Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

А. Т. Онуфриев, С. А. Христианович, Об особенностях турбулентного движения в вихревом кольце,
Докл. АН СССР, 1976, том 229, номер 1, 42–44

https://www.mathnet.ru/dan40460

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.14.85
6 декабря 2025 г., 19:26:29

Доклады Академии наук СССР
1976. Том 229, № 1

УДК 532.517.4 *ГИДРОМЕХАНИКА*

А. Т. ОНУФРИЕВ, академик С. А. ХРИСТИАНОВИЧ

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ТУРБУЛЕНТНОГО ДВИЖЕНИЯ В ВИХРЕВОМ КОЛЬЦЕ

1. В связи с рядом практических приложений в последние годы проводится интенсивное исследование закономерностей движения вихревых колец. При большом значении числа Рейнольдса, определенном по величинам начального радиуса и скорости вихря, движение в ядре вихря и в переносимой им «атмосфере» становится турбулентным. До самого последнего времени данных о структуре течения в вихре было недостаточно. В работах ([1], [2]) обнаружены интересные особенности турбулентного режима течения в вихре.

В работе ([1]) в опытах показано, что в ядре вихря масштаб турбулентного движения значительно меньше масштаба в «атмосфере» вихря, и отмечено, что турбулентные пульсации скорости в ядре вихря подавлены. В работе В. Ф. Тарасова ([2]) прямыми опытами с подкраской части вихревого ядра показано существование анизотропии в процессе переноса примеси: в радиальном направлении перенос значительно меньший, чем в осевом. Подавление турбулентных пульсаций отмечено также при экспериментальном исследовании течения во вращающейся вокруг продольной оси цилиндрической круглой трубе ([3]).

2. В данной работе проводится теоретическое рассмотрение наблюдаемых эффектов. Рассмотрено в качестве примера плоское осесимметричное течение. Ось вращения z направлена перпендикулярно плоскости r, φ. Такой поток моделирует течение в элементе вихревого кольца. Число Рейнольдса предполагаем большим и пренебрегаем процессами молекулярной диффузии. Для диссипативных слагаемых принято соотношение, получаемое из соображений размерности. Для слагаемых, описывающих воздействие пульсаций давления на обмен энергией по разным направлениям, принято приближение Ротта ([4], [5]). Диффузией, связанной с пульсациями давления, пренебрегаем. Интенсивность турбулентности предполагаем малой.

В ядре вихря и вне его существует градиент давления, связанный с существованием в потоке центробежной силы. Давление понижается по направлению к оси вращения вихря. Рассматривается случай постоянной плотности *.

Уравнения переноса записываются для составляющих вектора скорости, тензора рейнольдсовых напряжений, вектора турбулентного потока примеси и др.

В данном случае

$$\langle V_\varphi\rangle = V(r), \quad \langle V_r\rangle = \langle V_z\rangle = 0;$$

знак $\langle\cdot\rangle$ означает среднее значение; $\tau = AL\langle E\rangle^{-1/2}$, энергия пульсационного турбулентного движения

$$\langle E\rangle = \frac{\langle v_r^2\rangle + \langle v_\varphi^2\rangle + \langle v_z^2\rangle}{2},$$

L — масштаб.

* Когда плотность в центре вихря изменяется, в потоке существуют и пульсации плотности, которые следует учесть в слагаемых, описывающих работу центробежной силы при турбулентных смещениях элементов жидкости. Тогда возникают дополнительные эффекты, аналогичные наблюдаемым в среде с переменной плотностью при действии поля силы тяжести при наличии стратификации среды.

Уравнение для энергии турбулентных пульсаций имеет вид

$$\frac{\partial\langle E\rangle}{\partial t}+\langle v_r v_\varphi\rangle\left(\frac{\partial V}{\partial r}-\frac{V}{r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\langle v_r E\rangle=-\frac{a\langle E\rangle}{\tau}.$$

Второе слагаемое в круглых скобках соответствует дополнительному расходу пульсационной энергии на работу против центробежной силы.

Рассматриваются две модельные задачи. В ядре вихря $V=\Omega r$; в окружающем ядро потоке $V=\Omega r_0^2 r^{-1}$, где $\Omega=\mathrm{const}$; r_0 — радиус ядра.

