

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Кузнецов, Птичка вылетает!, *Квант*, 2017, номер 1, 30–31

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.91

12 декабря 2024 г., 03:38:51



## Птичка вылетает!

**РАССМОТРИМ** НЕСКОЛЬКО ЗАДАЧ, предлагавшихся на кружках Мало-го мехмата для 6 класса. В каждой задаче для обоснования ответа нужно привести пример, удовлетворяющий условию, и доказать, что этот пример нельзя улучшить.

**Задача 1.** *В фотоателье залетели 50 птиц – 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щелкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Какое наибольшее число кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: у него в ателье останутся птицы всех трех видов?*

Эта задача простая: если фотограф сделает 15 кадров, то может случиться, что улетят все дятлы и останутся только скворцы и трясогузки. Если же кадров всего 14, то птиц любого вида не может улететь больше 14 – значит, хотя бы по одной останется.

**Ответ:** 14.

Мы здесь решили *двойственную* задачу: какого *наименьшего* количества кадров достаточно птицам, чтобы «обыграть» фотографа (сделать так, чтобы его условие не выполнялось). Если кадров хотя бы 15, то у коварных птиц есть «стратегия» (улетают вседятлы), если 14 или меньше – стратегии нет.

Взглянем с этой точки зрения на более сложную задачу.

**Задача 2.** *В фотоателье залетели 50 птиц – 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щелкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Какое наибольшее число кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: в ате-*

*лье останется не меньше 10 птиц какого-то одного вида?*

Птицам здесь нужно сделать численность каждого вида меньше 10. Для этого должны улететь хотя бы 9 скворцов, хотя бы 8 трясогузок и хотя бы 6 дятлов – всего не менее 23 птиц. Значит, если кадров 22, то стратегии нет, и фотограф может быть уверен, что его условие не нарушится. Если же кадров хотя бы 23, то уверенности уже нет.

**Ответ:** 22.

И, наконец, еще одна вариация.

**Задача 3.** *В тех же условиях определите, какое наибольшее число кадров может сделать фотограф, чтобы быть уверенным: в ателье останется не меньше 11 птиц какого-то одного вида и не меньше 10 – какого-то другого.*

Здесь фотограф «гонится за двумя зайцами» (хочет, чтобы сразу выполнялись два условия), и птицам, чтобы обыграть его, достаточно «убить» хотя бы одного из них. Переводя с заячьего языка на птичий – либо сделать так, чтобы птиц каждого вида было не больше 10, либо разрешить, чтобы птиц какого-то вида было сколько угодно, но тогда каждого из остальных видов должно быть не больше 9. Посмотрим, какая из стратегий экономнее с точки зрения количества улетевших птиц.

В первом случае должны улететь «лишние» 8 скворцов, 7 трясогузок и 5 дятлов – всего 20 птиц. Во втором случае нам нужно выбрать тот вид, на который мы не накладываем ограничений по численности. Ясно, что это должны быть скворцы – их больше всего. Тогда должны улететь как минимум 8 трясогузок и 6 дятлов – всего

14 птиц. Вторая стратегия явно лучше!

Итак, в этой задаче **ответ**: 13. Если фотограф сделает хотя бы 14 кадров, то смогут улететь 8 трясогузок и 6 дятлов, и условие нарушится. Если же кадров сделано меньше (не более 13), то, как мы видели, птицы не смогут нарушить ни первое, ни второе условие – не хватит кадров. Значит, фотограф может быть уверен, что нужное число птиц останется.

### Задачи для самостоятельного решения

1. В комоде 8 черных, 6 белых и 1 серый носок. Из комода не глядя достают носки. Какое наименьшее число носков нужно достать, чтобы среди них заведомо оказалось: а) два одинаковых; б) три одинаковых; в) два разных; г) три разных носка?

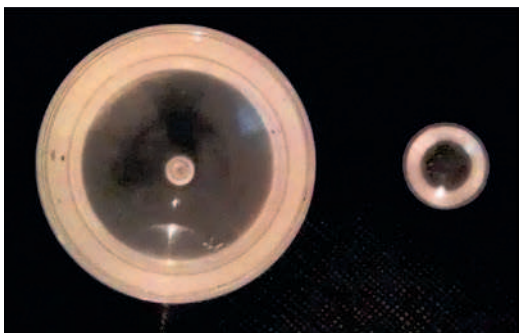
2. В коробке 10 красных, 15 синих и 20 зеленых шаров. Какое наибольшее число шаров можно не глядя достать из коробки, чтобы в ней осталось не менее 5 шаров какого-то цвета?

*Материал подготовил С.Кузнецов*

## Задачник «Кванта»

*(Начало см. на с. 15)*

*сделана изображенная на фотографии (см. рисунок) половинка шара, лежащая на ткани черного цвета? (В центре вы-*



*пуклой поверхности имеется небольшое углубление.) Фотоаппарат при съемке находился далеко от половинки шара, стены и потолок комнаты были хорошо освещены.*

Прежде всего понятно, что половинка шара лежит на черной ткани так, что плоская поверхность обращена к фотоаппарату. Если бы это было не так, то фотография выглядела бы по-другому: все участки изображения половинки шара были бы светлыми. Поскольку в условии задачи сказано, что фотоаппарат при съемке на-

ходился далеко, то это означает, что в объектив фотоаппарата попали лучи света, идущие параллельно оси симметрии полушара. Эти лучи вышли из пластика, отразившись в последний раз внутри него от границы раздела пластик–воздух. В центре изображения имеется темное круглое пятно – это означает, что лучи, отраженные от внутренней кривой поверхности, имеют малую интенсивность в сравнении с теми лучами, которые вышли из участков полушара, видимых на фотографии светлыми. Иными словами, пограничные (на границе темного пятна и светлой полосы) лучи соответствуют падению лучей света изнутри пластика на границу раздела пластик–воздух под углом полного внутреннего отражения. Синус этого угла равен отношению радиуса  $r$  темного пятна к радиусу  $R$  изображения шара, а его обратная величина и есть коэффициент преломления света пластиком. Измерив на рисунке величины  $r$  и  $R$ , находим

$$n = \frac{R}{r} \approx 1,45.$$

*Д.Сергеев*