физматгиз, 1959.
12. Нейланд В. Я. Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 4.
13. Дудин Г. Н., Лыжин Д. О. Об одном методе расчета режима сильного вязкого взаимодействия на треугольном крыле // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 4.
14. Коваленко А. А. Исследование отрыва пограничного слоя при взаимодействии с гиперзвуковым потоком газа // Учен. зап. ЦАГИ.— 1974.— Т. 5, № 6.

Поступила 10/VII 1986 г.