А. А. Заусаев, Исследование устойчивости численного метода Эверхарта при интегрировании уравнений движения короткопериодических комет, *Матем. моделирование и краев. задачи*, 2005, часть 3, 105–107

а $G_k(x,t)$ – фундаментальное решение задачи K_α (K_γ) в области D_k, которое имеет следующее представление

$$G_k(x,\ t)=\frac{1}{x\sqrt{\pi}}\sum_{m=0}^{k}\frac{(t-m\tau)^{(m+1)\alpha-1}}{m!\alpha^m}\left((t-m\tau)^{1-\alpha}\frac{d}{dt}\right)^m\times$$

$$\times\left\{(t-m\tau)^{m\alpha}H_{12}^{20}\left(\frac{x^2}{4(t-m\tau)^\alpha}\left|\begin{matrix}((m+1)\alpha,\alpha)\\(1/2,1),(1,1)\end{matrix}\right.\right)\right\},$$

$$\left(\begin{array}{c}G_k(x,t)=\dfrac{1}{2x\sqrt{\pi}}[A_+(x,t,m)+A_-(x,t,m)],\\ A_\pm(x,t,m)=H_{23}^{21}\left(\dfrac{x^{2\gamma}i^{\pm2(1-\gamma)}}{4^\gamma(t-m\tau)}\left|\begin{matrix}(1,1),(1,1)\\(1/2,\gamma),(1,1),(1,\gamma)\end{matrix}\right.\right)\pm\\ \pm iH_{23}^{21}\left(\dfrac{x^{2\gamma}i^{\pm2(1-\gamma)}}{4^\gamma(t-m\tau)}\left|\begin{matrix}(1,1),(1,1)\\(1,\gamma),(1,1),(1/2,\gamma)\end{matrix}\right.\right)\end{array}\right),$$

где $H_{pq}^{mn}(z\,|\cdot)$ – функция Фокса [2].

В случае $\alpha=1$ $(\gamma=1)$ при $k=0$ найденное решение совпадает с решением задачи Коши для уравнения теплопроводности в D.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Мн.: Наука и техника, 1987. 688 с.
2. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Дополнительные главы. М.: Наука, 1986. 800 с.

УДК 521.1

А.А. Заусаев

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА ЭВЕРХАРТА ПРИ ИНТЕГРИРОВАНИИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМЕТ

Понятие устойчивости применимо как по отношению к задаче Коши, так и по отношению к численному методу [1, 2]. Рассматриваемый нами метод численного интегрирования Эверхарта относится к классу нуль-устойчивых методов, тем не менее, вопрос о том, как погрешность начального смещения в исходных данных отражается на результатах вычислений остается актуальным и открытым.

Для проверки устойчивости решения были отобраны 10 короткопериодических комет. Элементы орбит этих объектов имеют характерные особенности и определяют групповые свойства короткопериодических комет, связанные с наличием или отсутствием тесных сближений с большими планетами, прямым или обратным движением и т. д.

Численное интегрирование со смещенными элементами проводилось модифицированным методом Эверхарта до момента времени, ближайшего к 1900 году, на который имелись элементы орбиты кометы. Применялись методы 19, 23 и 27-го порядков с различным шагом интегрирования. Под смещением элементов орбит понималось различие в элементах орбит на момент прохождения кометы через перигелий и на эпоху (дату) вблизи прохождения через перигелий.

Как известно, точное положение кометы в пространстве определяется шестью элементами орбит: M – средней аномалией, q – перигелийным расстоянием, e – эксцентриситетом, ω – аргументом перигелия, Ω – долготой восходящего узла, i – наклонением. Вариация каждого из этих элементов по-разному влияет на устойчивость движения короткопериодических комет. Результаты вычислений на конце интервала интегрирования сравнивались между собой, а также с данными кометного каталога Марсдена [3]. Движение кометы считалось устойчивым, если элементы орбит, полученные путем интегрирования возмущенной, а затем невозмущенной орбиты, отличались друг от друга незначительно.

В работе были получены следующие результаты. Несмотря на то, что комета 1 P/Halley не имеет тесных сближений с внешними планетами, ее решение нельзя назвать устойчивым. Малые погрешности в начальных данных элементов орбит приводят к существенным расхождениям по сравнению с данными каталога Марсдена. Особенно велика погрешность в средней аномалии, которая составляет 0,05664º. К семейству с неустойчивыми решениями можно отнести также кометы 14 P/Wolf, 16 P/Brooks-2 и 73 P/Schwassmann-Wachmann-3.

Для кометы 2 P/Encke малые погрешности в исходных данных не приводят к существенным различиям полученных решений. Поэтому на исследуемом интервале времени решение для этой кометы можно считать устойчивым. Наряду с кометой 2 P/Encke, к классу с устойчивыми решениями нами были отнесены кометы 6 P/D'Arrest, 38 P/Stephan-Oterma, 45 P/Honda-Mrkos-Pajdusakova, 55 P/Tempel-Tuttle и 62 P/Tsuchinshan-1.

Обобщая проведенные исследования можно сделать следующий вывод: к числу комет с неустойчивыми решениями можно отнести кометы с большими эксцентриситетами, а также кометы, имеющие сближения с Юпитером менее 0,1 а. е.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Абалакин В.К., Аксенов Е.П., Гребенников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976. 862 с.
2. *Холл Дж Уатт* Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1979. 312 с.
3. *Marsden B., Williams G.V.* Catalogue of Cometary Orbits / 13th ed. Central Bureau for Astronomical Telegrams and Minor Planet Center, 1999.

УДК 517.91

Л.С. Ибрагимова

ТОЧКИ БИФУРКАЦИИ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Рассматривается задача о бифуркации периодических решений из состояния равновесия системы дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t,\lambda), \quad x \in R^N, \tag{1}$$

где λ – скалярный параметр; вектор-функция $f(x,t,\lambda)$ непрерывна по совокупности переменных, T-периодична по t и удовлетворяет условию $f(0,t,\lambda) \equiv 0$, т.е. система (1) при всех λ имеет нулевое решение.

Число λ_0 параметра λ является точкой бифуркации уравнения (1), если существует последовательность $\lambda_m \to \lambda_0$ такая, что при $\lambda = \lambda_m$ уравнение (1) имеет ненулевое T-периодическое решение $x = x_m$, причем $\|x_m(t)\|_C \to 0$.