



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. М. Кричевер, Общие рациональные редукции иерархии КП и их симметрии, *Функци. анализ и его прил.*, 1995, том 29, выпуск 2, 1–8

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.236.112.101

6 октября 2024 г., 03:56:13



УДК 530.1

## Общие рациональные редукции иерархии КП и их симметрии

© 1995. И. М. Кричевер

Основной целью настоящей работы является доказательство существования нового типа редукций иерархии уравнения Кадомцева–Петвиашвили (КП). Уравнение КП

$$\frac{3}{4}u_{yy} + (u_t - \frac{3}{2}uu_x - \frac{1}{4}u_{xxx})_x = 0 \quad (1)$$

было первым пространственно-двумерным уравнением, включенным в рамки метода обратной задачи. Как было замечено в [1, 2], уравнение (1) допускает представление нулевой кривизны

$$[\partial_y - L, \partial_t - A] = 0, \quad (2)$$

где

$$L = \partial_x^2 + u(x, y, t), \quad A = \partial_x^3 + \frac{3}{2}u\partial_x + w(x, y, t). \quad (3)$$

Представление нулевой кривизны использовалось и для описания бесконечного набора нелинейных уравнений, совместных с уравнением КП. Соответствующие уравнения представляли собой систему уравнений на коэффициенты  $v_{i,n}$  бесконечного набора обыкновенных линейных дифференциальных операторов

$$L_n = \partial_x^n + \sum_{i=0}^{n-2} v_{i,n}(t_1, t_2, \dots) \partial_x^i, \quad (4)$$

эквивалентных операторным уравнениям

$$[\partial_m - L_m, \partial_n - L_n] = 0, \quad \partial_n = \partial / \partial t_n. \quad (5)$$

В такой форме «иерархия» уравнения КП — это бесконечная система уравнений на бесконечный набор неизвестных функций, зависящих от бесконечного набора переменных.

Определение иерархии уравнения КП как системы коммутирующих эволюционных уравнений на пространстве бесконечных наборов  $u_i(x)$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , функций одной переменной было предложено в [3]. Соответствующие уравнения эквивалентны уравнениям Лакса

$$\partial_n \mathcal{L} = [\mathcal{L}_+^n, \mathcal{L}] \quad (6)$$

для псевдодифференциального оператора

$$\mathcal{L} = \partial_x + \sum_{i=1}^{\infty} u_i \partial_x^{-i}. \quad (7)$$

(Здесь и далее через  $D_+$  обозначается дифференциальная часть псевдодифференциального оператора  $D$ .) Эквивалентность двух определений иерархии КП была доказана в [4].

Основным типом редукций, рассматривавшихся в теории иерархии КП, являются редукции на стационарные точки одного из потоков иерархии (или линейной комбинации таких потоков). Соответствующие инвариантные подмногообразия имеют конечную функциональную размерность и отвечают псевдодифференциальным операторам  $\mathcal{L}$ , таким, что их  $n$ -я степень является дифференциальным оператором, т.е.

$$\mathcal{L}^n = \mathcal{L}_+^n = L = \partial_x^n + \sum_{i=1}^{n-2} w_i(x). \quad (8)$$

Коэффициенты оператора  $\mathcal{L}$  являются дифференциальными полиномами от коэффициентов  $w_i$  дифференциального оператора  $L$ , которые и параметризуют инвариантное подпространство иерархии КП.

Обозначим через  $\mathcal{K}_{m,n}$  многообразие псевдодифференциальных операторов  $\mathcal{L}$ , таких, что

$$\mathcal{L}^n = L_1^{-1} L_2, \quad (9)$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — взаимно простые дифференциальные операторы порядков  $m$  и  $n+m$  соответственно. (Здесь и далее под взаимно простыми операторами подразумеваются операторы, ядра которых не пересекаются.) Коэффициенты этих операторов

$$L_1 = \partial_x^k + \sum_{i=1}^{m-1} w_{1,i} \partial_x^i, \quad L_2 = \partial_x^{n+k} + \sum_{j=1}^{n+m-1} w_{2,j} \partial_x^j \quad (10)$$

являются параметрами, задающими точки  $\mathcal{K}_{m,n}$ . Нормировка оператора  $\mathcal{L}$ , при которой в правой части (7) отсутствует свободный член, эквивалентна единственному соотношению на коэффициенты операторов  $L_1$  и  $L_2$

$$w_{1,m-1} = w_{2,n+m-1}. \quad (11)$$

Коэффициенты псевдодифференциальных операторов, принадлежащих  $\mathcal{K}_{m,n}$ , являются дифференциальными полиномами от  $w_{1,i}$  и  $w_{2,j}$ .

