

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Двойнишников, Влияние горения на частоту акустических колебаний в цилиндрической камере сгорания, *ТВТ*, 1980, том 18, выпуск 4, 857–862

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 44.220.255.141

9 ноября 2024 г., 00:16:33



УДК 621.313

ВЛИЯНИЕ ГОРЕНИЯ НА ЧАСТОТУ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Двойнишников В. А.

Рассматривается влияние режимных факторов и характеристик топлива на интенсивность горения и круговую частоту акустических колебаний в цилиндрической камере сгорания с торцевым горелочным устройством. Найдено аналитическое выражение для определения частоты собственных колебаний камеры сгорания от начальных условий.

Повышение теплонапряженности и форсировки камер сгорания, топочных устройств часто сопровождается потерей устойчивости рабочего процесса и возбуждением акустических колебаний. Частота этих колебаний может изменяться в достаточно широких пределах и определяется как гидродинамическими особенностями устройства, его размерами, конструктивным оформлением, так и интенсивностью протекания процесса горения.

Сложный характер зависимости горения от режимных параметров и характеристик горючего затрудняет определение степени влияния интенсивности горения на частоту возбуждаемых акустических колебаний и требует проведения специальных исследований. Этому вопросу и посвящена данная работа.

Объектом исследования в представленной работе явилась цилиндрическая камера сгорания длиной $L_{к.с}^*$ с торцевым горелочным устройством, в которой сжигается однородная топливно-воздушная смесь, поступающая в камеру сгорания со следующими начальными параметрами, скоростью $u_{ср}^*$, температурой $T_{ср}^*$, давлением $p_{ср}^*$, плотностью $\rho_{ср}^*$, избытком окислителя α и обогащением его кислородом O_2 . При математическом описании закономерностей распространения гидродинамических колебаний в рассматриваемой камере воспользуемся линейаризованными дифференциальными уравнениями неразрывности и движения [1], которые в предположении, что движение является одномерным, колебания — продольными и малыми по величине, а среда удовлетворяет требованиям идеального газа, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (M_{ср} \rho)}{\partial x} + \frac{\partial (M \rho_{ср})}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial (M_{ср} M)}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{ср}} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \rho_{ср} &= \rho_{ср}^* / \rho_m, \quad M_{ср} = u_{ср}^* / a_m, \quad p_{ср} = p_{ср}^* / \rho_m a_m^2, \\ \rho &= \rho' / \rho_m, \quad M = u' / a_m, \quad p = p' / \rho_m a_m^2 \end{aligned}$$

— безразмерные гидродинамические параметры среды (соответственно средняя плотность, скорость, давление и их колебательные составляющие; $t = t^* a_m / L_{к.с}^*$, $x = x^* / L_{к.с}^*$ — безразмерное время и продольная координата

та; ρ_m, a_m — плотность среды и скорость звука при адиабатической температуре горения T_m).

Средняя скорость M_{cp} и плотность ρ_{cp} среды, являющиеся коэффициентами системы (1), меняются по длине камеры сгорания в соответствии с интенсивностью протекания процесса горения. Последний описывается известной системой уравнений газодинамики с учетом внутренних источников тепла [2]. Для одномерного адиабатического и стационарного процессов, которые имеют место в рассматриваемом случае, она сводится к системе двух уравнений

$$\lambda \frac{d^2 T_{cp}}{dx^2} - \frac{p_{cp} M_{cp}}{T_{cp}} \frac{dT_{cp}}{dx} + W(T_{cp}; p_{cp}) = 0; \quad M_{cp}/T_{cp} = \text{const}, \quad (2)$$

где

$$\lambda = \frac{\lambda^*}{\rho_m a_m c_p L_{к.с}^*}, \quad T_{cp} = \frac{T_{cp}^*}{T_m}, \quad W = \frac{W^* L_{к.с}^*}{\rho_m a_m c_p T_m}$$

— безразмерные величины коэффициента турбулентного обмена, средней температуры и скорости тепловыделения соответственно; c_p — теплоемкость.

При записи функции скорости тепловыделения использовано макрокинетическое уравнение следующего вида:

$$W^* = qk(T_{cp}^*)f(c), \quad (3)$$

где q — тепловой эффект реакции; $k(T_{cp}^*) = k_0 \exp(-E/R_0 T_{cp}^*)$ — предэкспоненциальный множитель; $f(c) = p_{cp}^* c_{гор} c_{ок} / p_{cp}^{0*}$ — концентрационная функция; E — энергия активации; R_0 — универсальная газовая постоянная; p_{cp}^{0*} — нормальное давление; $c_{гор}$ и $c_{ок}$ — объемные концентрации горючего и окислителя.