Если принять справедливость широко используемого в полуэмпирической теории турбулентного переноса предположения о локальном балансе в уравнениях переноса для турбулентных напряжений и потоков (пренебрежение процессами турбулентной диффузии), то получим:

уравнения для составляющих тензора напряжений:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\langle v_z^2\rangle}{\partial t}=\frac{\alpha}{\tau}\left(\frac{2}{3}\langle E\rangle-\langle v_z^2\rangle\right)-\frac{a}{2\tau}\langle v_z^2\rangle$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\langle v_\varphi^2\rangle}{\partial t}+\langle v_\varphi v_r\rangle\left(\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{V}{r}\right)=\frac{\alpha}{\tau}\left(\frac{2}{3}\langle E\rangle-\langle v_\varphi^2\rangle\right)-\frac{a}{2\tau}\langle v_\varphi^2\rangle,$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\langle v_r^2\rangle}{\partial t}-\frac{2V}{r}\langle v_\varphi v_r\rangle=\frac{\alpha}{\tau}\left(\frac{2}{3}\langle E\rangle-\langle v_r^2\rangle\right)-\frac{a}{2\tau}\langle v_r^2\rangle,$$

$$\frac{\partial\langle v_r v_\varphi\rangle}{\partial t}+\langle v_r^2\rangle\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{V(\langle v_r^2\rangle-2\langle v_\varphi^2\rangle)}{2}=-\frac{a+2\alpha}{\tau}\langle v_\varphi v_r\rangle;$$

приближенные соотношения для турбулентных потоков:

$$\langle v_r^2\rangle\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial r}-\frac{2V}{r}\langle c' v_\varphi\rangle=-\frac{a_1+\alpha_1+\beta_1}{\tau}\langle c' v_r\rangle,$$

$$\langle v_\varphi v_r\rangle\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial r}+\langle c' v_r\rangle\left(\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{V}{\tau}\right)=-\frac{a_1+\alpha_1+\beta_1}{\tau}\langle c' v_\varphi\rangle;$$

$$\langle v_z^2\rangle\frac{\partial\langle C\rangle}{\partial z}=-\frac{a_1+\alpha_1+\beta_1}{\tau}\langle c' v_z\rangle,$$

где A, α, a, a_1, α_1, β_1 — эмпирические постоянные.

В полученных соотношениях главные направления осей тензора коэффициентов турбулентной диффузии не совпадают с направлениями осей координат. Возможность таких случаев отмечалась, например, в работах ([4], [6]).

Рассмотрим ядро вихря. Напряжение трения и отклонения интенсивностей турбулентности по разным направлениям от изотропного распределения, если они были в начальный момент времени, стремятся к нулю быстрее, чем затухает энергия пульсационного движения. Поэтому в ядре вихря имеем

$$\langle v_r^2\rangle=\langle v_z^2\rangle=\langle v_\varphi^2\rangle=\frac{2}{3}\langle E\rangle,$$

$$\langle v_\varphi v_r\rangle=0,$$

$$\langle c' v_r\rangle=-\frac{\tau\langle v_r^2\rangle\,\partial\langle C\rangle/\partial r}{(a_1+\alpha_1+\beta_1)\left[1+4(\Omega\tau)^2/(a_1+\alpha_1+\beta_1)^2\right]},$$

$$\langle c' v_z\rangle=-\frac{\tau\langle v_z^2\rangle\,\partial\langle C\rangle/\partial z}{a_1+\alpha_1+\beta_1}.$$

В уравнении переноса для энергии пульсационного движения

$$\langle v_\varphi v_r \rangle \left(\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} \right) = 0.$$

То, что напряжение трения обращается в нуль, можно было бы ожидать по аналогии со случаем ламинарного движения в ядре с постоянной завихренностью.

Вне ядра вихря величина $V/r = \Omega r_0^2/r^2$ быстро убывает, и вдали от ядра получаются обычные соотношения для описания турбулентного переноса.

Таким образом, в ядре вихря подавляется порождение энергии турбулентного движения. Одновременно возникает сильная анизотропия турбулентного переноса примеси. Это является следствием того, что величина потока $\langle c' v_\varphi \rangle$ не равна нулю. «Коэффициент турбулентности диффузии» в осевом направлении может быть значительно большим, чем в радиальном. По-видимому, указанным выше характером турбулентного переноса объясняется длительное устойчивое существование вихревых колец. Такое воздействие вращения на турбулентный перенос может иметь значение в ряде метеорологических явлений и в технике.

Московский физико-технический институт
Долгопрудный Московской обл.

Поступило
23 XII 1975

Институт проблем механики
Академии наук СССР
Москва

ЛИТЕРАТУРА

[1] *T. Maxworthy,* J. Fluid Mech., v. 64, Part 2, 227 (1974). [2] *В. Ф. Тарасов, В. И. Якушев,* Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 1 (1974); *В. Ф. Тарасов,* Автореф. канд. дисс., Новосибирск, Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1975. [3] *А. И. Борисенко, О. Н. Костиков, В. И. Чумаченко,* Сб.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения, Куйбышев, 1974, стр. 268. [4] *А. С. Монин, А. М. Яглом,* Статистическая гидромеханика, ч. 1, М., «Наука», 1967. [5] *А. Т. Онуфриев,* Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 2, 62 (1970). [6] *C. P. Donaldson,* AIAA J., v. 10, № 1 (1972); пер. Ракетная техника и космонавтика, т. 10, № 1, 4 (1972).