

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

L. M. Biberman, A. N. Lagar'kov, О вычислении коэффициента лучистой теплопроводности при наличии молекулярного спектра,
TVT, 1967, Volume 5, Issue 5, 924–926

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt6394>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.82

May 13, 2025, 06:22:23



КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 535.2.533.932.536.2022

**О ВЫЧИСЛЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ЛУЧИСТОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
ПРИ НАЛИЧИИ МОЛЕКУЛЯРНОГО СПЕКТРА**

Л. М. Виберман, А. Н. Лагарьков

В некоторых условиях процесс переноса излучения может быть рассмотрен в рамках теории теплопроводности. Основная трудность при этом сводится к вычислению среднего свободного пробега излучения — так называемого росселандова среднего, — которое определяет величину коэффициента лучистой теплопроводности.

Как известно, средний свободный пробег излучения определяется выражением

$$\bar{l} = \int_0^{\infty} \frac{1}{K_{\nu}(1 - e^{-h\nu/kT})} \frac{d\varepsilon_{\nu}}{dT} d\nu \left(\int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon_{\nu}}{dT} d\nu \right)^{-1}, \quad (1)$$

где K_{ν} — суммарный коэффициент поглощения; ε_{ν} — спектральная плотность распространяющегося излучения; T — температура; ν — частота.

Ранее мы показали [1], что при вычислении \bar{l} согласно (1) необходимо принимать во внимание не только коэффициент поглощения в непрерывном спектре, но и учитывать наличие спектральных линий. Там же было показано, что при наличии молекулярного спектра поглощения необходимо учитывать вращательную структуру полос. Замена истинного коэффициента поглощения в молекулярном спектре на коэффициент поглощения, усредненный по вращательной структуре, может привести к весьма значительной ошибке. В [1] был предложен метод вычисления среднего свободного пробега излучения в том случае, когда на непрерывный фон налагается молекулярная полоса. При этом реальная молекулярная полоса заменялась моделью Эльзассера [2].

Замена реальной молекулярной полосы равноотстоящими дисперсионными линиями одинаковой интенсивности (моделью Эльзассера) может вызвать некоторое сомнение. В настоящем сообщении предлагается метод вычисления росселандова среднего, в котором молекулярные полосы рассматриваются в рамках статистической модели [3]. Статистическая модель физически более обоснована, чем модель Эльзассера, и с успехом применялась ранее для расчета функции пропускания в молекулярном спектре [4].

Для облегчения вычисления росселандова среднего устанавливается связь между величиной пропускания и росселандовым средним, справедливая для любой модели молекулярных полос, налагающихся друг на друга и на фон.

Пусть на спектральном интервале D величины $d\varepsilon_{\nu}/dT$ и k_{ν} — коэффициент поглощения в непрерывном спектре слабо меняются с частотой. Пусть κ_{ν} — коэффициент поглощения в молекулярном спектре. Тогда

$$\bar{l} = \sum_i \frac{d\varepsilon_{\nu_i}}{dT} \frac{1}{1 - e^{-\frac{h\nu_i}{kT}}} \int_{D_i} \frac{1}{k_{\nu} + \kappa_{\nu}} d\nu \left(\int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon_{\nu}}{dT} d\nu \right)^{-1}. \quad (2)$$

Обозначим

$$\frac{1}{D} \int_D \frac{1}{k_{\nu} + \kappa_{\nu}} d\nu = \left(\frac{1}{k_{\nu} + \kappa_{\nu}} \right)_{cp} \quad (3)$$

Вычисление росселандова среднего на заданном интервале сводится к расчету $(1/k_{\nu} + \kappa_{\nu})_{cp}$. Легко убедиться, что

$$\int_D \frac{d\nu}{k_{\nu} + \kappa_{\nu}} = \int_0^{\infty} e^{-k_{\nu}x} \int_D e^{-\kappa_{\nu}x} d\nu dx = \int_0^{\infty} \Pi(x, D) dx, \quad (4)$$

где $\Pi(x, D)$ — пропускание слоя толщиной x в спектральном интервале D . Очевид-

