



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Жуков, К. А. Калабушев, Величина эффекта
Бёрша в трехэлектродных электронных пушках,
ЖТФ, 1984, том 54, выпуск 11, 2279–2283

<https://www.mathnet.ru/jtf2073>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.85

18 мая 2025 г., 20:30:13



- [5] Иванов А. А., Путьинская Н. С. Неустойчивость Пирса в системе с ограниченными размерами. — ЖТФ, 1975, т. 45, № 8, с. 1648—1655. Мосиук А. Н., Мухтаров М. А. О колебательной неустойчивости Пирса. — Физика плазмы, 1984, т. 10, № 4, с. 878—880.
- [6] Haefl V. On the origin of solar radio noise. — Phys. Rev., 1949, v. 75, № 10, p. 1546—1551.

Институт физики АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
28 декабря 1983 г.
В окончательной редакции
3 апреля 1984 г.

УДК 621.382.002 · 537.533.35

Журнал технической физики, т. 54, в. 11, 1984

ВЕЛИЧИНА ЭФФЕКТА БЁРША В ТРЕХЭЛЕКТРОДНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУШКАХ

В. А. Жуков, К. А. Калабушев

Ранее нами [1] была получена формула для энергетического уширения пучка электронов (в направлении оси пучка) за счет электрон-электронных столкновений в поле иммерсионной электростатической линзы. Для этих линз характерны две особенности: 1) конечная

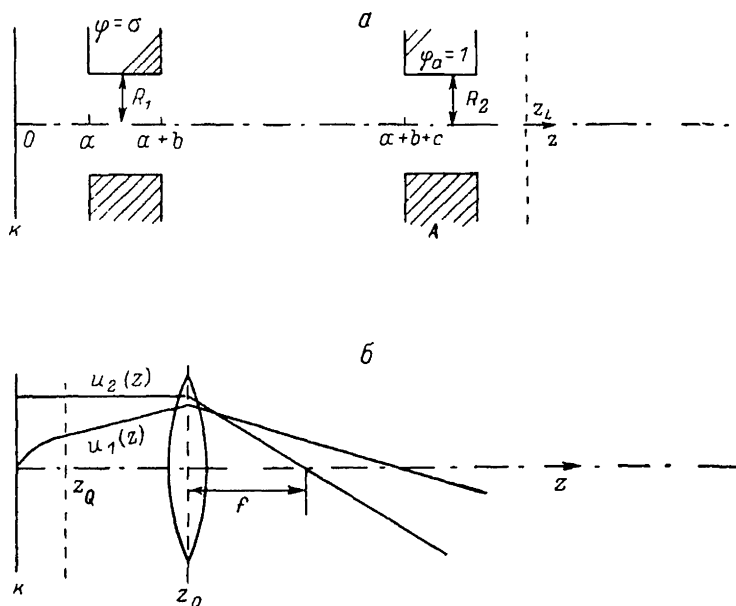


Рис. 1. Схематические изображения трехэлектродной электронной пушки (а) и линзы, эквивалентной трехэлектродной электронной пушке (б).

$a = a + b$, $\beta = a + b + c$. a — расстояние от катода до первого электрода, b — толщина первого электрода. c — расстояние между первым и вторым электродами, R_1 и R_2 — радиусы первой и второй диафрагм, σ — потенциал первого электрода; б. $0 \leq z \leq z_q$ — область действия однородного поля, z_0 — плоскость установки линзы, f — фокусное расстояние линзы.

энергия электрона после прохождения области поля много больше тепловой, 2) углы вылета электронов с поверхности катода могут достигать значений $\pi/2$ за счет тепловых скоростей, так что их нельзя считать малыми.

