ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 120, № 2
август, 1999

 Б. М. Зупник*

СВЯЗИ ДЛЯ СУПЕРПОТЕНЦИАЛОВ В ГАРМОНИЧЕСКИХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ С ВОСЕМЬЮ СУПЕРЗАРЯДАМИ

Рассматриваются D-мерные суперсимметричные калибровочные теории с восемью суперзарядами ($D \leqslant 6$, $\mathcal{N} = 8$) в рамках гармонических суперпространств. Эффективное абелево низкоэнергетическое действие для $D = 5$ содержит свободный член и член Черна–Саймонса. Эффективные $\mathcal{N} = 8$ суперполевые действия для $D \leqslant 4$ могут быть выражены через суперпотенциалы, удовлетворяющие суперполевым связям и $(6 - D)$-мерным уравнениям Лапласа. Обсуждается роль альтернативных гармонических структур.

1. ВВЕДЕНИЕ

Концепция гармонического суперпространства (HSS) была впервые введена для вне-массового описания материальных, калибровочных и гравитационных суперполевых теорий с $D = 4$, $N_4 = 2$ суперсимметрией [1, 2]. HSS-подход использовался также для последовательного описания гипермультиплетов и векторного мультиплета с $D = 6$, $N_6 = 1$ суперсимметрией [3]. Для классификации этих моделей в различных размерностях вместо числа спинорных представлений для суперзарядов N_D удобно использовать полное число суперзарядов $\mathcal{N} = 8$. Универсальность гармонических суперпространств связана с построением $\mathcal{N} = 8$ моделей для размерностей $D < 6$ посредством размерной редукции. HSS-действия для гипермультиплетов q^+, ω и препотенциала Янга–Миллса V^{++} описываются универсальными формулами во всех размерностях $D \leqslant 6$. Тем не менее $\mathcal{N} = 8$ суперсимметрии имеют некоторые специфические свойства в каждой размерности, связанные с различиями в структуре групп Лоренца L_D, групп максимальных автоморфизмов R_D и множеств центральных зарядов Z_D. В частности, альтернативные HSS-структуры были найдены для случаев $D = 2$ [4] и $D = 3$ [5]. Мы будем изучать HSS-конструкции низкоэнергетических эффективных действий для абелевых калибровочных супермультиплетов в размерностях $D = 1, 2, 3, 5$ с помощью аналитического препотенциала V^{++} и $(6 - D)$-компонентной напряженности $W(V^{++})$, удовлетворяющей суперполевым связям. Аналогичные проблемы обсуждались ранее в рам-

*Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Дубна, Московская обл., Россия. E-mail: zupnik@thsun1.jinr.dubna.su

ках компонентного полевого формализма или формализма с $\mathcal{N}=4,\ D=1,2,3$ суперполями (см. [6–9]).

Основным результатом этой работы является построение в полном $\mathcal{N}=8$ суперпространстве для размерностей $D=1,2,3,5$ кулоновских эффективных действий, которые содержат произведение гармонических связностей и *суперпотенциалов* $f_D(W)$, удовлетворяющих $(6-D)$-мерным уравнениям Лапласа.

Взаимодействия суперполей с восемью суперзарядами имеют универсальные и специфические свойства в различных размерностях, однако решение большинства геометрических и динамических проблем упрощается в HSS-формализме. $(6-D)$-мерные уравнения Лапласа для низкоэнергетических суперпотенциалов вытекают из калибровочной инвариантности в HSS. Теоремы об отсутствии перенормировки связаны с поиском R_D-инвариантных решений этих уравнений. Анализ уравнений для суперпотенциалов связан с существованием альтернативных HSS-структур, использующих различные типы гармоник в $D\leqslant 3,\ \mathcal{N}=8$ теориях, которые адекватно отражают свойства преобразований дуальности в этих моделях.