С учетом выражения для концентрационной функции

$$f(c) = \frac{p_{cp}^*}{p_{cp}^{0*}} 4\alpha \left(\frac{c_{гор}^0}{T_m - T_{cp}^*} \right)^2 (T_m - T_{cp}^*) [(T_m - T_{cp}^*) + |1 - \alpha| (T_{cp}^* - T_{cp0}^*)]$$

(α — коэффициент избытка окислителя; $c_{гор}^0$ — начальная концентрация горючего), получаемого из совместного рассмотрения дифференциальных уравнений энергии и диффузии при равенстве коэффициентов турбулентного тепло- и массообмена, уравнение (3) примет вид

$$W^* = B_1 p_{cp}^3 \frac{(1 - T_{cp})}{T_{cp}^2} \left[(1 - T_{cp}) + |1 - \alpha| (T_{cp} - T_{cp0}) \exp \frac{B_2}{T_{cp}} \right]. \quad (4)$$

Коэффициенты B_1, B_2 включают в себя исходные режимные параметры и характеристики топлива и равны соответственно

$$B_1 = \alpha q k_0 \left[\frac{2}{T_m (1 - T_{cp0}) (1 + \alpha G_0)} \right]^2 \left(\frac{\rho_m a_m^2}{\rho_{cp}^{0*}} \right)^3, \\ B_2 = -E/R_0 T_m,$$

где G_0 — стехиометрический коэффициент; ρ_{cp}^{0*} — плотность смеси при температуре T_{cp}^{0*} и давлении p_{cp}^{0*} .

Интегрирование системы проводилось на ЭВМ методом Рунге — Кутты. Уравнение энергии для исключения малого параметра λ из числа множителей при старшей производной приведено к виду

$$\frac{d^2 T_{cp}}{dy^2} - \frac{dT_{cp}}{dy} + \frac{\varepsilon T_{cp}}{M_{cp} p_{cp}} W = 0; \quad y = \frac{x}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \lambda T_{cp} / p_{cp} M_{cp}. \quad (5)$$

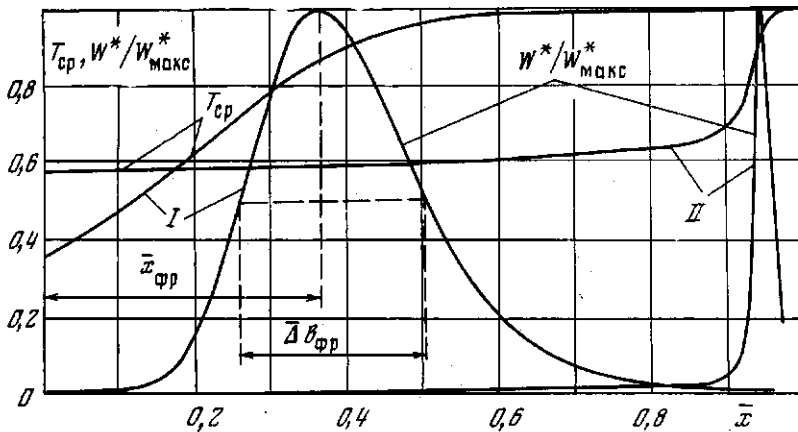


Рис. 1. Изменение средних относительных параметров процесса горения гомогенной смеси по длине камеры сгорания $\bar{x} = x/x_n$ (x_n — координата точки, в которой $T_{cp} = 0,99$): I — $T_{cp0} = 1206$ К, II — 1434

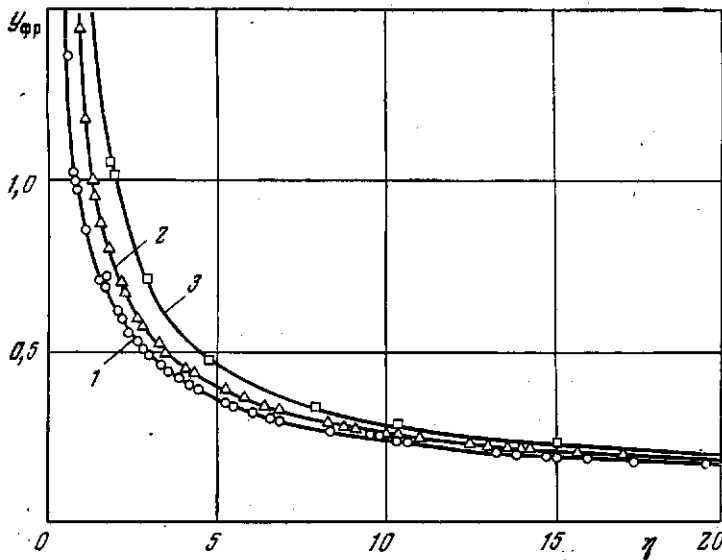


Рис. 2. Зависимость u_{cp} от комплекса η для различных начальных значений температуры смеси: I — $T_{cp0} = 1073$ К; 2 — 1273; 3 — 1473

