Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

Сверхзвуковые автобусы, лодки и ... деревья,
Квант, 2014, номер 3, 59

https://www.mathnet.ru/kvant1778

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.9.171
23 января 2026 г., 14:52:37

СВЕРХЗВУКОВЫЕ АВТОБУСЫ, ЛОДКИ И... ДЕРЕВЬЯ

Задача 2. На рисунке 5 изображен треугольник *ОЕИ* и указаны времена, за которые грибники прошли бы каждый из отрезков. Найдем число Маха в нашей задаче. Из точки *Е* в точку *И* автобус двигался 10 мин, а грибнику понадобилось бы 50 мин, чтобы пройти этот путь. Следовательно, скорость автобуса в пять раз больше скорости грибника, и $M = 5$. А теперь подсчитаем, когда автобус придет в точку *П*. Время будет отсчитывать от момента выхода грибников из точки *О*. Автобусу понадобится 30 мин, чтобы доехать до точки *Е* и еще 18/5 мин, чтобы из *Е* доехать до *П*, всего – 33 мин 36 с. А Петр дойдет до точки *П* за 24 мин. Итого, ему придется подождать 9 мин 36 с.

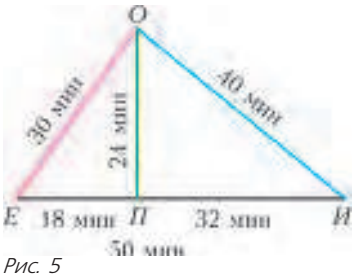

Рис. 5

Задача 3. Отметим сразу, что коли автобус приехал в точку *П* за 33 мин 36 с, то в момент начала движения грибников он находился от этой точки на расстоянии 168 мин движения грибников. Из условия задачи вытекает, что точка *О* находится в начальный момент внутри конуса Маха. А вот Сидору придется обязательно отправиться в путь, когда образующая конуса Маха коснется точки *О* (рис.6). В этот

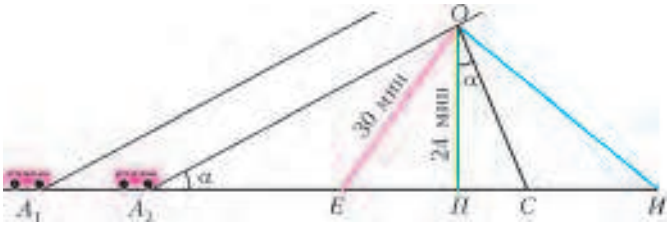

Рис. 6

момент автобус будет находиться от точки *П* на расстоянии $ОП\ \operatorname{ctg}\alpha = 24\sqrt{24}$ мин движения грибника. Итого, у Сидора в запасе столько времени, сколько понадобится автобусу, чтобы проехать из точки A_1 в точку A_2. Грибнику, чтобы пройти этот участок, нужно $\left(168 - 24\sqrt{24}\right)$ мин, а автобусу – в пять раз меньше, т.е. ≈ 10 мин 5 с. Именно столько времени есть у Сидора в запасе.

Задача 4. Области достижимости автобуса изображены на рисунке 7.

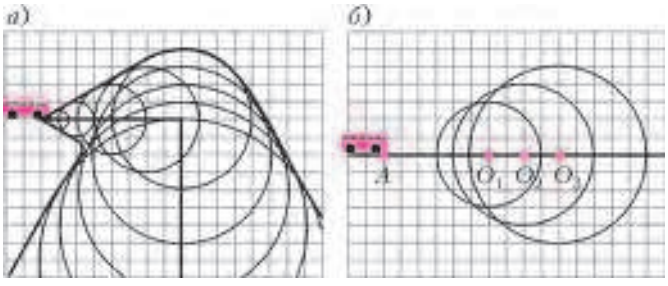

Рис. 7

Задача 5. Приведем лишь ответы: $\beta = 90°$, $d = \frac{L}{c}\sqrt{v^2 - c^2}$, $s = \frac{L}{c}\sqrt{v^2 + c^2}$.