2. ЭФФЕКТИВНЫЕ ДЕЙСТВИЯ В ПОЛНЫХ И АНАЛИТИЧЕСКИХ СУПЕРПРОСТРАНСТВАХ

2.1. Рассмотрим кратко гармоническое суперпространство с $D=5,\ \mathcal{N}=8$ суперсимметрией. Общее 5-мерное $(5D)$ суперпространство имеет координаты $z=(x^{\mathbf{m}},\theta^{\alpha}_{i})$, где $\mathbf{m}$ и α – 5-векторные и 4-спинорные индексы группы Лоренца $L_5{=}SO(4,1)$, соответственно, а i – 2-спинорный индекс группы автоморфизмов $R_5{=}SU(2)$. Антисимметричные $5D$ Γ-матрицы $(\Gamma_{\mathbf{m}})_{\alpha\gamma}$ и инвариантная симплектическая матрица $\Omega_{\alpha\rho}$ могут быть выражены через матрицы Вейля и ε-символы в $SL(2,C)$.

Удобно использовать биспинорные представления $5D$ координат и частных производных

$$x^{\alpha\rho}=\frac{1}{2}(\Gamma_{\mathbf{m}})^{\alpha\rho}x^{\mathbf{m}},\qquad \partial_{\alpha\rho}=\frac{1}{2}(\Gamma^{\mathbf{m}})_{\alpha\rho}\partial_{\mathbf{m}}. \tag{1}$$

Основные соотношения между спинорными производными D^k_α в общем $D=5,\ \mathcal{N}=8$ суперпространстве имеют следующий вид:

$$\{D^k_\alpha,D^l_\gamma\}=i\varepsilon^{kl}\left(\partial_{\alpha\gamma}+\frac{1}{2}\Omega_{\alpha\gamma}Z\right), \tag{2}$$

где Z – вещественный центральный заряд.

R_5-инвариантные проекции спинорных производных $D^{\pm}_{\alpha}=u^{\pm}_{i}D^{i}_{\alpha}$ и координат гармонического суперпространства $\zeta=(x^{\mathbf{m}}_{A},\theta^{\alpha+},\theta^{\alpha-})$ могут быть определены с помощью $SU(2)/U(1)$-гармоник $u^{\pm}_{i}$ по аналогии с тем, как это сделано в работе [1] (i – 2-спинорный индекс $SU(2)$ и $q=\pm1$ – $U(1)$-заряд). Аналитический абелев препотенциал $V^{++}(\zeta,u)$ описывает $5D$ векторный супермультиплет, который включает вещественное скалярное поле ϕ, максвелловское поле $A_{\mathbf{m}}$, изодублет 4-спиноров λ^{α}_{i} и вспомогательный изотриплет X^{ik}. Вещественное скалярное суперполе этой теории выражается через гармоническую связность с $U(1)$-зарядом -2:

$$W = -\frac{i}{2}D^{+\alpha}D^{+}_{\alpha}\int du_1\,\frac{V^{++}(x,u_1)}{(u^+u^+_1)^2} = -2iD^{(+2)}V^{--}, \qquad (3)$$

где $(u^+u^+_1)^{-2}$ – гармоническая обобщенная функция [2]. Эти суперполя удовлетворяют следующим связям:

$$D^{++}V^{--} = D^{--}V^{++}, \qquad D^{\pm\pm}W = 0, \qquad (4)$$

$$D^{(+2)}_{\alpha\rho}W = 0, \qquad D^{(+2)}_{\alpha\rho} = D^+_\alpha D^+_\rho - \frac{1}{4}\Omega_{\alpha\rho}D^{+\sigma}D^+_\sigma. \qquad (5)$$

Нетрудно построить наиболее общее низкоэнергетическое $U(1)$-калибровочное действие в полном $D=5,\ \mathcal{N}=8$ гармоническом суперпространстве

$$S_5 = \int d^5x\,d^8\theta\,du\,V^{++}V^{--}\left[g_5^{-2} + k_5W\right], \qquad (6)$$

где g_5 – константа связи размерности $1/2$, а k_5 – безразмерная константа $5D$ взаимодействия Черна–Саймонса.

Низкоэнергетическое $D=4,\ \mathcal{N}=8$ эффективное действие сохраняет группу автоморфизмов $SU(2)$ и нарушает $U_R(1)$-симметрию. Соответствующий $D=4$ суперпотенциал $f(W,\overline{W}) = [F(W)+\overline{F}(\overline{W})]$ удовлетворяет $2D$ уравнению Лапласа, которое имеет только голоморфные и антиголоморфные решения.