Полученная формула имеет вид

$$(\delta E)^2 = (kT)^2 + \frac{e^3 L_K \sqrt{m}}{\sqrt{kT}} j_0 \pi \sqrt{\pi} \int_0^{z_K} \frac{dz}{\sqrt{u_2(z)^2 + (4/a^2 E_1) u_1(z)^2}}. \quad (1)$$

Здесь kT — тепловое начальное уширение; δE — дисперсия функции распределения пучка электронов по энергии в направлении оси пучка, усредненная по поперечным координатам;

L_K — кулоновский логарифм, $L_K = \ln(r_D m v^2 / 2 l^2)$; r_D — дебаевский радиус, $r_D = (kT^* / 4 \pi l^2 n)^{1/2}$ [2]; n — концентрация электронов; m — масса электрона; e — абсолютная величина заряда электрона; j_0 — плотность тока в центре катода; z_K — плоскость, в которой рассчитывается энергетическое уширение; a — радиус катода; $u_1(z)$ и $u_2(z)$ — фундаментальные решения параксимального уравнения движения электрона

$$2\Phi(z) u''(z) + \Phi'(z) u'(z) + 1/2 \cdot \Phi''(z) u(z) = 0. \quad (2)$$

Поскольку $\Phi(z) = |e\varphi(z)|/kT$, $\varphi(z)$ — электростатический потенциал на оси системы $E_1 = \Phi'(0)$, то принимается $\Phi(0) = 0$. Так как $\Phi(0) = 0$, то $u_1(z) \sim \sqrt{z}$, $u_2(z) \sim 1$.

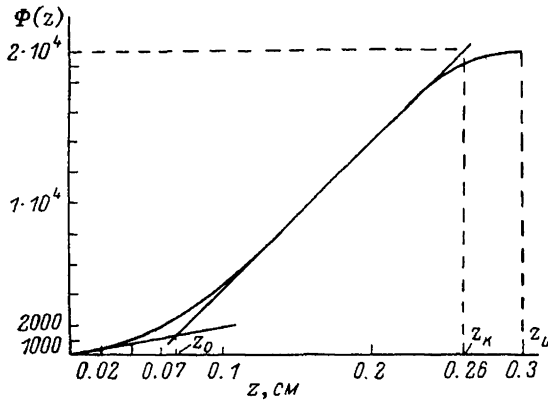


Рис. 2. Зависимость осевого потенциала от расстояния от катода вдоль оси системы, рассчитанной по формуле (3).

$z_0 \approx 0.07$ см и $z_K = 0.26$ см — плоскости скачков напряженности поля в модели пушки с тремя областями однородного поля; z_L — плоскость, в которой рассчитывается энергетическое уширение.

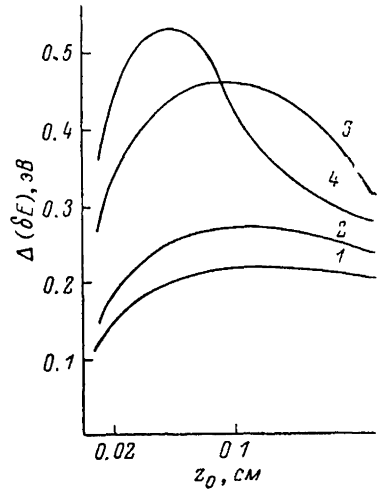


Рис. 3. Зависимости энергетического уширения от местоположения плоскости первой диафрагмы в модели электронной пушки с тремя областями однородного поля.

1 — $E_1 = 5 \cdot 10^3$, 2 — 10^4 , 3 — $5 \cdot 10^4$, 4 — 10^5 1/см. $z_L = 0.3$ см, $a = 50$ мкм, $\Phi_K = 10^4$, $j = 1$ А/см², $z_K = 0.2$ см.

Известно [3, с.360], что хорошая аппроксимация электростатического потенциала в трехэлектродной электронной пушке дается формулой (обозначения — на рис. 1, а)

$$\begin{aligned} \varphi(z) = & \frac{\sigma}{4\pi\epsilon} \left[(z+a) \operatorname{arctg} \left(\frac{z+a}{R_1} \right) - (z-a) \operatorname{arctg} \left(\frac{z-a}{R_1} \right) \right] + \\ & + \frac{1-\sigma}{4\pi\epsilon} \left[(z+\beta) \operatorname{arctg} \left(\frac{z+\beta}{R_2} \right) - (z-\beta) \operatorname{arctg} \left(\frac{z-\beta}{R_2} \right) - (z+a) \operatorname{arctg} \left(\frac{z+a}{R_1} \right) + \right. \\ & \left. + (z-a) \operatorname{arctg} \left(\frac{z-a}{R_1} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь принято единичное значение потенциала на аноде.

