

Н. М. ЗУЕВА, М. С. МИХАЙЛОВА, А. И. МОРОЗОВ

ПРИМЕР СТРУКТУРЫ МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
С РАЗРУШАЮЩИМИСЯ МАГНИТНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 22 VI 1963)

В работе (1) с помощью численного расчета было показано, что среди силовых линий магнитного поля ( $\mathbf{H} = \nabla\Phi$ )

$$\Phi = z + h_0 I_0(3r) \sin 3z + 3I_3(3r) \sin 3(\varphi - z),$$

выходящих при  $z = 0$  из точек положительной полуоси  $x$  (т. е.  $\varphi = 0$ ) имеются периодические силовые линии, с периодом  $2\pi N/3$ , причем при  $h_0 = 0,125$  величина  $N = 1, 12, 13, \dots$  В работе (1) исследовался интервал  $0 < x < x_{0'}$ , где  $O'$  — так называемый центр лепестка.

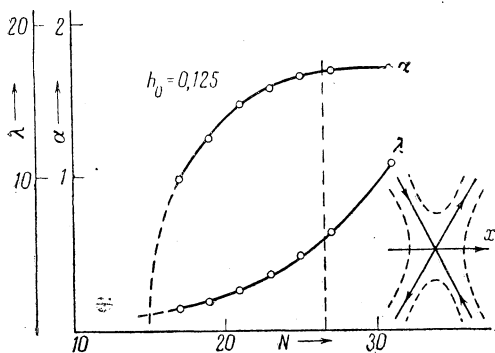


Рис. 1

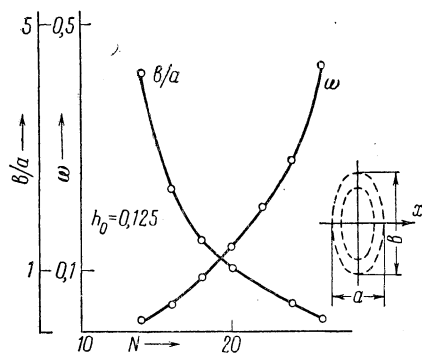


Рис. 2

В данной работе проводится исследование поведения силовых линий, лежащих в малой окрестности периодических силовых линий. Как и в предыдущей работе, характер поведения силовых линий представляется с помощью изображающей плоскости (1), на которой периодические силовые линии изображаются системой  $N$  точек (названных в (1) рациональными).

Первая задача данной работы состояла в определении характера поведения изображающих точек в окрестности рациональных точек.

Для этой цели в достаточно малой окрестности каждой рациональной точки  $A(x_0, 0, N)$ , приближенно определенной по графику  $\delta(x)$  (1), выбирали четыре точки, расположенные крестообразно. Из этих точек мы выпускали силовые линии, которые рассчитывали в течение большого периода  $\frac{2\pi}{3}N$ , причем две силовые линии рассчитывали вдоль положительного направления оси  $z$ , а две — вдоль отрицательного направления оси  $z$ . Зная новые положения взятых четырех точек, можно было уточнить координату  $x_0$  ( $y_0 = 0$ ) рациональной точки и определить матрицу преобразований  $(\alpha_{ik})_N$  (2), показывающую, как через большой период  $\frac{2\pi}{3}N$  изменяются координаты  $\xi = x - x_0$ ,  $\eta = y - y_0$  произвольной точки, находящейся в малой окрестности рациональной точки. Детерминант этой матрицы равен единице,  $|\alpha_{ik}| = 1$  в силу условия  $\text{div } \mathbf{H} = 0$  и, следовательно, собственные значения  $\lambda_1, \lambda_2$  матрицы  $(\alpha_{ik})_N$  связаны соотношением  $\lambda_1 \lambda_2 = 1$ . Если  $\lambda$  — мнимая величина, то рациональная точка эллиптическая, а если  $\lambda$  вещественно, то точка гиперболическая, причем при  $\lambda > 0$  изображающие точки перемещаются по гиперболам без перескоков, а при  $\lambda < 0$  — с перескоками (2).

С помощью изложенного метода было найдено, что рациональные точки с нечетным  $N$  при любом  $h_0$  всегда гиперболические с  $\lambda > 0$ , а четные рациональные точки при  $N < N^*$  эллиптические, а при  $N > N^*$  — гиперболические с  $\lambda < 0$ . Здесь  $N^*$  — номер точки с координатой  $x^*$  (см. (1)).