Решение искалось для заданных значений режимных параметров и характеристик топлива (T_{cp0}^* , α , P_{cp}^* , ϵ , u_{cp0}^* , E , k_0) при следующих граничных условиях:

$$y=0, T_{cp} = T_{cp0},$$

$$y \rightarrow \infty, T_{cp} = 1.$$

В численном эксперименте указанные выше величины варьировались в следующих пределах:

$$T_{cp0}^* = (1073 - 1473) \text{ К}, \quad \alpha = 0,6 - 3,3, \quad p_{cp}^* = (0,1 - 1) \text{ МПа}, \quad (6)$$

$$\epsilon = 0,001 - 0,2, \quad u_{cp0}^* = (50 - 500) \text{ м/с}, \quad E = (125,5 - 251) \cdot 10^3 \text{ Дж/моль},$$

$$k_0 = (0,811 \cdot 10^9 - 0,811 \cdot 10^{11}) \text{ с}^{-1}.$$

Пример решения, характерный для исследуемых вариантов, приведен на рис. 1. Основная масса топливно-воздушной смеси сгорает в узкой зоне,

которая в зависимости от режимных условий может занимать различное положение относительно среза горелочного устройства.

Для характеристики процесса горения и влияния на него начального условия в работе введены два параметра: $x_{\text{фр}}$ и $\Delta b_{\text{фр}}$. Первый из них $x_{\text{фр}}$ характеризует положение фронта пламени (максимума тепловыделения) в камере сгорания относительно среза горелочного устройства. Малое значение $x_{\text{фр}}$ соответствует интенсивному протеканию процесса горения, а большая величина $x_{\text{фр}}$ — вялому. Вторым, $\Delta b_{\text{фр}}$ — протяженность зоны горения, равный расстоянию между двумя точками по оси x , значение скорости тепловыделения в которых равно половине максимальной.

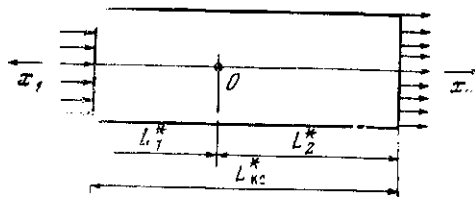


Рис. 3. Расчетная идеализированная схема камеры сгорания

Обработка результатов численного эксперимента позволила найти зависимости $x_{\text{фр}}$ и $\Delta b_{\text{фр}}$ от каждого из перечисленных выше режимных параметров. Их анализ показал, что при введении переменных

$$y_{\text{фр}} = \frac{x_{\text{фр}}}{\epsilon}, \quad \Delta \tilde{b}_{\text{фр}} = \frac{\Delta b_{\text{фр}}}{\epsilon}, \quad \eta = \frac{\epsilon W_{\text{макс}}^*}{c_p \rho_{\text{ср}} u_{\text{ср}} T_m}, \quad (7)$$

где $W_{\text{макс}}^*$ — значение максимальной скорости тепловыделения, они поддаются обобщению. Для каждой начальной температуры смеси $T_{\text{ср}0}^*$ независимо от значений, принимаемых всеми параметрами, результаты с достаточной точностью укладываются на кривую типа гиперболы (рис. 2). Это дает возможность по начальным условиям без проведения решения системы (2) найти положение фронта пламени и его условной ширины.

Кроме того, обработкой результатов решения установлено, что условная ширина зоны горения имеет малую протяженность по сравнению с реальной длиной камеры. Следовательно, зону горения можно рассматривать как поверхность разрыва, на которой происходит скачкообразное изменение средних значений параметров потока, а камеру сгорания — условно состоящую из двух участков (рис. 3). На первом, длиной $L_1^* = x_{\text{фр}}^*$, расположенном левее фронта пламени, движение топливно-воздушной смеси осуществляется с начальными параметрами $T_{\text{ср}1}^* = T_{\text{ср}0}^*$, $u_{\text{ср}1}^* = u_{\text{ср}0}^*$, $\rho_{\text{ср}1}^* = \rho_{\text{ср}0}^*$, на втором, длиной L_2^* , — с параметрами, соответствующими полному сгоранию смеси, $T_{\text{ср}2}^* = T_m$, $u_{\text{ср}2}^* = u_{\text{ср}0}^* \rho_{\text{ср}0}^* / \rho_m$, $\rho_{\text{ср}2}^* = \rho_m$. Введенная схематизация процесса горения позволяет рассматриваемую задачу свести к определению влияния на возбуждаемую частоту положения фронта пламени. С математической точки зрения это значит перейти от решения системы уравнений (1) с переменными коэффициентами к решению уравнений, написанных отдельно для каждого выделенного участка с учетом постоянства значений средних составляющих потока в них.