На рис. 2 показан график функции $\Phi(z)$, соответствующий ускоряющему напряжению на аноде 20 кэВ. Видно, что это распределение потенциала хорошо аппроксимируется кусочно-линейной функцией

$$\Phi(z) = \begin{cases} E_1 z, & 0 \leq z \leq z_0, \\ E_1 z_0 + E_2 (z - z_0), & z_0 \leq z \leq z_K, \\ E_1 z_0 + E_2 (z_K - z_0), & z_K \leq z \leq z_L. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь z_0 , z_K — плоскости, в которых скачком меняются значения напряженностей; z_L — плоскость, в которой рассчитывается энергетическое уширение. Условия «сшивания»

фундаментальных решений в плоскостях z_* скачков напряженностей имеют вид (знаком «+» отмечены величины справа от плоскости скачка, а знаком «-» слева)

$$u_- = u_+, \\ u'_+ - u'_- = -\frac{1}{4} \left(\frac{E_+}{E_-} - 1 \right) \frac{u(z_*)}{z_*}. \quad (5)$$

Интеграл I в формуле (1) для этой модели берется аналитически

$$I = \frac{a^2 E_1}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{4z_0}{a^2 E_1}} - 1 \right] + \frac{2}{\sqrt{D}} \left[\sqrt{t^2 - \frac{H}{D} t + \frac{G}{D}} + \right. \\ \left. + \frac{H}{2D} \ln \left| 2 \sqrt{t^2 - \frac{H}{D} t + \frac{G}{D}} + 2t - \frac{H}{D} \right| \right] \Big|_{\sqrt{\delta z_0}}^{\sqrt{z_K - z_0(1-\delta)}} + \\ + \frac{1}{\sqrt{U}} \ln | 2 \sqrt{U} \sqrt{U z^2 + W z + Q} + 2U z + Q | \Big|_{z_K}^{z_L}, \quad (6)$$

где

$$\delta = \frac{E_1}{E_2}, \quad D = \frac{1}{\delta} \left[\frac{(1-3\delta)^2}{a^2 E_1} + \frac{(1-\delta)^2}{4z_0} \right], \quad G = \frac{9z_0}{a^2 E_1} (1-\delta)^2 + \frac{(3-\delta)^2}{4}, \\ H = \frac{1-\delta}{\sqrt{\delta}} \left[\frac{6\sqrt{z_0}}{a^2 E_1} (1-3\delta) + \frac{3-\delta}{2\sqrt{z_0}} \right], \quad U = \left(C_3^2 + \frac{4C_1^2}{a^2 E_1} \right), \quad W = 2 \left(C_4 C_3 + \right. \\ \left. + \frac{4C_1 C_2}{a^2 E_1} \right), \quad Q = \left(C_4^2 + \frac{4C_2^2}{a^2 E_1} \right), \quad C_1 = -\frac{\sqrt{\delta}}{4} \left(\frac{1}{\delta} - 3 \right) \left[\frac{1}{A_K} + \frac{A_K}{2z_K} \right] + \frac{3\sqrt{z_0}}{8z_K} (1-\delta), \\ C_2 = -\frac{\sqrt{\delta}}{2} \left(\frac{1}{\delta} - 3 \right) A_K + \frac{3}{2} \sqrt{z_0} (1-\delta) - C_{1z_K}, \quad C_3 = -\frac{\sqrt{\delta}}{4\sqrt{z_0}} \left(\frac{1}{\delta} - 1 \right) \left[\frac{1}{A_K} + \frac{A_K}{2z_K} \right] + \\ + \frac{3-\delta}{8z_K}, \quad C_4 = -\frac{\sqrt{\delta}}{2\sqrt{z_0}} \left(\frac{1}{\delta} - 1 \right) A_K + \frac{3-\delta}{2} - C_{3z_K}, \quad A_K = \sqrt{z_K - z_0(1-\delta)}.$$