Таблица №1

$h_0$	$x_{0'}$	$N = 11$	$N = 12$	$N = 13$	$N = 14$	$N = 15$	$N = 16$	$N = 17$	$N = 18$	$N = 19$	$N = 20$
0,0120	0,07363							0,04341			0,03510
0,0125	0,07630		0,06983	0,05783	0,05898	0,05123	0,04649	0,03956	0,03689	0,03461	0,03260
0,0130	0,07893	0,06938	0,05783					0,03637	0,03398	0,03234	0,03085

(продолжение)

$h_0$	$x_{0'}$	$N = 21$	$N = 22$	$N = 23$	$N = 24$	$N = 25$	$N = 26$	$N = 27$	$N = 28$	$N = 29$	$N = 30$
0,0120	0,07363	0,03337	0,03163		0,02875	0,02735	0,02618	0,02511	0,02412	0,02322	0,02238
0,0025	0,07630	0,03084	0,02925	0,02784	0,02655	0,02539	0,02432*	0,02335	0,02244	0,02164	0,02084
0,0130	0,07893								0,02092	0,02018	0,01944

\* Отмечена неподвижная крайняя слева эллиптическая точка. Для  $h_0 = 0,120$  эта точка совпадает с  $N \approx 36$ .

В табл. 1 и на рис. 1 и 2 представлены координаты рациональных точек, значения  $\lambda > 1$  и угла  $\alpha$  между асимптотами для нечетных гиперболических точек, а также значения отношения полуосей  $b/a$  и параметра прокручивания  $\omega$  ( $\lambda = e^{2\pi i \omega}$ ) для четных эллиптических точек, а также показана

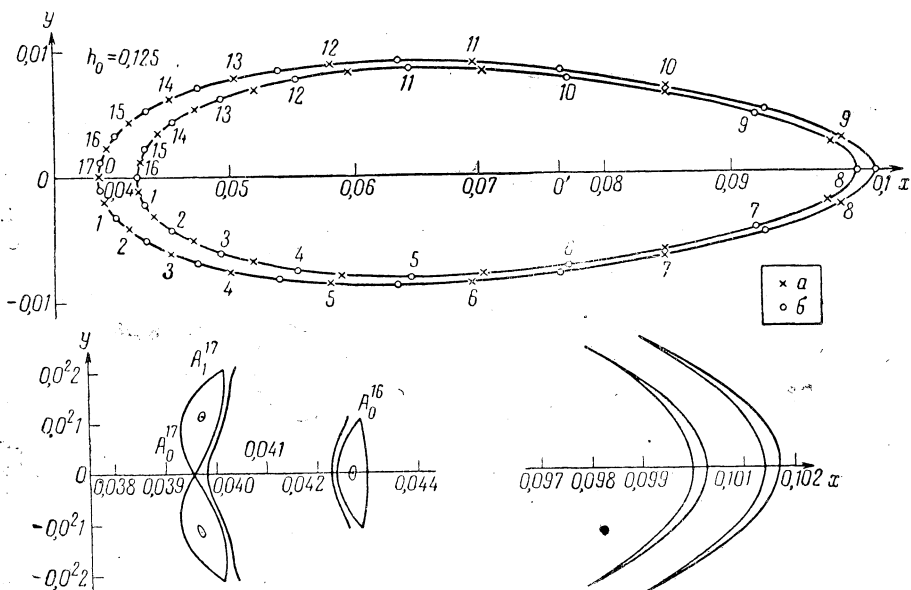


Рис. 3. а — гиперболические точки, б — эллиптические точки

вычисленная ориентация асимптот и эллипсов, соответствующих рациональным точкам, лежащим в интервале  $x^* < x < x_{0'}$ .

Из этих данных можно сделать вывод, что при  $x \rightarrow x^*$  эллипсы сплющиваются в направлении оси  $y$ ,  $\omega \rightarrow 1/2$ , тогда как при  $x \rightarrow x_{0'}$  эллипсы вытягиваются вдоль оси  $y$ , угол между асимптотами стремится к нулю, кроме того,  $\lambda \rightarrow \lambda_{\min} \approx 1$ ,  $\omega \rightarrow \omega_{\min}$ .