Задача 6. Ответы: $\beta = \arccos\frac{c}{v}$, $t = \frac{L}{c}\frac{v}{\sqrt{v^2 - c^2}}$, $d = \frac{L}{c}\sqrt{v^2 - c^2}$, $s = \frac{L}{c}v$.

Задача 7. По условию задачи время возвращения $t_2 = \frac{L}{c}\frac{v}{\sqrt{v^2 - c^2}}$ в два раза больше времени переправы $t_1 = \frac{L}{c}$. Отсюда получаем ответ:

$$\frac{v}{c} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1{,}15\ ; \quad \frac{s_1}{s_2} = \frac{\sqrt{c^2 + v^2}}{v} = \frac{\sqrt{7}}{2} \approx 1{,}32\ .$$

Задача 8. 1) $t = 7$ мин 12 с. 2) $M = 5$.

Задача 9. 1) $t_{\min} = t_0\sqrt{1 - M^2\frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}}$. 2) $M_{\max} = \frac{n+1}{n-1}$.

Задача 10. $\beta = \arccos\frac{v}{c} = \arccos 0{,}8$; $u = \sqrt{c^2 - v^2} = 3$ м/с; $t = \frac{L}{u} = 40$ с.

ПАРЫ. ВЛАЖНОСТЬ

1. $\rho_н = 18$ г/м^3. **2.** $\Delta m = 257$ г. **3.** $p_к = 4$ атм. **4.** $\varphi = 30\%$. **5.** $n = 4$. **6.** $p_к = 92$ кПа. **7.** $\Delta m = 3$ г.

XXII МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ МАРАФОН»

ЗАДАЧИ ОЛИМПИАДЫ ПО ФУНДАМЕНТАЛЬНЫМ НАУКАМ

Устный командный тур

МАТЕМАТИКА

1. На 30%.

Пусть завод производил продукцию в количестве *a* каких-то единиц, а искомое снижение было на *p*% в год. Тогда в конце первого года он произвел продукцию в количестве $a - \frac{ap}{100} = a\left(1 - \frac{p}{100}\right) = b$, а в конце второго года – в количестве $b\left(1 - \frac{p}{100}\right) = a\left(1 - \frac{p}{100}\right)^2$. По условию,

$$a\left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 = a \cdot \frac{49}{100} \Leftrightarrow 1 - \frac{p}{100} = \pm\frac{7}{10} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p_1 = 30, \\ p_2 = 170. \end{array}\right.$$

По смыслу задачи остается лишь первый корень.

2. Пусть *ABCD* – данный квадрат (рис. 8). Пусть *M* – точка на стороне *AD*, причем $AM > MD$. Проведем из точки *M* перпендикуляр к стороне *AD*, пересекающий сторону *BC* в точке *N* так, что точка *N* – середина отрезка *ME*. Тогда отрезок *AE* пересечет сторону *BC* в середине *K* отрезка *BN*, а отрезок *ED* – в середине *L* отрезка *NC* (это следует из равенства двух пар прямоугольных треугольников *ABK* и *KEN*, *CDL* и *ECL*). Если отрезать от квадрата треугольники *ABK* и *CDL* и совместить их с треугольниками *ENK* и *NEL* соответственно, то квадрат *ABCD* превращается в неравнобедренный треугольник *AED*.

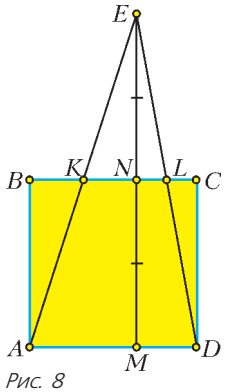

Рис. 8

3. а) Да; б) нет.

а) Ответ следует из следующей цепочки равенств:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} + \frac{1}{36}.$$

б) Предположим, что нашлись попарно различные нечетные