2.2. Аналогичная $D=3,\ \mathcal{N}=8$ калибровочная теория может быть построена в суперпространстве с группой автоморфизмов $R_3 = SU_l(2)\times SU_r(2)$. Рассмотрим координаты общего суперпространства $z=(x^{\alpha\beta},\theta^\alpha_{ia})$, где используются двухкомпонентные индексы: $(\alpha,\beta,\dots)$ для пространственно-временной группы $SL(2,R)$, $(i,k,\dots)$ для группы $SU_l(2)$, $(a,b,\dots)$ для группы $SU_r(2)$. Соотношения между спинорными производными имеют вид

$$\{D^{ka}_\alpha, D^{lb}_\beta\} = i\varepsilon^{kl}\varepsilon^{ab}\partial_{\alpha\beta} + i\varepsilon^{kl}\varepsilon_{\alpha\beta}Z^{ab}, \qquad (7)$$

где $\partial_{\alpha\beta} = \partial/\partial x^{\alpha\beta}$, а Z^{ab} – центральные заряды, которые коммутируют со всеми генераторами, за исключением генераторов $SU_r(2)$.

Мы будем использовать обозначения $u^\pm_i \equiv u^{(\pm1,0)}_i$ для гармоник группы $SU_l(2)$ и $v^{(0,\pm1)}_a$ для $SU_r(2)$-гармоник, а также обозначения $D^{\pm\pm}_l$ для l-гармонических производных и $V^{\pm\pm}_l$ для l-формы $3D$ гармонических калибровочных суперполей [5]. Обозначения с двумя $U(1)$-зарядами будут применяться для бигармонических суперполей. Калибровочно-ковариантное $SU_r(2)$-биспинорное суперполе $D=3,\ \mathcal{N}=8$ калибровочной теории содержит соответствующую гармоническую связность [5]

$$W^{ab} = -iD^{+\alpha a}D^{+b}_\alpha V^{--}_l, \qquad (8)$$

где $D^{+b}_\alpha = u^+_i D^{ib}_\alpha$. Это суперполе не зависит от гармоник в абелевом случае.

$SL(2,R)\times SU_l(2)$-инвариантное кулоновское эффективное действие может быть выражено через суперпотенциал $f_3(W^{ab})$:

$$S_3=\int d^3x\,d^8\theta\,du\,V_l^{++}V_l^{--}f_3(W^{ab}). \tag{9}$$

Калибровочная инвариантность накладывает следующее условие связи:

$$D^{+c}_\alpha D^+_{c\beta}\,f_3(W^{ab})=0. \tag{10}$$

Эта связь эквивалентна трехмерному уравнению Лапласа

$$\Delta^w_3 f_3(W^{ab})=0,\qquad \Delta^w_3=\frac{\partial}{\partial W^{ab}}\frac{\partial}{\partial W_{ab}}. \tag{11}$$

R_3-инвариантное решение уравнения (11) имеет вид

$$f_3^R(w_3)=g_3^{-2}+k_3w_3^{-1},\qquad w_3=\sqrt{W^{ab}W_{ab}}, \tag{12}$$

где g_3 – константа связи размерности $d=-1/2$, а k_3 – безразмерная константа $\mathcal{N}=8$ взаимодействия типа Весса–Зумино–Новикова–Виттена для векторного мультиплета. Это взаимодействие хорошо определено для ненулевых значений модуля центральных зарядов $|Z|_3=\sqrt{Z^{ab}Z_{ab}}$, когда его разложение по $\widehat{W}_{ab}=W_{ab}-Z_{ab}$ несингулярно. Следует отметить, что суперполевые взаимодействия $3D$ векторных мультиплетов с безразмерными константами (члены Черна–Саймонса) были построены ранее для случаев $\mathcal{N}=4$ [10] и $\mathcal{N}=6$ [11, 5].