A priori, определение точек  $\mathcal{K}_{m,n}$  зависит от порядка сомножителей в правой части (9). Однако, как мы сейчас покажем, соответствующее подмногообразие псевдодифференциальных операторов не зависит от этого порядка, а зависит лишь от порядков «числителя» и «знаменателя» некоммукативной дроби.

**ЛЕММА 1.** *Для любых двух взаимно простых дифференциальных операторов  $L_3$  и  $L_4$  порядков  $m$  и  $n+m$  существуют единственные нормированные операторы  $L_1$  и  $L_2$  порядков  $m$  и  $n+m$  соответственно, такие, что*

$$L_1^{-1} L_2 = L_4 L_3^{-1}. \quad (12)$$

(Нормированными мы будем называть дифференциальные операторы, старшие коэффициенты которых равны 1.)

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Утверждение леммы хорошо известно. Явные формулы для коэффициентов операторов могут быть найдены в [5]. Тем не менее мы приведем ее доказательство в форме, которая будет нам полезна в дальнейшем.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЛЕММЫ 1. Обозначим через  $\mathcal{O}_i$ ,  $i = 3, 4$ , ядро оператора  $L_i$ , т.е.

$$y(x) \in \mathcal{O}_i : L_i y(x) = 0. \quad (13)$$

Размерность линейного пространства  $\mathcal{O}_4$  равна  $n + m$ . В силу предположения леммы образ этого пространства под действием оператора  $L_3$  имеет ту же размерность. Следовательно, равенство

$$L_2 y(x) = 0, \quad y(x) \in L_3(\mathcal{O}_4), \quad (14)$$

однозначно определяет нормированный оператор  $L_2$  порядка  $n + m$ . Оператор  $L_1$  определяется равенством

$$L_1 y(x) = 0, \quad y(x) \in L_4(\mathcal{O}_3). \quad (15)$$

Из определения операторов  $L_1$ ,  $L_2$  следует, что ядра дифференциальных операторов  $L_2 L_3$  и  $L_1 L_4$ , имеющих порядок  $2n + m$ , равны  $\mathcal{O}_3 + \mathcal{O}_4$ . Значит, эти операторы равны между собой. Равенство

$$L_1 L_4 = L_2 L_3 \quad (16)$$

эквивалентно (12). Лемма доказана.

Аналогично доказывается и обратное утверждение о том, что для любой пары взаимно простых операторов  $L_1$ ,  $L_2$  найдутся единственные нормированные операторы  $L_3$ ,  $L_4$ , такие, что выполняется равенство (12).

ТЕОРЕМА 1. Для любых  $n$  и  $m$  пространства  $\mathcal{K}_{m,n}$  являются инвариантными относительно иерархии КП, т.е. относительно уравнений (6).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Равенство (6) для  $\mathcal{L} \in \mathcal{K}_{m,n}$  эквивалентно равенству

$$\partial_i(L_1^{-1}L_2) = [(L_1^{-1}L_2)_+^{i/n}, L_1^{-1}L_2]. \quad (17)$$

Из (17) следует равенство

$$(\partial_i L_2)L_3 - (\partial_i L_1)L_4 = L_1(L_1^{-1}L_2)_+^{i/n}L_4 - L_2(L_1^{-1}L_2)_+^{i/n}L_3, \quad (18)$$

где  $L_3$  и  $L_4$  — те единственные операторы, существование которых гарантируется утверждением предшествующей леммы.

Для доказательства утверждения теоремы необходимо показать, что при заданных операторах  $L_1$ ,  $L_2$  уравнение (18) однозначно определяет операторы  $\partial_i L_1$  и  $\partial_i L_2$  порядков  $m - 1$  и  $n + m - 1$  соответственно.

