

УДК 537.312.62

СТАЦИОНАРНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ТОКОНЕСУЩЕГО ЭЛЕМЕНТА ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ

© 1993 г. В. Р. Романовский

Представлено академиком С.Т. Беляевым 19.01.93 г.

Поступило 26.01.93 г.

При проектировании сверхпроводящих магнитных систем необходимо предусматривать специальные меры, обеспечивающие восстановление сверхпроводимости после перехода обмотки в нормальное состояние. Среди многих методов, используемых для сохранения сверхпроводящего состояния токонесущего элемента (ТНЭ), особое место занимает так называемый принцип стационарной стабилизации. Впервые он был предложен в [1] и заключался в создании условий, при которых тепловыделение на участке провода, перешедшего в нормальное состояние, не превышает тепловой поток в хладагент. Поэтому появление в подобных магнитных системах нормальной зоны не опасно, так как она неизбежно исчезает. В случае, когда термическое сопротивление композита мало, а его тепло- и электрофизические параметры слабо изменяются с температурой, условие стационарной стабилизации записывается в виде

$$J^2 \rho_k \leq \frac{hp}{S} (T_{cb} - T_0), \quad (1)$$

где J – плотность тока, ρ_k – удельное электросопротивление матрицы, S – сечение композита, h – коэффициент теплоотдачи, p – охлаждаемый периметр, T_{cb} – критическая температура сверхпроводника, T_0 – температура хладагента.

Практическое использование этого метода и его обобщение на случай конечной продольной теплопроводности [2] нашло применение при создании особо крупных магнитных систем, для которых переход в нормальное состояние связан с катастрофическими разрушениями установки. Вместе с тем используемые до настоящего времени формулировки принципа стационарной стабилизации были основаны на предположении изотермичности теплового состояния композита в поперечном сечении. В то же время поперечный тепловой поток всегда конечен. Поэтому условие (1) необходимо обобщить на случай неоднород-

ного распределения температуры в поперечном сечении и тем самым определить рамки его применимости.

Запишем двумерное уравнение распространения тепла в охлаждаемом прямолинейном ТНЭ

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (\lambda \text{grad} T) + J^2 \rho(T) \quad (2)$$

с граничным условием третьего рода на внешней поверхности

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} + h(T) (T - T_0) \Big|_p = 0. \quad (3)$$

Здесь c – объемная теплоемкость, λ – теплопроводность среды, n – внешняя нормаль к поверхности, ρ – эффективное электросопротивление композита

$$\rho(T) = \rho_k \begin{cases} 1, & T > T_{cb}, \\ \frac{T - T_0}{T_{cb} - T_0}, & T_c \leq T \leq T_{cb}, \\ 0, & T \leq T_c = T_{cb} - (T_{cb} - T_0) \frac{J}{J_c \eta}, \end{cases}$$

где J_c – критическая плотность тока, η – коэффициент заполнения провода сверхпроводником.

Принтегрируем уравнение (2) по пространственным переменным. Используя формулу Грина и граничное условие (3), получим

$$\iiint_S c \frac{\partial T}{\partial t} dS = - \int_p h (T - T_0) dl + J^2 \iiint_S \rho(T) dS.$$

Если имеет место неравенство

$$J^2 \iiint_S \rho(T) dS \leq \int_p h (T - T_0) dl, \quad (4)$$

то правая часть этого уравнения отрицательна. Поэтому любое внешнее возмущение после прекращения его действия будет всегда затухать.

Неравенство (4) представляет собой общую запись условия стационарной стабилизации и отражает физические особенности процессов, от-

ветственных за восстановление проводником сверхпроводящих свойств. Во-первых, стационарная стабилизация зависит от теплового состояния поверхности. Во-вторых, неравномерное распределение температуры по поперечному сечению композита влияет на суммарное количество выделяемого джоулева тепла, а значит, и на условия, необходимые для достижения полной стабилизации.