ная связь между средним свободным пробегом фотона и пропусканием, определенная (4), естественно, не зависит от структуры коэффициента поглощения на заданном интервале. Воспользуемся выражением для пропускания, которое дается случайной моделью [4]. Тогда

$$\left(\frac{1}{k_v + \bar{\kappa}_v} \right)_{\text{ср.}} = \int_0^{\infty} \exp \left[-k_v x - \frac{\bar{W}(x, S, a)}{d} \right] dx, \quad (5)$$

$$\bar{W}(x, S, a) = \int_0^{\infty} W(x, S', a) P(S') dS', \quad (6)$$

где $W(x, S, a)$ — эквивалентная ширина одной линии; S — общая интенсивность одной линии; a — полуширина линии; $P(S)$ — вероятность того, что линия имеет интенсивность в интервале $S \div (S + dS)$; d — среднее расстояние между линиями. Выражение (5) получено в предположении, что число линий на интервале D достаточно велико.

Рассмотрим случай, когда вращательные линии имеют лорентцевскую форму. Будем считать, что $P(S') = \delta(S' - S)$. Тогда, учитывая явный вид $\bar{W}(x, S, a)$ для лорентцевской формы линии, интеграцию по x в (5) можно выполнить приближенно (но с достаточно высокой точностью), используя имеющиеся в [4] выражения для $\bar{W}(x, S, a)$. Окончательный результат удобно представить в виде поправки или к расчету, выполненному без учета молекулярной структуры, или к расчету без учета наличия молекулярного слагаемого

$$\left(\frac{1}{k_v + \bar{\kappa}_v} \right)_{\text{ср.}} = \frac{1}{(k_v + \bar{\kappa}_v)} Q_v = \frac{1}{k_v} P_v, \quad (7)$$

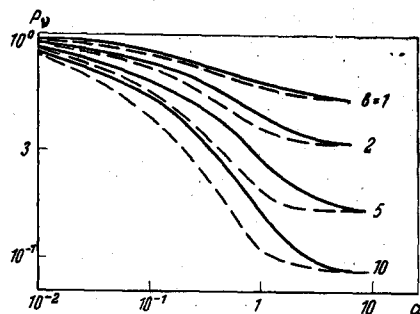
где $\bar{\kappa}_v$ — коэффициент поглощения в молекулярном спектре, усредненный по интервалу D ($\bar{\kappa}_v = S/d$);

$$P_v = (1+b)^{-1} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{a}{2} \left(1 + \frac{1}{b} \right) \right] \right\} + \exp \left[-a \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2b} \right) \right] - \left(\frac{ab}{2} \right)^{1/2} \exp \left[\frac{ab}{2\pi} \right] \left\{ 1 - \Phi \left[\left(\frac{ab}{2\pi} \right)^{1/2} + \left(\frac{a}{2b} \right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (8)$$

где $a = 2\pi a/d$, $b = \bar{\kappa}_v/k_v$; $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ — интеграл вероятности. Рассмотрим

предельные случаи. Пусть $a \rightarrow 0$, тогда $Q_v \rightarrow 1 + (\bar{\kappa}_v/k_v)$. В этом случае поправка Q_v достигает наибольшего значения и может быть сколь угодно велика. В этом же случае $P_v \rightarrow 1$, т. е. расчет Росселандова среднего можно вести без учета молекулярных полос, хотя их вклад в средний коэффициент поглощения может быть значителен. Если линии достаточно сильно перекрыты $a \gg 1$ (практически достаточно $a > 3$), то $Q_v \approx 1$, а $P_v = k_v/k_v + \bar{\kappa}_v$, т. е. структуру полос можно не учитывать. Если фон отсутствует, то предельный переход дает

$$Q_v = 1 - \exp \left(-\frac{a}{2} \right) + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp \left(-\frac{a}{\sqrt{2\pi}} \right) + \frac{\pi}{a} \exp \left(-\frac{a}{\sqrt{2\pi}} \right). \quad (9)$$



Зависимость безразмерной величины P_v от a при различных значениях b

В [5] дано неравенство, позволяющее оценить снизу величину $(1/k_v + \bar{\kappa}_v)_{\text{ср.}}$

$$\left(\frac{1}{k_v + \bar{\kappa}_v} \right)_{\text{ср.}} \geq \frac{1}{k_v + \bar{\kappa}_v}. \quad (10)$$

Из (8) и (9) следует, что в реальных физических условиях, соответствующих $a < 1$, истинное значение $(1/k_v + \bar{\kappa}_v)_{\text{ср.}}$ может на порядки величины превосходить предельное нижнее значение.