Обозначим через  $\mathcal{D}$  оператор, определенный правой частью формулы (18). Коэффициенты этого оператора являются дифференциальными полиномами от коэффициентов операторов  $L_1$  и  $L_2$ , т.е.  $\mathcal{D} = \mathcal{D}(L_1, L_2)$ . Аналогично тому, как доказывается корректность уравнений иерархии КП, можно показать, что этот оператор имеет порядок  $2n + m - 1$ . Действительно, в силу того, что любой

оператор коммутирует со своими степенями (в том числе и с дробными), дифференциальная часть оператора  $(L_1^{-1}L_2)^{i/n}$  может быть заменена в равенстве (17) на интегральную часть:

$$(L_1^{-1}L_2)_-^{i/n} = (L_1^{-1}L_2)^{i/n} - (L_1^{-1}L_2)_+^{i/n}. \quad (19)$$

Следовательно,

$$\mathcal{D} = L_2(L_1^{-1}L_2)_-^{i/n}L_3 - L_1(L_1^{-1}L_2)_-^{i/n}L_4. \quad (20)$$

Это равенство и доказывает, что дифференциальный оператор  $\mathcal{D}$  имеет степень не выше  $2n + m - 1$ .

**ЛЕММА 2.** *Для любого дифференциального оператора  $\mathcal{D}$  степени  $2n + m - 1$  и любых взаимно простых операторов  $L_3$  и  $L_4$  порядков  $m$  и  $n + m$  существуют единственные операторы  $A_1$  и  $A_2$  порядков  $m$  и  $n + m$ , такие, что*

$$A_2L_3 - A_1L_4 - \mathcal{D} = 0. \quad (21)$$

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.** Дифференциальный оператор  $A_1$  порядка  $m$  однозначно определяется своим действием на любом  $m$ -мерном линейном пространстве. Следовательно, его можно задать равенством

$$A_1y(x) = \mathcal{D}y(x), \quad y(x) \in L_4(\mathcal{O}_3). \quad (22)$$

Аналогичным равенством определяется и оператор  $A_2$ :

$$A_2y(x) = \mathcal{D}y(x), \quad y(x) \in L_3(\mathcal{O}_4). \quad (23)$$

Из этих определений следует, что дифференциальный оператор, задаваемый левой частью равенства (21), имеющий порядок  $2n + m - 1$ , имеет ядро размерности не меньше  $2n + m$ . Значит, он равен нулю.

Операторы  $A_i$  в случае, когда  $L_3$ ,  $L_4$  и  $\mathcal{D}$  заданы равенствами (12) и (20), однозначно определяются операторами  $L_1$  и  $L_2$ , т.е.  $A_i = A_i(L_1, L_2)$ . Следовательно, равенства

$$\partial_i L_1 = A_1(L_1, L_2), \quad \partial_i L_2 = A_2(L_1, L_2) \quad (24)$$

корректно определяют эволюцию операторов  $L_1$  и  $L_2$ , что и завершает доказательство теоремы.

При обсуждении доказанного результата с автором Т. Сиота (Т. Shiota) предложил явный вид уравнений, описывающих эволюцию операторов  $L_1$  и  $L_2$ .

**ТЕОРЕМА 2.** *Ограничение иерархии КП на  $\mathcal{K}_{m,n}$  эквивалентно уравнениям*

$$\partial_i L_1 = L_1(L_1^{-1}L_2)_+^{i/n} - (L_2L_1^{-1})_+^{i/n}L_1, \quad (25)$$

$$\partial_i L_2 = L_2(L_1^{-1}L_2)_+^{i/n} - (L_2L_1^{-1})_+^{i/n}L_2. \quad (26)$$

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.** В силу доказанной выше теоремы уравнение (17) однозначно определяет эволюцию операторов  $L_1$  и  $L_2$ . С другой стороны, непосредственно проверяется, что (17) является следствием равенств (25), (26). Значит, для доказательства теоремы достаточно проверить, что правые части равенств

(25), (26) являются дифференциальными операторами порядков не выше  $m - 1$  и  $n + m - 1$ . Последнее утверждение вытекает из того, что в силу равенств

$$L_1^{-1}(L_2L_1^{-1})^{i/n}L_1 = (L_1^{-1}L_2)^{i/n}, \quad L_2^{-1}(L_2L_1^{-1})^{i/n}L_2 = (L_1^{-1}L_2)^{i/n} \quad (27)$$