Очевидно, наиболее существенным из отмеченных двух факторов является первый. Покажем на конкретных примерах его влияние. С целью выявления общих закономерностей рассмотрим проблему определения условий стационарной стабилизации на основе решения нестационарного уравнения теплопроводности с безразмерными переменными, введенными в [3]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = (1 - \Gamma) \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{1}{R^\Gamma} \frac{\partial}{\partial R} (R^\Gamma \frac{\partial \theta}{\partial R}) +$$

$$+ i^2 \begin{cases} 1, & \theta > 1, \\ \frac{\theta - 1 + i}{i}, & 1 - i \leq \theta \leq 1, \\ 0, & \theta < 1 - i, \end{cases}$$

с начальным и граничным условием вида

$$\theta|_{\tau=0} = \theta_1, \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial n} + \beta \theta \right) \Big|_{X, R \in P} = 0.$$

Данная постановка позволяет для заданного тока i определить текущее изменение температуры θ

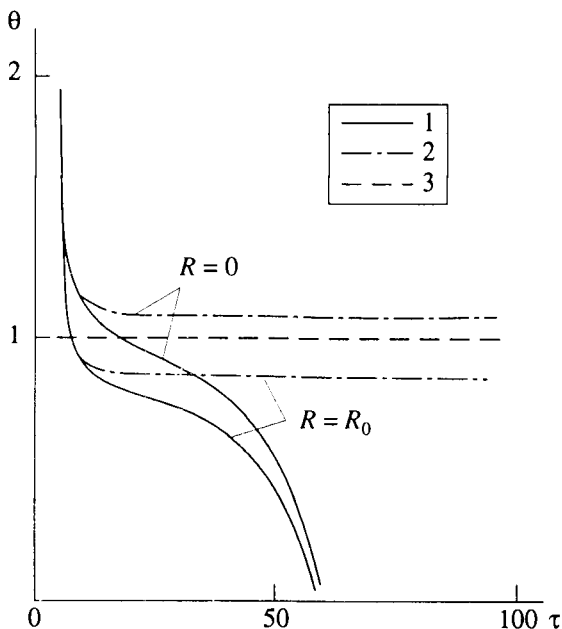


Рис. 1. Изменение во времени температуры сверхпроводящего композита круглого сечения при $i = 0.94$ (1), $i = 0.95$ (2) и ее асимптотическое значение в модели Стекли при $i \rightarrow i_s$ (3).

охлаждаемого композита (при $\Gamma = 0$ прямоугольной формы, при $\Gamma = 1$ цилиндрической) в случае его мгновенного нагрева протяженным возмущением до температуры θ_1 . В обобщенной записи граничного условия безразмерный коэффициент теплоотдачи равен

$$\beta = \sqrt{\frac{h^2 (T_{св} - T_0)}{\lambda J_c^2 \eta^2 \rho_k}}.$$

На рис. 1 показана динамика температуры цилиндрического провода в центре и на поверхности при $R_0 = 1$, $\theta_1 = 50$, $\beta = 0.5$ для двух значений тока при действии возмущения с энергией, во много раз превышающей так называемую критическую [3]. Сплошные линии соответствуют току, который по своему значению меньше тока стационарной стабилизации i_s , а штрихпунктирные — больше. Поэтому со временем температурное возмущение в первом случае затухает, а во втором образуется устойчивое несверхпроводящее состояние. Отметим, что в одномерной теории асимптотическое значение температуры композита при $i \rightarrow i_s$ равно $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \lim_{l \rightarrow \infty} T \rightarrow T_{св}$, т.е. температура поверхности в двумерной модели ниже соответствующей одномерной. Как показывают расчеты, улучшение теплообмена приводит к увеличению разницы между ними.

На рис. 2а приведены результаты расчета тока стационарной стабилизации i_s в зависимости от поперечного размера ТНЭ для двух значений β . Для цилиндрического провода R_0 соответствует его наружному радиусу. При расчете i_s в случае $\Gamma = 0$ рассматривался провод квадратного сечения с площадью, равной площади соответствующего круглого провода. Для определения тока стационарной стабилизации использовалась итерационная процедура численного решения записанного нестационарного уравнения теплопроводности, позволяющая на основе анализа динамики температурного поля вычислить i_s с заданной точностью. На рис. 2б ток стационарной стабилизации изображен как функция безразмерного коэффициента теплоотдачи. Здесь же на рис. 2 показаны соответствующие значения i_s , которые следуют из (1):

$$i_s = \sqrt{2\beta/R_0}. \quad (5)$$

Построенные кривые демонстрируют характерные особенности, обусловленные многомерностью теплового состояния ТНЭ. Ток стационарной стабилизации, определяемый по одномерной теории, незначительно отличается от соответствующей величины, вычисленной с использованием двумерной модели, если поперечный размер ТНЭ мал, либо если мало значение β (например, при плохой теплоотдаче). Как следует из рис. 3, условие стационарной стабилизации, описываемое неравенством (1), значительно отклоняется от реального при $R_0 > 4$ и $\beta > 1$. На значе-