Если расстояния измерить в см, j_0 — в А/см², то при $kT = 0.2$ эВ из формулы (1) получим для $\Delta(\delta E)^2$ в эВ²

$$\Delta(\delta E)^2 = 0.385 j_0 I. \quad (7)$$

На рис. 3 приведены зависимости энергетического уширения от плоскости установки первого электрода. Видно, что с ростом E_1 значения энергетического уширения имеют тенденцию к увеличению. Характерной особенностью графиков при указанных значениях напряженностей является существование максимумов. Появление их объясняется тем, что рост z_0 противоречивым образом влияет на траектории электронов: с одной стороны, величина $u(z_0)/z_0$ в формуле (5) с ростом z_0 уменьшается, что делает траектории более пологими и увеличивает область взаимодействия электронов; с другой стороны, рост z_0 приводит при $E_1 = \text{const}$ к росту E_2 , а тогда величина $(E_+/E_- = 1)$ в формуле (5) растет, т. е. растет крутизна траекторий электронов, а следовательно, уменьшается область эффективного взаимодействия. В области малых z_0 относительно велика роль первого фактора, в области больших z_0 — второго.

Зависимость значения энергетического уширения от расстояния плоскости z_L , в которой рассчитывается уширение до пушки (значения остальных параметров: $E_1 = 10^4$ 1/см, $a = 50$ мкм, $\Phi_K = 10^6$, $z_K = 0.2$; остаются без изменений $z_0 = 0.01$ см, $j_0 = 1$ А/см²), следующая:

z_L , см	0.3	0.6	1.0	4.0	2.00
δE , эВ	0.15	0.17	0.18	0.20	0.22

Относительное приращение по сравнению со значением при $z_K = 0.3$ составляет 50%. Это говорит о том, что траектории электронов после выхода из пушки таковы, что электроны все еще довольно эффективно взаимодействуют, и поэтому положение плоскости, после которой электроны попадают в область действия поля следующей линзы, существенно.

Воспользуемся теперь методом Глазера [4, с. 306], который позволяет с другой стороны подойти к нахождению энергетического уширения в электронно-оптической системе со слож-

вым распределением поля. По его методу действие сложного поля на электроны заменяется действием эквивалентной тонкой линзы, траектории электронов считаются прямыми линиями везде, кроме плоскости тонкой линзы, где выполняются обычные законы преломления, в небольшой области непосредственно вблизи катода, где поле считается однородным. Параметры эквивалентной линзы подбираются так, чтобы она формировала пучок, как можно более близкий к исходному (рис. 1, б).

Итак, согласно этому методу, фундаментальные решения имеют вид

$$u_1(z) = \sqrt{z}, \quad u_2(z) = \bar{1}$$

при $0 \leq z \leq l_0$,

$$u_1(z) = k_1 z + b_1,$$

$$u_2(z) = 1, \quad k_1 = \frac{1}{2\sqrt{z_0}}, \quad b_1 = \frac{\sqrt{z_0}}{2}, \quad z_0 \leq z \leq z_0,$$

$$u_1(z) = -k_2 z + b_2,$$

$$u_2(z) = -k_3 z + b_3, \quad k_2 = \frac{z_0 + z_0 - f}{f \cdot 2\sqrt{z_0}}, \quad k_3 = \frac{1}{f},$$

$$b_2 = \left[\frac{z_0(z_0 + z_0 - f)}{f} + z_0 + z_0 \right] \left(\frac{1}{2\sqrt{z_0}} \right), \quad b_3 = 1 + \frac{z_0}{f}, \quad z_0 \leq z. \quad (8)$$