уравнения (25), (26) эквивалентны уравнениям

$$\partial_i L_1 = (L_2L_1^{-1})_-^{i/n} L_1 - L_1(L_1^{-1}L_2)_-^{i/n}, \quad (28)$$

$$\partial_i L_2 = (L_2L_1^{-1})_-^{i/n} L_2 - L_2(L_1^{-1}L_2)_-^{i/n}. \quad (29)$$

Теорема доказана.

**ЗАМЕЧАНИЕ 2.** Формулы (28), (29) аналогичны формулам для эволюции сомножителей  $L = L_1L_2$ , где  $L_i$  являются дифференциальными или псевдодифференциальными операторами специального вида, которые были получены в [6].

**ПРИМЕР.** Частным случаем доказанных утверждений являются результаты работ [8, 9], в которых было показано, что иерархия нелинейного уравнения Шрёдингера может быть получена как специальная редукция иерархии КП. В обозначениях настоящей работы соответствующая редукция — это редукция на пространство  $\mathcal{K}_{1,2}$ .

Коэффициенты псевдодифференциального оператора  $\mathcal{L}$  вида

$$\mathcal{L} = (\partial_x + v)^{-1}(\partial_x^2 + v\partial_x + w) = \partial_x + \sum_{i=1}^{\infty} u_i \partial_x^{-i} \quad (30)$$

являются дифференциальными полиномами от функций  $v$  и  $w$  и последовательно определяются равенствами

$$u_1 = w, \quad u_{i+1} + u_{ix} + vu_i = 0, \quad i > 1. \quad (31)$$

Рассмотрим второе из эволюционных уравнений иерархии КП (6), т.е. уравнение, описывающее зависимость оператора  $\mathcal{L}$  от переменной  $t_2$ . Для  $n = 2$  оператор  $\mathcal{L}_+^2$  равен  $\partial_x^2 + 2u_1$ . Соответствующие уравнения для первых двух коэффициентов оператора  $\mathcal{L}$  с учетом равенства (31) при  $i = 1, 2$  представляют собой замкнутую систему уравнений на две неизвестные функции

$$\partial_2 u_1 = u_{1xx} + 2u_{2x}, \quad u_2 = -u_{1x} + vu_1, \quad (32)$$

$$\partial_2 u_2 = u_{2xx} + 2u_{3x} + 2u_1 u_{1x} = u_{2xx} - 2(u_{2x} + vu_2)_x + 2u_1 u_{1x}. \quad (33)$$

Определим новые неизвестные функции  $r$  и  $q$  с помощью соотношений

$$u_1 = rq, \quad v = -r_x/r. \quad (34)$$

Для них уравнения (32), (33) эквивалентны системе

$$\partial_2 r = r_{xx} + rqr, \quad \partial_2 q = -q_{xx} + qrq, \quad (35)$$

которая для  $r = \pm q^*$  и  $t_2 = it$  переходит в нелинейное уравнение Шрёдингера

$$ir_t - r_{xx} \mp |r|^2 r = 0. \quad (36)$$

ЗАМЕЧАНИЕ 3. Уравнения (35) допускают представление Лакса  $L_t = [A, L]$ , где  $L$  — оператор Дирака. Представляется естественной гипотеза, что предложенные редукции иерархии КП содержат все уравнения, допускающие представление Лакса с дифференциальными операторами  $L$  с матричными коэффициентами произвольной размерности.