Используя соотношение $dp/d\rho = a^2$, а также представление функций $M(x, t)$ и $p(x, t)$ в виде произведения

$$M(x, t) = e^{i\omega t} M(x), \quad p(x, t) = e^{i\omega t} p(x), \quad (8)$$

где ω — безразмерная величина круговой частоты, из системы (1) получим уравнения для колебательных составляющих скорости $M(x)$ и давления

$p(x)$. Сводя к одному эти уравнения, с учетом систем координат для первого ($j=1$) и второго ($j=2$) участков камеры имеем

$$b_{j1} \frac{d^2 M_j}{dx_j^2} + (-1)^j b_{j2} \frac{dM_j}{dx_j} + b_{j3} M_j = 0, \quad (9)$$

$$b_{j,1} = M_{cp,j}^2 - 1, \quad b_{j,2} = 2i\omega_j M_{cp,j}, \quad b_{j,3} = -\omega_j^2,$$

$$x_j = \frac{x_j^*}{L_j^*}, \quad M_j = \frac{u_j^*}{a_j^*}, \quad M_{cp,j} = \frac{u_{cp,j}^*}{a_j^*}, \quad \omega_j = \frac{\omega^* L_j^*}{a_j^*}.$$

Решение уравнений (9) примет вид

$$M_j(x_j) = c_{1,j} \exp\left(-\frac{i\omega_j x_j}{1 + (-1)^j M_{cp,j}}\right) + c_{2,j} \exp\left(\frac{i\omega_j x_j}{1 - (-1)^j M_{cp,j}}\right). \quad (10)$$

Колебательная составляющая давления $p(x)$ определяется из совместного рассмотрения линеаризованных уравнений неразрывности и движения и описывается выражением

$$p_j(x_j) = (-1)^j \left[c_{1,j} \exp\left(-\frac{i\omega_j x_j}{1 + (-1)^j M_{cp,j}}\right) - c_{2,j} \exp\left(\frac{i\omega_j x_j}{1 - (-1)^j M_{cp,j}}\right) \right]. \quad (11)$$

В дальнейшем будем считать, во-первых, что камера сгорания акустически закрыта, т. е.

$$\text{при } x_1=1 \quad M_1=0, \quad (12)$$

$$\text{при } x_2=1 \quad M_2=0,$$

и, во-вторых, в зоне горения на поверхности разрыва выполняются условия

$$u_1^*(0) = u_2^*(0), \quad p_1^*(0) = p_2^*(0). \quad (13)$$

Используя (12), (13), из (10) и (11) получим систему линейных уравнений относительно $c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}$

$$c_{11} \exp\left(\frac{i\omega_1}{M_{cp1} - 1}\right) + c_{21} \exp\left(\frac{i\omega_1}{1 + M_{cp1}}\right) = 0,$$

$$c_{12} \exp\left(-\frac{i\omega_2}{1 + M_{cp2}}\right) + c_{22} \exp\left(\frac{i\omega_2}{1 - M_{cp2}}\right) = 0,$$

$$a_1^*(c_{11} + c_{21}) - a_2^*(c_{12} + c_{22}) = 0, \quad (14)$$

$$a_1^{*2} \rho_1^*(c_{21} - c_{11}) - a_2^{*2} \rho_2^*(c_{12} - c_{22}) = 0,$$

условия существования нетривиального решения которой сводятся к равенству нулю ее детерминанта

$$\begin{vmatrix} e^{[i\omega_1/(M_{cp1}-1)]} & e^{[i\omega_1/(M_{cp1}+1)]} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{[-i\omega_2/(M_{cp2}+1)]} & e^{[-i\omega_2/(M_{cp2}-1)]} \\ a_1^* & a_1^* & -a_2^* & -a_2^* \\ -a_1^{*2} \rho_1^* & a_1^{*2} \rho_1^* & -a_2^{*2} \rho_2^* & a_2^{*2} \rho_2^* \end{vmatrix} = 0. \quad (15)$$