Для того чтобы прорисовать картину в плоскости  $xy$  и тем самым выяснить взаимодействие областей различных неподвижных точек, мы взяли гиперболическую точку  $A(x_0, 0; 17)$  и, учитывая устойчивость асимптоты,

двигались вдоль нее. Оказалось, что эта асимптота приходит в точку  $A(x_1, y_1, 17)$ , которая получается из точки  $A(x_0, 0, 17)$  в результате смещения вдоль оси  $z$  на период, равный  $2\pi/3$  (4).

Проведя аналогичные вычисления с  $N = 16$ , мы получили картину, изображенную на рис. 3. На рис. 3а изображены положения рациональных точек, соответствующих  $N = 16$  и  $N = 17$ . На этом рисунке не удастся в масштабе показать структуры, возникающие около каждой рациональной точки. Однако видно, что на каждой расщепляющейся магнитной поверхности с номером  $N$  имеется  $2N$  чередующихся эллиптических и гиперболических точек. Структура в окрестности этих точек показана на рис. 3б, а на рис. 4 дана схематически общая картина.

Отсюда видно, что разрушение (или, может быть, лучше сказать, расщепление) магнитных поверхностей начинается на тех поверхностях, на которых силовые линии замыкаются через  $N$  оборотов. Это разрушение состоит в образовании вокруг

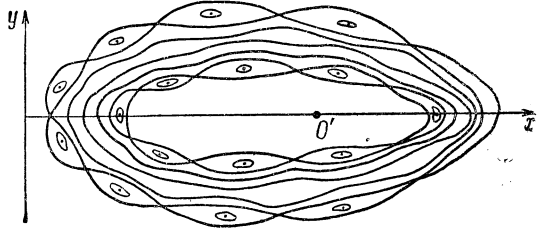


Рис. 4

одной из силовых линий «волокну», которое, если один период поля рассматривать как тор,  $N$  раз укладывается на бывшей магнитной поверхности. При этом «склейка» соседних витков «волокну» происходит вдоль силовой линии, которая в изображающей плоскости представляется гиперболическими точками. Изображающие точки силовой линии, вокруг которой образовалось волокно, эллиптические. Вопрос о том, являются ли поверхности, образующие волокно, настоящими поверхностями или они также расщепляются, остается нерешенным, хотя последняя возможность кажется более вероятной.

Как видно из рис. 1 и 2, вблизи центра лепестка расщепление магнитных поверхностей выражено слабо, тогда как при  $N \rightarrow N^*$  расщепление возрастает. Таким образом, мы имеем возможность наблюдать динамику расщепления магнитных поверхностей на примере одного поля.

В частности, любопытной оказалась зависимость отношения полутолщины волокна  $q$  к расстоянию  $p$  между соседними рациональными точками, лежащими на оси  $x$ . Для  $N = 16, 17$  это отношение равно 0,096, а вблизи  $N^* = 26$  для  $N = 20, 21$  оно равно 0,30. Для того чтобы сопоставить получающуюся таким образом динамику процесса расщепления с той, которая имеет место при изменении  $h_0$ , были подсчитаны  $\alpha$  и  $\lambda$  для рациональных точек, лежащих при  $x \approx 0,0254$ , для  $h_0 = 0,120$  и  $h_0 = 0,125$ . Оказалось, что при  $h_0 = 0,120$  в окрестности указанной точки  $N = 27$ ,  $\alpha = 1,18$  рад.,  $\lambda = 2,4$ , тогда как при  $h_0 = 0,125$   $N = 25$ ,  $\alpha = 1,66$ ,  $\lambda = 4,8$  (ср. с (4)). Таким образом, при малом изменении  $h_0$  имеет место большое изменение  $\alpha$  и  $\lambda$ , а следовательно, большое изменение толщины волокна.

В области  $N > N^*$  эллиптические точки, как отмечалось выше, превращаются в гиперболические с  $\lambda < 0$ . Характер поведения на больших расстояниях асимптот этих точек оказался весьма сложным и требующим специального исследования.

В заключение мы выражаем благодарность М. И. Граеву за интерес к работе.

Поступило  
4 IV 1963

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 И. М. Гельфанд, М. И. Граев, К. М. Зуева, М. С. Михайлова, А. И. Морозов, ДАН, 148, № 6 (1963). 2 А. И. Морозов, Л. С. Соловьев, ЖЭТФ, 33, в. 10 (1963).