Ограничения иерархии КП на инвариантные пространства  $\mathcal{K}_{m,n}$  представляют собой «квантование» соответствующих алгебраических орбит иерархии бездисперсионного уравнения КП, которые были введены в работе [7]. Иерархия бездисперсионного уравнения КП представляет собой систему коммутирующих эволюционных уравнений

$$\partial_t K = \{K_+^i, K\} = \partial_p(K_+^i) \partial_x K - \partial_x(K_+^i) \partial_p K \quad (37)$$

на коэффициенты лорановского ряда

$$K(p) = p + \sum_{i=1}^{\infty} v_i(x, t_1, \dots) p^{-i}. \quad (38)$$

(Символ  $[\dots]_+$  в (37) обозначает часть лорановского ряда, содержащую неотрицательные степени переменной  $p$ .) Алгебраическими орбитами иерархии (37) в [7] назывались ограничения этой иерархии на пространства лорановских рядов, таких, что

$$K^n = E(p, t) = p^n + u_{n-2} p^{n-2} + \dots + u_0 + \sum_{\alpha=1}^N \sum_{i=1}^{n_\alpha} v_{i,\alpha} (p - p_\alpha)^{-i}. \quad (39)$$

Отметим, что в [7] было показано, что алгебраические орбиты бездисперсионной иерархии КП обладают дополнительными симметриями, т.е. ограничения иерархии (37) на пространство лорановских рядов  $K$ , для которых выполнено соотношение (39), совместимо с эволюционными уравнениями

$$\partial_t \Omega_{i,\alpha} K = \{\Omega_{i,\alpha}, K\} = \partial_p(\Omega_{i,\alpha}) \partial_x K - \partial_x(\Omega_{i,\alpha}) \partial_p K, \quad (40)$$

где  $\Omega_{i,\alpha}$  — полином степени  $i$  от переменной  $(p - p_\alpha)^{-1}$ , такой, что при  $p \rightarrow p_\alpha$  имеет место равенство

$$\Omega_{i,\alpha} = \sum_{s=1}^i w_{s,i,\alpha} (p - p_\alpha)^{-s} = E^{i/n_\alpha} + O(p - p_\alpha). \quad (41)$$

Как показывает следующая теорема, эти дополнительные симметрии допускают квантование.

ТЕОРЕМА 3. Ограничения иерархии КП на инвариантные подпространства  $\mathcal{K}_{m,n}$  совместимы с эволюционными уравнениями, имеющими форму уравнений Лакса

$$\mathcal{L}_\tau = [A_{-i}, \mathcal{L}], \quad (42)$$

где

$$A_{-i} = M_1^{-1} M_2, \quad (43)$$

$M_1$  — нормированный дифференциальный оператор порядка  $i$ , а  $M_2$  — дифференциальный оператор порядка  $i - 1$ .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Уравнение (42) для  $\mathcal{L} = L_1^{-1}L_2$  эквивалентно уравнению

$$(\partial_\tau L_2)L_3 - (\partial_\tau L_1)L_4 = L_1 A_{-i} L_4 - L_2 A_{-i} L_3, \quad (44)$$

где  $L_3, L_4$  — операторы, такие, что имеет место равенство (12). Так как псевдодифференциальный оператор  $A_{-i}$  имеет отрицательную степень, то правая часть  $\mathcal{D}$  равенства (44) является псевдодифференциальным оператором порядка, не превосходящего  $2n + m - 1$ . Заключительные рассуждения доказательства теоремы 1 показывают, что в этом случае для того, чтобы уравнение (44) корректно определяло эволюцию операторов  $L_1$  и  $L_2$ , необходимо и достаточно, чтобы правая часть этого уравнения была дифференциальным оператором. Покажем, что это условие позволяет выразить коэффициенты операторов  $M_1$  и  $M_2$  через коэффициенты операторов  $L_1$  и  $L_2$  и замкнуть тем самым систему уравнений. Из утверждения леммы 1, позволяющего заменять левые дроби на правые, следует, что  $\mathcal{D}$  может быть преобразован к виду

$$\mathcal{D} = D_1 D_2^{-1}, \quad (45)$$

где  $D_1, D_2$  — дифференциальные операторы, причем оператор  $D_2$  имеет степень  $2i$ . Таким образом, условие делимости дифференциального оператора  $D_1$  на дифференциальный оператор  $D_2$  эквивалентно системе  $2i$  обыкновенных дифференциальных уравнений на  $2i$  неизвестных коэффициентов операторов  $M_1$  и  $M_2$ . Тем самым утверждение теоремы доказано.