На рисунке приведены кривые, характеризующие величину P_v , рассчитанную с помощью (8). Там же для сравнения штриховыми линиями нанесены кривые для величины P_v , полученной в [1] с использованием модели Эльзассера. Видно, что статистическая модель при вычислении $(1/k_v + \kappa_v)_{cp}$ дает значения, несколько больше, чем модель Эльзассера, поскольку при неизменном среднем в данном интервале расстояний между линиями d статистическая модель предполагает наличие разрежения линий в одном месте и сгущения в другом.

Как и в [4], результат будет слабо чувствителен к выбору зависимости $P(S')$. Так, например, выбор зависимости $P(S')$ в виде $P(S') = S^{-1} \exp(-S'/S)$ не приведет к заметному отличию от случая $P(S') = \delta(S' - S)$.

В заключение отметим, что когда контур вращательной линии определяется комбинацией ударного уширения и доплер-эффекта, выражение (5) оказывается очень удобным, поскольку позволяет найти $(1/k_v + \kappa_v)_{cp}$ путем несложного численного интегрирования.

Институт высоких температур
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
1 XI 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Биберман, А. Н. Лагарьков. Оптика и спектроскопия, 16, 320, 1964.
2. W. M. Elsasser. Harvard Meteorol. Stud., 6, 46, 1942.
3. R. M. Goody. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 78, 165, 1952.
4. G. N. Plass. J. Opt. Soc. America, 48, 690, 1958.
5. D. R. Churchill, B. H. Armstrong, R. R. Johnston, K. G. Miiller. JQSRT, 6, 374, 1966.

УДК 536.23+661.718.5

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ АЛКИЛ-(АРИЛ)-ХЛОРСИЛАНОВ

Д. Л. Тимрот, В. Н. Простов, В. Е. Люстерник

Алкил-(арил)-хлорсиланы служат основным продуктом для получения полимерных кремнийорганических соединений, которые находят большое применение в промышленности и новой технике. Поиски оптимальных условий получения и обработки алкил-(арил)-хлорсиланов требуют изучения их теплофизических свойств. С этой целью и была проведена работа по определению коэффициентов теплопроводности указанных соединений.

Для исследования был выбран метод нагретой нити, достаточно полно описанный в работах [1—3]. Измерительная трубка сделана из молибденового стекла. Платиновая нить ($d = 0,1$ мм) растягивается вольфрамовой пружиной между двумя платиновыми дужками ($d = 0,5$ мм), впаянными в стекло. Путем сгибания этих дужек можно достаточно просто отцентрировать нить в капилляре.

Внутренний диаметр измерительной трубки — 2,31 мм, а наружный — 4 мм. Измерительный участок имеет длину 101,37 мм. На внешней поверхности измерительного капилляра намотан платиновый термометр сопротивления ($d = 0,05$ мм). Измерительная трубка помещена в термостат, которым служит медный блок длиной 300 мм с внутренним диаметром 35 мм и наружным 55 мм.

С помощью двухсекционного нагревателя создается равномерное температурное поле по всей длине измерительной трубки. В опытах оно проверялось подвижной медь-константановой термопарой. Разность температур между верхом и низом измерительной трубки при всех режимах термостата не превышала $0,2^\circ\text{C}$. Измерительная трубка была соединена с ампулой, в которой находилось исследуемое вещество в жидком виде. Давление перегретого пара исследуемого вещества равнялось давлению его насыщенного пара в ампуле. Температура насыщения, соответствующая этому давлению, поддерживалась постоянной при помощи термостата, в котором находилась ампула с исследуемым веществом. Температура ампулы измерялась медь-константановой термопарой с точностью $0,5^\circ\text{C}$. Чтобы исключить конденсацию вещества в соединительных трубках, они поддерживались при температуре, превышающей температуру ампулы, с помощью специальных нагревателей. Эта температура контролировалась хромель-алюмелевыми термопарами. Давление в системе во время опыта поддерживалось для большинства веществ близким к атмосферному. Исключение составляли некоторые вещества, разлагающиеся при температурах, лежащих ниже нормальной температуры кипения. Но и для таких веществ давление опыта было не ниже 100—150 мм рт. ст. Скачок температуры на границе газ — твердое тело