Тогда интеграл I в формуле (1) оказывается равным

$$\begin{aligned} I = & \frac{a^2 E_1}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{4z_0}{a^2 E_1}} - 1 \right] + \left[1 + \frac{4k_1^2}{a^2 E_1} \right]^{-1/2} \ln \left| 2 \left(1 + \frac{4k_1^2}{a^2 E_1} \right)^{1/2} \left[\left(1 - \frac{4k_1^2}{a^2 E_1} \right) z^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{4}{a^2 E_1} \cdot 2k_1 b_1 z + \frac{4b_1^2}{a^2 E_1} \right]^{1/2} + 2 \left(1 + \frac{4k_1^2}{a^2 E_1} \right) z + \frac{8k_1 b_1}{a^2 E_1} \right| \Big|_{z_0} + \\ & + \left(k_3^2 + \frac{4k_3^2}{a^2 E_1} \right)^{-1/2} \ln \left| 2 \left(k_3^2 + \frac{4k_3^2}{a^2 E_1} \right)^{1/2} \left[\left(k_3^2 + \frac{4k_3^2}{a^2 E_1} \right) z^2 - 2 \left(k_3 b_3 + \frac{4}{a^2 E_1} k_2 b_2 \right) z + \right. \right. \\ & \left. \left. + b_3^2 + \frac{4b_3^2}{a^2 E_1} \right]^{1/2} + 2 \left(k_3^2 + \frac{4k_3^2}{a^2 E_1} \right) z - 2 \left(k_3 b_3 + \frac{4}{a^2 E_1} k_2 b_2 \right) \right| \Big|_{z_0}^{z_K}. \quad (9) \end{aligned}$$

Сопоставим значения уширений, полученных по этим двум моделям для эквивалентных значений параметров. Для первой модели $a=50$ мкм, $\Phi_K=10^5$, $E_1=9 \cdot 10^4$, $z_0=0.07$ см, $z_K=0.26$ см, $z_L=0.8$ см. Тогда $\delta=0.18$, корень второго фундаментального решения $u_2(z_*)=0$ равен $z_*=0.21$ см. Для второй модели $z_0=0.03$ см, $z_0=0.07$ см, $f \approx 0.14$, $z_K=0.8$ см, $a=50$ мкм, $E_1=9 \cdot 10^4$ 1/см. Для первой модели энергетическое уширение оказывается равным $\delta E=0.64$, для второй модели $\delta E=0.53$ эВ. Таким образом, расхождение составляет 18%.

Примем вторую модель для оценки энергетических уширений (в эВ) в длиннофокусных и короткофокусных линзах. В таблице приведены эти данные при значениях остальных параметров $a=50$ мкм, $E_1=10^5$, $z_0=0.03$ см, $z_K=20$ см. Из таблицы можно сделать вывод, что короткофокусные линзы дают значения энергетических уширений, примерно на 30% меньшие, чем длиннофокусные. Качественно этот результат можно объяснить тем, что, в то время как в длиннофокусных линзах все электроны имеют пологие траектории и большую область взаимодействия, в короткофокусных при $f > z_0 + z_0$ часть электронов, имеющая траектории по типу второго фундаментального решения u_2 , имеет большой наклон к оси и потому малую область взаимодействия, а при $f < z_0 + z_0$ даже электроны, имеющие траектории по типу первого фундаментального решения, сходятся к оси и тем круче, чем меньше фокус линзы,

f, см	z ₀ , см					
	0.04	0.06	0.08	0.10	0.15	0.20
10	0.74	0.75	0.76	0.77	0.78	0.78
5	0.74	0.76	0.76	0.77	0.78	0.79
2	0.75	0.76	0.77	0.77	0.78	0.79
0.5	0.75	0.76	0.77	0.77	0.79	0.80
0.1	0.60	0.63	0.65	0.69	0.71	0.66
0.05	0.57	0.53	0.51	0.51	0.51	0.52

и поэтому область существенного взаимодействия уменьшается и для этих электронов. Также из таблицы видно, что для длиннофокусных линз в довольно широком диапазоне фокусов значения энергетических уширений примерно одинаковы.