Связи для суперполя W^{ab} можно интерпретировать как альтернативную r-аналитичность следующей проекции этого суперполя в бигармоническом суперпространстве:

$$W^{(0,2)}=v_a^{(0,1)}v_b^{(0,1)}W^{ab}=-iD^{(2,2)}V_l^{(-2,0)}(x,u)=-i\int du\,D^{(-2,2)}V_l^{(2,0)}(x,u), \tag{13}$$

где $V_l^{(\pm2,0)}\equiv V_l^{\pm\pm}$ и $D^{(\pm2,2)}=u_i^{(\pm1,0)}u_k^{(\pm1,0)}v_a^{(0,1)}v_b^{(0,1)}D^{ia\alpha}D^{kb}_\alpha$.

$3D$ суперпотенциал (11) можно представить в виде интеграла по гармоникам $v_a^{(0,\pm1)}$:

$$f_3(W^{ab})=\int dv\,F_3[W^{(0,2)},v^{(0,\pm1)}], \tag{14}$$

где F_3 – произвольная функция с $q=(0,0)$. Эффективное действие в полном суперпространстве (9) можно преобразовать в эквивалентное представление в r-аналитическом суперпространстве:

$$\begin{gathered}S_3=\int d^3x\,D^{(0,-4)}dv\,[W^{(0,2)}]^2F_3[W^{(0,2)},v^{(0,\pm1)}],\\ D^{(0,-4)}=D^{(2,-2)}D^{(-2,-2)}.\end{gathered} \tag{15}$$

Зеркальная симметрия связывает l-векторный мультиплет $W^{(0,2)}(V^{(2,0)})$ с r-аналитическим гипермультиплетом ω_r.

2.3. Двумерные $(4,4)$ суперполя и соответствующие σ-модели обсуждались для обычного суперпространства в [12, 13] и в рамках альтернативных гармонических суперпространств в [4]. Калибровочная теория $(4,4)$ рассматривалась в формализме $(2,2)$ суперпространства [7]. Мы будем изучать геометрию этой теории в рамках явно ковариантного гармонического формализма. В $(4,4)$ суперпространстве с координатами $(y,\bar{y},\theta^{i\alpha},\bar{\theta}^{ia})$ будет использоваться группа автоморфизмов $R_2 = SU_c(2)\times SU_l(2)\times SU_r(2)$ (соответствующие обозначения спинорных индексов для этих групп: $c - i,k,\dots$; $l - \alpha,\beta,\dots$; $r - a,b,\dots$). Алгебра спинорных производных этого суперпространства

$$\{D_{k\alpha}, D_{l\beta}\} = \varepsilon_{kl}\varepsilon_{\alpha\beta}\partial_y, \tag{16}$$

$$\{\overline{D}_{ka}, \overline{D}_{lb}\} = \varepsilon_{kl}\varepsilon_{ab}\bar{\partial}_y, \tag{17}$$

$$\{D_{k\alpha}, \overline{D}_{lb}\} = i\varepsilon_{kl}Z_{\alpha b} \tag{18}$$

включает центральные заряды $Z_{\alpha b}$.

Суперполевые связи неабелевой $(4,4)$ калибровочной теории имеют вид

$$\{\nabla_{k\alpha}, \nabla_{l\beta}\} = \varepsilon_{kl}\varepsilon_{\alpha\beta}\nabla_y, \tag{19}$$

$$\{\overline{\nabla}_{ka}, \overline{\nabla}_{lb}\} = \varepsilon_{kl}\varepsilon_{ab}\overline{\nabla}_y, \tag{20}$$

$$\{\nabla_{k\alpha}, \overline{\nabla}_{lb}\} = i\varepsilon_{kl}W_{\alpha b}. \tag{21}$$

В работе [4] обсуждаются три типа гармоник: $u^\pm_i = u^{(\pm1,0,0)}$ для $SU_c(2)/U_c(1)$, $l^{(0,\pm1,0)}_\alpha$ для $SU_l(2)/U_l(1)$ и $r^{(0,0,\pm1)}_a$ для $SU_r(2)/U_r(1)$ (в наших обозначениях). Основные геометрические структуры калибровочной теории связаны главным образом с гармониками $u^\pm_i$ и соответствующими аналитическими координатами $\zeta_c = (y_c, \theta^{+\alpha})$ и $\bar{\zeta}_c = (\bar{y}_c, \bar{\theta}^{+a})$. $SO(4)$-векторная суперполевая напряженность w_m для $2D$ аналитического калибровочного препотенциала $V^{++}_c(\zeta_c,\bar{\zeta}_c,u)$ (c-векторный мультиплет) может быть построена по аналогии со случаем $D=3$:

$$W_{\alpha b} \equiv (\sigma^m)_{\alpha b}W_m = -iD^+_\alpha \overline{D}^+_b V^{--}_c, \tag{22}$$