ЗАМЕЧАНИЕ 4. Следует отметить, что доказанная теорема утверждает существование симметрий вида (42), (43), но оставляет открытым вопрос о полной классификации таких симметрий. В частности, она не дает ответов на вопросы о том, какую алгебру они образуют и сколько таких симметрий существует при заданном  $i$ . Условие коммутации двух симметрий указанного вида имеет форму уравнений нулевой кривизны

$$[\partial/\partial\tau_1 - M_1^{-1}M_2, \partial/\partial\tau_2 - M_3^{-1}M_4] = 0. \quad (46)$$

Последние уравнения безотносительно к вопросам симметрий инвариантных подмногообразий иерархии КП были недавно рассмотрены в работе [10] как новая форма генерации интегрируемых уравнений.

ЗАМЕЧАНИЕ 5. Обратим внимание на то, что симметрии вида (42), (43) существуют и для обычных редукций Лакса иерархии КП. Например, для уравнения КдФ (т.е. случая  $\mathcal{L}^2 = L = \partial_x^2 + u$ ) и  $i = 1$  уравнение

$$L_\tau = u_\tau = [(v\partial_x + w)^{-1}, L] \quad (47)$$

эквивалентно уравнениям

$$u_\tau w^2 + v(u_\tau w)_x = w_{xx} - v u_x, \quad v(u_\tau v)_x + 2u_\tau v w = v_{xx} + 2w_x, \quad (48)$$

$$u_\tau v^2 = 2v_x. \quad (49)$$

Полагая

$$w = \frac{1}{2}v_x, \quad (50)$$



получим, что из (48), (49) следует равенство

$$u = \frac{1}{2}\varphi_{xx} - \frac{1}{4}\varphi_x^2, \quad (51)$$

где  $\varphi$  определяется из соотношения

$$v = e^\varphi. \quad (52)$$

Равенства (51) и (49) показывают, что уравнение

$$\partial_\tau(\frac{1}{2}\varphi_{xx} - \frac{1}{4}\varphi_x^2) = 2\varphi_x e^{-\varphi} \quad (53)$$

эквивалентно уравнению Лакса (47) при условии (50).

В последующей публикации мы предполагаем обратиться к сформулированным выше открытым вопросам, а также к проблеме построения алгебро-геометрических решений общих «рациональных» редукций иерархии КП и их рациональных симметрий.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В. Е., Шабат А. Б. Интегрирование уравнений математической физики методом обратной задачи рассеяния. I. Функциональный анализ и его прил., **8**, вып. 4, 43–53 (1974).
2. Дрюма В. С. Об аналитическом решении двумерного уравнения Кортевега–де Фриза. Письма в ЖЭТФ, **19**, №12, 219–225 (1974).
3. Sato M. Soliton equations and universal Grassmann manifold. Math. Lect. Notes Ser., Vol. 18, Sophia University, Tokyo (1984).
4. Takebe T. From general Zakharov–Shabat equations to KP and the Toda lattice hierarchies. In: Proc. RIMS Research Project 1991, Adv. Ser. Math. Phys., Vol. 16 (1992), pp. 923–940.
5. Ore O. Theory of noncommutative polynomials. Ann. of Math., **34** (1933) 480–508.
6. Дринфельд В. Г., Соколов В. В. Алгебры Ли и уравнения типа КдФ. В кн.: Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Т. 24, ВИНТИ, М. (1984), с. 81–180.
7. Krichever I. Tau-function of the universal Whitham hierarchy and topological field theories. Comm. Pure Appl. Math., **47**, 1–40 (1994).
8. Topan F.  $N = 1, 2$  Super-NLS Hierarchies as Super-KP Coset Reductions. Preprint ENSLAPP-L-467/94, Paris.
9. Orlov A. Yu. Vertex operators,  $\bar{\delta}$ -problems, symmetries, variational identities and Hamiltonian formalism for  $2 + 1$  integrable systems. In: Plasma Theory and Non-linear and Turbulent Processes in Physics, World Scientific, Singapore (1988).
10. Zakharov V. E. Dispersionless limit of integrable systems in  $2 + 1$  dimensions. In: Singular limits of Dispersive Waves (eds. N. Ercolani, I. Gabitov, D. Levermore, and D. Serre) NATO ARW series, New York (1994).

Институт теоретической физики  
им. Л. Д. Ландау РАН

Поступило в редакцию  
1 сентября 1994 г.