По формуле (1) для потенциала вида (3) проведен численный расчет. Параметры имеют следующие значения: $a=0.03$ см, $a=0.03$ см, $c=0.2$ см, $\sigma=0$, $\Phi_K=1 \cdot 10^5$, $E_1=9 \cdot 10^4$ 1/см, $R_1=0.06$ см, $R_2=0.03$ см. Энергетическое уширение при $z_L=1.76$ см оказалось в этом случае равным $\Delta(\delta E)=0.93$ эВ. Разница между этим значением и значением, полученным по первой модели, где $\Delta(\delta E)=0.78$ эВ, оказалась равной 18%.

По результатам работы с кусочно-линейной аппроксимацией поля можно сделать следующие выводы.

1. Предложенные модели позволяют с хорошей точностью рассчитывать энергетические уширения в электронных пушках по простым аналитическим формулам.

2. Короткофокусные пушки с $f \sim 0.05$ см дают энергетические уширения примерно на 30% меньше, чем длиннофокусные линзы с $f \sim 1-10$ см.

3. При расчете энергетического уширения в электронно-оптической системе какой-либо установки оказалось существенным расстояние между электронной пушкой и остальными линзами установки.

Литература

- [1] Жуков В. А., Калабушев К. А. Эффект Бёрша и разрешение в электронно-оптических системах. — ЖТФ, 1983, т. 53, в. 5, с. 906—912.
- [2] Дэвидсон Р. Electrostatic Shielding of Test Charge in Nonneutral Plasma. — J. Plasma Phys., 1971, в. 6, р. 229—235.
- [3] Greve. Electron Optic. Pergamon Press, 1965.
- [4] Глазев В. Основы электронной оптики. М., 1957.

Поступило в Редакцию
1 декабря 1983 г.

УДК 533.6.011.72

Журнал технической физики, т. 54, в. 11, 1984

УДАРНЫЕ ВОЛНЫ ОТ ПРОТЯЖЕННЫХ СВЕТОВЫХ РАЗРЯДОВ В ВОЗДУХЕ

В. М. Манзон

Увеличение длительности гигапикосекундного лазерного импульса до 5—10 нс [1, 2] позволило значительно увеличить протяженность непрерывных световых разрядов в газах [3, 4] при неизменной вложенной энергии.

Получены разряды длиной до 20 см, распространяющиеся навстречу лазерному лучу (со скоростью $1.5 \div 2 \cdot 10^6$ см/с) [4] либо по лучу (со скоростью $2 \div 5 \cdot 10^6$ см/с) [3], и предложено использовать их для создания каналов пониженной плотности в газах.

В настоящей работе методом теневой фотографии исследованы ударные волны от протяженных световых разрядов в атмосферном воздухе. Это позволило оценить долю лазерной энергии, переходящей в ударную волну, а также максимальные диаметры разреженных каналов.

Обнаруженное отличие формы ударной волны при распространении разряда по лучу от ее формы при распространении разряда навстречу лучу объяснено значительной подфокусировкой луча в канале разряда в первом случае.

1. Экспериментальная установка

Схема эксперимента приведена на рис. 1, а, б. Излучение неодимового лазера¹ 1 на базе ГОС 1001, состоящего из каскада генератора и каскада усилителя и дающего импульсы с энергией ≈ 100 Дж и длительностью 5—10 нс, фокусировалось при помощи линзы 2 с фокусным расстоянием 75 см либо на поверхность металлического тела 4 в воздухе (рис. 1, а) (при этом создавался инициированный на поверхности световой разряд 3, распространяющийся навстречу лучу), либо через вакуумную камеру 5 на тонкую лавсановую пленку 6, содержащую перепад давления (рис. 1, б) (при этом разряд распространялся от фокуса по лучу). Диагностика объектов осуществлялась параллельным световым пучком 7.

¹ Подробное описание лазера приведено в [5, 6].