где $(\sigma^m)_{\alpha b}$ – $SO(4)$-матрицы Вейля. $W_{\alpha b}$ удовлетворяет суперполевым связям, аналогичным связям так называемого твистованного мультиплета [12].

В полном $(4,4)$ суперпространстве можно построить эффективное действие $U(1)$-калибровочной теории:

$$S_2 = \int d^2x\, d^8\theta\, du\, V^{++}_c V^{--}_c f_2(W_m), \qquad (D^+)^2 f_2(W_m) = (\overline{D}^+)^2 f_2(W_m) = 0. \tag{23}$$

Общий $(4,4)$ суперпотенциал удовлетворяет $4D$ уравнению Лапласа

$$\Delta^w_4 f_2(W_m) = 0, \qquad \Delta^w_4 = \frac{\partial}{\partial W_m}\frac{\partial}{\partial W_m}. \tag{24}$$

R_2-инвариантное решение для $(4,4)$ суперпотенциала определяется однозначно:

$$f^R_2(w_2) = g_2^{-2} + k_2 w_2^{-2}, \qquad w_2 = \sqrt{W_m W_m}. \tag{25}$$

Аналогичная функция рассматривалась при изучении R_2-инвариантного $(2,2)$ кэлерова потенциала $D = 2$ калибровочной теории $(4,4)$ [7]. Явно $(4,4)$ ковариантный формализм гармонической калибровочной теории упрощает доказательство теоремы об отсутствии перенормировки.

Бигармоническое представление $(4,4)$ суперпотенциала естественно для решений уравнения (24)

$$f_2(W^{\alpha a}) = \int dl\, dr\, F_2[W^{(0,1,1)}, l, r], \qquad W^{(0,1,1)} = l_\alpha^{(0,1,0)} r_a^{(0,0,1)} W^{\alpha a}, \tag{26}$$

где F_2 – вещественная rl-аналитическая функция с нулевыми $U(1)$-зарядами.

Эта проекция векторного мультиплета (22) удовлетворяет условиям rl-аналитичности в тригармоническом суперпространстве

$$u_i^{(\pm1,0,0)} l_\alpha^{(0,1,0)} D^{i\alpha} W^{(0,1,1)} \equiv D^{(\pm1,1,0)} W^{(0,1,1)} = 0, \tag{27}$$

$$u_i^{(\pm1,0,0)} r_a^{(0,0,1)} \overline{D}^{ia} W^{(0,1,1)} \equiv \overline{D}^{(\pm1,0,1)} W^{(0,1,1)} = 0 \tag{28}$$

и гармоническим условиям

$$D_c^{(\pm2,0,0)} W^{(0,1,1)} = D_l^{(0,2,0)} W^{(0,1,1)} = D_r^{(0,0,2)} W^{(0,1,1)} = 0, \tag{29}$$

которые аналогичны связям для суперполя $q^{(1,1)}$, полученным в работе [4] (в этом обозначении не указан $U_c(1)$-заряд). Отметим, что векторный мультиплет $W^{(0,1,1)}$ содержит $2D$ векторное поле вместо вспомогательной скалярной компоненты суперполя $q^{(1,1)}$.