Раскрывая его, получим трансцендентное уравнение следующего вида:

$$\sin \varphi \omega^* = B \sin A \varphi \omega^*; \quad \varphi = \left(\frac{\bar{L}_1 \bar{a}_1}{\bar{a}_1^2 - M_{cp1}^2} + \frac{(1 - \bar{L}_1) \bar{a}_1^4}{\bar{a}_1^4 - M_{cp1}^2} \right) \frac{L_{R,c}^*}{a_m}, \quad (16)$$

$$B = \frac{1 - \xi}{1 + \xi}, \quad \xi = \frac{a_1^* \rho_1^*}{a_m \rho_m},$$

$$A = \frac{\bar{L}_1 (\bar{a}_1^4 - \bar{M}_{ср1}^2) - \bar{a}_1^3 (1 - \bar{L}_1) (\bar{a}_1^2 - \bar{M}_{ср1}^2)}{\bar{L}_1 (\bar{a}_1^4 - \bar{M}_{ср1}^2) + \bar{a}_1^3 (1 - \bar{L}_1) (\bar{a}_1^2 - \bar{M}_{ср1}^2)},$$

$$\bar{a}_1 = a_1^* / a_m, \quad \bar{L}_1 = L_1^* / L_{к.с.}, \quad \bar{M}_{ср1} = u_{ср1}^* / a_m.$$

Численное решение уравнения (16), проведенное на ЭВМ в широком диапазоне изменения A, B, φ для различных номеров гармоник n , выявило достаточно сложную зависимость ω^* от A, B, φ, n .

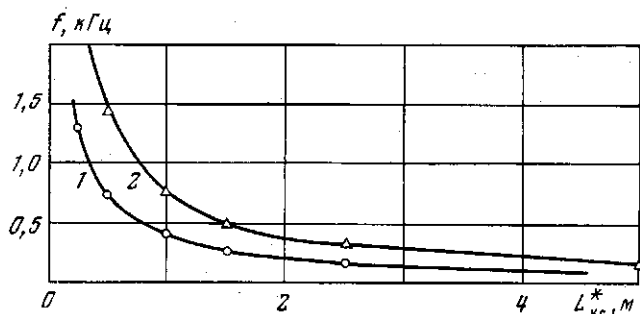


Рис. 4. Влияние длины камеры сгорания на частоту акустических колебаний для следующих начальных условий: $T_{ср0} = 1273 \text{ K}$; $\alpha = 3,3$; $p_{ср0} = 0,3 \text{ МПа}$; $E = 2,5 \cdot 10^8 \text{ Дж/моль}$; $\epsilon = 0,04$; $O_2 = 40\%$; $u_{ср0} = 200 \text{ м/с}$; $k = 8,11 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. 1 - первая гармоника, 2 - вторая

Вместе с тем обработка результатов этих исследований позволила установить, что при $|B| < 0,5$ зависимость $\omega^* = f(A, B, \varphi, n)$ может быть аппроксимирована выражением вида

$$\omega^*(n) = [\pi n + (-1)^n B \sin \Delta \pi n] / \varphi. \quad (17)$$

Погрешность аппроксимации не превышает 0,1%. Выражение (17) вместе с зависимостью $y_{фр} = f(\eta)$ позволяет расчетным путем найти влияние режимных факторов, характеристик топлива, а также длины камеры сгорания на частоту акустических колебаний. На рис. 4 приведен пример этого расчетного исследования, а именно, влияния длины камеры сгорания на частоту возбуждаемых колебаний ($f = \omega^* / 2\pi$). Обращает на себя внимание, что увеличение длины камеры при сохранении постоянными всех прочих характеристик процесса и начальных условий приводит к уменьшению частоты акустических колебаний в ней.

Интенсификация процесса горения вызывает рост частоты собственных колебаний. Причем наибольшая ее величина из возможных имеет место в том случае, когда фронт пламени располагается у торца горелочного устройства.

Итак, расчетными исследованиями установлена возможность схематизации процесса горения в камере сгорания при сжигании однородной топливно-воздушной смеси. Получены обобщающие зависимости влияния режимных факторов и характеристик топлива на параметры, характеризующие интенсивность горения, и на круговую частоту акустических колебаний.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
5 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Галицкий, Ю. А. Рыжов, Е. В. Якуш. Тепловые и гидродинамические процессы в колеблющихся потоках. «Машиностроение», 1977, стр. 256.
2. В. А. Двойнишников, В. П. Князьков. Тр. МЭИ, вып. 330, стр. 12, 1977.