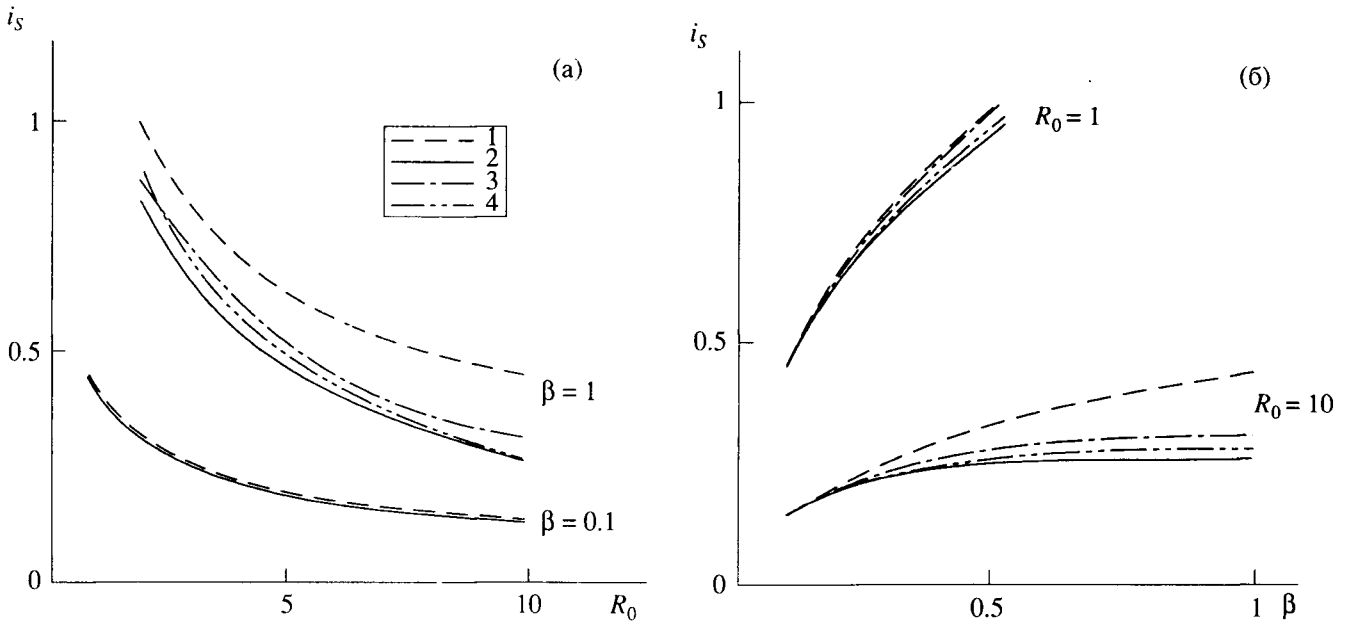


Рис. 2. Зависимость тока стационарной стабилизации от поперечного размера ТНЭ (а) и безразмерного коэффициента теплоотдачи (б); 1 – одномерная модель (5), 2 – двумерная модель для цилиндрического ТНЭ, 3 – двумерная модель для ТНЭ квадратного сечения, 4 – расчет для цилиндрического ТНЭ по условию $\alpha_{эф} i_s^2 = 1$.

ния i_s также оказывает влияние и величина охлаждаемого периметра: токи стационарной стабилизации ТНЭ прямоугольной формы выше, чем у цилиндрических проводов. Нетрудно понять причину данных расхождений. Из рис. 1 видно, что двумерный расчет температуры поверхности занижен по отношению к одномерному. Поэтому согласно (4) значения i_s , вычисленные по формуле (1), будут всегда завышены.