Используя уравнения (26) и (23), можно получить следующее эквивалентное представление эффективного $(4,4)$ действия в rl-аналитическом суперпространстве:

$$\begin{aligned} S_2 = \int dl\, dr\, d^2x\, D^{(1,-1,0)} D^{(-1,-1,0)} \overline{D}^{(1,0,-1)} \times \\ \times \overline{D}^{(-1,0,-1)} [W^{(0,1,1)}]^2 F_2[W^{(0,1,1)}, l, r], \end{aligned} \tag{30}$$

где

$$W^{(0,1,1)} = -iD^{(1,1,0)} \overline{D}^{(1,0,1)} V^{(-2,0,0)} = -i \int du\, D^{(-1,1,0)} \overline{D}^{(-1,0,1)} V^{(2,0,0)}. \tag{31}$$

Действие $q^{(1,1)}$ мультиплета с аналогичной структурой $(4,4)$ σ-модели построено в [4]. Этот мультиплет дуален rl-аналитическому мультиплету $\omega^{(\pm1,\mp1)}$.

2.4. Одномерные σ-модели рассматривались в $\mathcal{N}=4$ суперпространстве [14, 15]. Это суперпространство использовалось также для доказательства теоремы об отсутствии перенормировки в $\mathcal{N}=8$ калибровочной теории [6].

Мы будем рассматривать $D=1$, $\mathcal{N}=8$ суперпространство, которое основано на группе автоморфизмов $R_1=SU_c(2)\times\mathrm{Spin}(5)$ и имеет координаты (t,θ^α_i), где i – 2-спинорный индекс, а α – 4-спинорный индекс группы $\mathrm{Spin}(5)=U\,\mathrm{Sp}(4)$. Алгебра спинорных производных

$$\{D^k_\alpha, D^l_\rho\}=i\varepsilon^{kl}\Omega_{\alpha\rho}\partial_t+i\varepsilon^{kl}Z_{\alpha\rho} \tag{32}$$

включает центральные заряды $Z_{\alpha\rho}$.

Связи для $1D$ векторного мультиплета соответствуют условиям интегрируемости для c-аналитичности. Аналитические $1D$ координаты $\zeta_c=(t_c,\theta^{+\alpha})$ можно определить через стандартные гармоники $u^\pm_i\equiv u^{(\pm1,0,0)}_i$. Обозначения и алгебра гармонизованных спинорных производных $D^\pm_\alpha$ подобны для случаев $D=1$ и $D=5$. Суперполевая напряженность для соответствующих гармонических калибровочных связностей $V^{\pm\pm}_c$ представляет собой 5-вектор $W_{\mathbf{m}}$ (или бесследовый биспинор $W_{\alpha\rho}$) по отношению к $\mathrm{Spin}(5)$:

$$W_{\alpha\rho}\equiv\frac{1}{2}(\Gamma^{\mathbf{m}})_{\alpha\rho}W_{\mathbf{m}}=-iD^{(+2)}_{\alpha\rho}V^{--}_c,\qquad D^{(+2)}W_{\alpha\rho}=0, \tag{33}$$

где использованы $\mathrm{Spin}(5)$ Γ-матрицы и обозначения (5).

В абелевой калибровочной группе четыре компоненты этого биспинора являются твистованными суперполями, например $D^\pm_1W_{13}=D^\pm_3W_{13}=0$.

Эффективное действие в полном суперпространстве $D=1$ имеет следующий вид:

$$S_1=\int dt\,d^8\theta\,du\,V^{++}_cV^{--}_c\,f_1(W_{\mathbf{m}}). \tag{34}$$

Калибровочная инвариантность S_1 эквивалентна 5-мерному уравнению Лапласа для суперпотенциала

$$D^{(+2)}f_1(W_{\mathbf{m}})=0\longrightarrow\Delta^w_5f_1(W_{\mathbf{m}})=0. \tag{35}$$

R_1-инвариантный 1-мерный суперпотенциал

$$f^R_1(w_1)=g^{-2}_1+k_1w^{-3}_1 \tag{36}$$

выражается через длину 5-вектора:

$$w_1=(W^{\rho\sigma}W_{\rho\sigma})^{1/2}. \tag{37}$$

Отметим, что подобная функция определяет кэлеров потенциал $D=1$ калибровочной теории в $\mathcal{N}=4$ суперполевом формализме [6].