Запишем обобщенное условие стационарной стабилизации, используя так называемый параметр Стекли:

$$\alpha = \frac{J_c^2 \eta^2 \rho_k S}{hp (T_{св} - T_0)}$$

Из неравенства (4) после несложных преобразований получим

$$\alpha i^2 \frac{T_{св} - T_0}{\int_p (T - T_0) dl} \leq 1.$$

Если ввести

$$\alpha_{эф} = \alpha \frac{T_{св} - T_0}{\int_p (T - T_0) dl},$$

то формулировка условия полной стабилизации имеет общепринятый вид. Тем самым появляется возможность использовать известные результаты одномерной теории. Для определения кон-

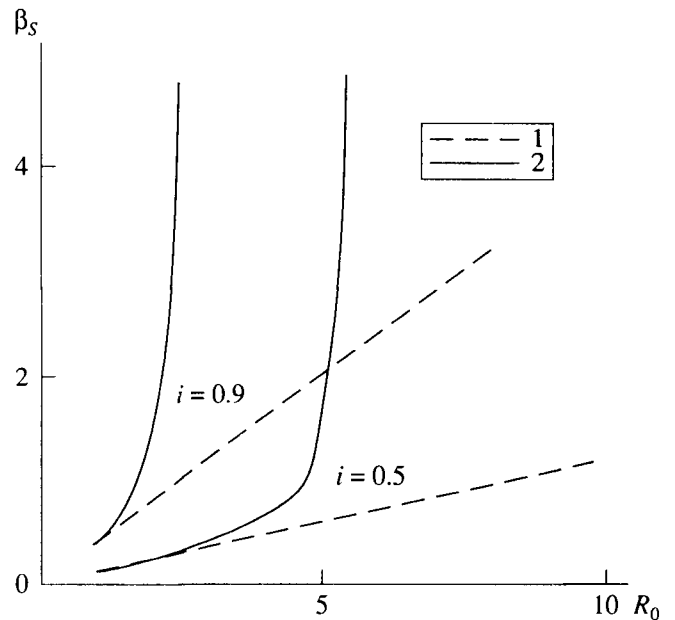


Рис. 3. Параметры стационарной стабилизации цилиндрического ТНЭ для различных значений тока: 1 – одномерная модель (5), 2 – численный двумерный расчет.

кретного вида $\alpha_{эф}$ воспользуемся результатами численного анализа: Введем

$$\frac{1}{h_{эф}} = \frac{1}{h} + \gamma \frac{S}{\lambda p},$$

где γ – параметр, учитывающий реальное распределение температуры. Проведенные расчеты по-

казывают, что для его вычисления можно воспользоваться соотношением

$$\gamma = \frac{0.68\beta}{1 + \beta}.$$

Тогда новое значение параметра стабильности описывается равенством

$$\alpha_{эф} = \frac{J_c^2 \eta^2 \rho_k S}{h\rho(T_{св} - T_0)} \left(1 + \gamma \frac{LS}{\lambda\rho}\right),$$

которое удобно для определения границ применимости одномерной теории:

$$\frac{i_S^{одн}}{i_S^{двум}} = \sqrt{1 + \gamma \frac{hS}{\lambda\rho}}.$$

На рис. 2 показаны соответствующие зависимости i_S , вычисленные согласно записанному выражению $\alpha_{эф}$ для цилиндрического провода.

Таким образом, условия стационарной стабилизации зависят в первую очередь от теплового состояния поверхности. Истинное значение тока

стационарной стабилизации всегда меньше соответствующего значения, вычисленного в предположении изотермичности поперечного сечения провода. Различие между ними увеличивается не только с увеличением поперечного сечения ТНЭ, но и с улучшением теплообмена композита с хладагентом. Это необходимо учитывать при разработке особо крупных сверхпроводящих магнитных систем с массивными ТНЭ: если параметры стационарной стабилизации рассчитывались по одномерной теории, то в действительности они могут значительно отличаться от них, причем в сторону ухудшения условий стационарной стабилизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stekly J.J., Zar J.L.* // IEEE Trans. Nuclear Sci. 1965. V. 12. N. 3. P. 367 - 372.
2. *Maddock B.J., James G.B., Norris W.T.* // Cryogenics. 1969. V. 9. N. 8. P. 261 - 273.
3. *Романовский В.Р.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. В. 4. С. 31 - 36.