Бигармоническая конструкция общего $5D$ суперпотенциала (35) требует использования гармоник $v^{(0,\pm1,0)}_\alpha$, $v^{(0,0,\pm1)}_\alpha$ группы $U\,\mathrm{Sp}(4)$ [16] и соответствующей гармонической проекции биспинорного суперполя

$$f_1(W^{\alpha\rho})=\int dv\,F_1[W^{(0,1,1)},v_\alpha], \tag{38}$$

$$W^{(0,1,1)}=v^{(0,1,0)}_\alpha v^{(0,0,1)}_\rho W^{\alpha\rho}, \tag{39}$$

где рассматривается вещественная функция F_1 суперполя $W^{(0,1,1)}$ и v-гармоник. Связи для суперполя $W^{\alpha\rho}$ эквивалентны условиям v-аналитичности

$$u_i^{(\pm 1,0,0)} v_\alpha^{(0,1,0)} D^{i\alpha} W^{(0,1,1)} = u_i^{(\pm 1,0,0)} v_\alpha^{(0,0,1)} D^{i\alpha} W^{(0,1,1)} = 0 \tag{40}$$

совместно с гармоническими условиями по u- и v-переменным

$$D_c^{(\pm 2,0,0)} W^{(0,1,1)} = D_v^{(0,2,0)} W^{(0,1,1)} = 0, \tag{41}$$

$$D_v^{(0,0,2)} W^{(0,1,1)} = D_v^{(0,1,1)} W^{(0,1,1)} = 0. \tag{42}$$

По аналогии со случаями $D = 2, 3$ мы можем анализировать эквивалентную форму S_1 в v-аналитическом суперпространстве и соответствующие преобразования дуальности.

Благодарности. Автор признателен Е. А. Иванову за стимулирующие обсуждения.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 96-02-17634, РФФИ-ННИО № 96-02-00180, INTAS № 93-127-ext и INTAS № 96-0308, а также грантом Узбекского фонда фундаментальных исследований № 11/97.

Список литературы

[1] *A. Galperin, E. Ivanov, S. Kalitzin, V. Ogievetsky, E. Sokatchev.* Class. Quantum Gravit. 1984. V. 1. P. 469.

[2] *A. Galperin, E. Ivanov, V. Ogievetsky, E. Sokatchev.* Class. Quantum Gravit. 1985. V. 2. P. 601.

[3] *Б. М. Зупник.* ЯФ. 1986. Т. 44. С. 793; *B. M. Zupnik.* Phys. Lett. B. 1987. V. 183. P. 175.

[4] *E. Ivanov, A. Sutulin.* Nucl. Phys. B. 1994. V. 432. P. 246; Class. Quantum Gravit. 1997. V. 14. P. 843.

[5] *B. M. Zupnik.* Harmonic superspaces for three-dimensional theories, hep-th/9804167.

[6] *D.-E. Diaconescu, R. Entin.* A non-renormalization theorem for the $d = 1$, $N = 8$ vector multiplet, hep-th/9706059.

[7] *D.-E. Diaconescu, N. Seiberg.* J. High Ener. Phys. 1997. V. 7. P. 1.

[8] *O. Aharony, A. Hanany, K. Intriligator, N. Seiberg, M. J. Strassler.* Nucl. Phys. B. 1997. V. 499. P. 67.

[9] *N. Seiberg.* Phys. Lett. B. 1997. V. 388. P. 753.

[10] *Б. М. Зупник, Д. Г. Пак.* ТМФ. 1988. Т. 77. С. 97.

[11] *Б. М. Зупник, Д. В. Хецелиус.* ЯФ. 1988. Т. 47. С. 1147.

[12] *S. J. Gates, C. M. Hull, M. Roček.* Nucl. Phys. B. 1984. V. 248. P. 157.

[13] *O. Gorovoy, E. Ivanov.* Nucl. Phys. B. 1992. V. 381. P. 394.

[14] *V. P. Berezovoj, A. I. Pashnev.* Class. Quantum Gravit. 1991. V. 8. P. 2141.

[15] *E. A. Ivanov, A. V. Smilga.* Phys. Lett. B. 1991. V. 257. P. 79.

[16] *E. Ivanov, S. Kalitzin, Nguen Ai Viet, V. Ogievetsky.* J. Phys. A. 1985. V. 18. P. 3433.

Поступила в редакцию 9.II.1999 г.