



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Е. Троцкий, Решение кинетического уравнения и уравнений квазидиффузии по согласованным разностным схемам,
Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1966,
том 6, дополнение к № 4, 177–185

<https://www.mathnet.ru/zvmmf9505>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.87

14 мая 2025 г., 10:34:56



УДК 517.9:533.9

**РЕШЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ
И УРАВНЕНИЙ КВАЗИДИФФУЗИИ ПО СОГЛАСОВАННЫМ
РАЗНОСТНЫМ СХЕМАМ *)**

В. Е. ТРОЩИЕВ

(Москва)

Введение

Квазидиффузионный метод решения кинетического уравнения был предложен в работе [1], где доказана эквивалентность квазидиффузионной системы и кинетического уравнения.

Эти же уравнения, рассматриваемые в конечноразностной форме, как правило, не являются эквивалентными, т. е. их решения, определяемые уже на сетке, не обязательно совпадают.

Однако для решения этих уравнений, как стационарных, так и не стационарных, представляют большой интерес такие конечноразностные схемы, которые обеспечивали бы тождественное совпадение обоих приближенных решений. Такие разностные схемы для решения кинетического уравнения и уравнений квазидиффузии мы называем согласованными (полное определение этих схем дается в § 2). В этом случае применение уравнений квазидиффузии можно также трактовать как метод ускорения сходимости итерации решения исходного конечноразностного кинетического уравнения.

В данной работе построено некоторое однопараметрическое семейство разностных схем, удовлетворяющих требованию согласованности.

Рассмотрение ведется для случая одногрупповой сферически-симметричной стационарной задачи в приближении изотропного рассеяния.

В заключение (§ 3) указываются возможные обобщения и приводятся примеры численных расчетов по одному из вариантов этих схем.

§ 1. Конечноразностные аппроксимации кинетического уравнения

Рассмотрим стационарное кинетическое уравнение для сферически-симметричной геометрии:

$$\frac{\partial}{r^2 \partial r} (r^2 \mu N) + \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{1 - \mu^2}{r} N \right) + \sigma N = \frac{\sigma(1+f)}{2} n^{(0)} + \frac{1}{2} Q,$$

$$0 \leq r \leq R, \quad -1 \leq \mu \leq +1, \quad N = N(r, \mu), \quad (1.1)$$

$$n^{(0)} = n^{(0)}(r) = \int_{-1}^{+1} N(r, \mu) d\mu;$$

$Q = Q(r)$ — заданный источник нейтронов, а σ, f — постоянные числа.

*) Содержание данной статьи было доложено на Всесоюзной конференции по вычислительной математике, состоявшейся 22—26 января 1965 г. в Москве.

Граничное условие:

$$N(R, \mu) = 0 \text{ для } -1 \leq \mu \leq 0. \quad (1.2)$$

Подробную постановку задачи (1.1), (1.2) можно найти в [2], [3].

Разобьем область изменения переменных r и μ на ряд ячеек, ограниченных координатными линиями: $r = r_p$, $\mu = \mu_q$, где $|p = 0, 1, \dots, \hat{p}$ и $q = 0, 1, \dots, \hat{q}$. При этом предполагается, что $r = 0$, $r = R$, $\mu = -1$, $\mu = 0$ и $\mu = +1$ входят в число координатных линий, образующих сетку задачи.

Обозначим через $D_{p,q}$ ячейку, ограниченную линиями $r = r_{p-1}$, $r = r_p$ и $\mu = \mu_{q-1}$, $\mu = \mu_q$, а через $\Gamma_{p,q}$ — контур этой ячейки.

Умножим уравнение (1.1) на $r^2 dr d\mu$ и проинтегрируем по каждой из ячеек $D_{p,q}$.

Переходя к контурному интегралу, получим

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_{p,q}} (-r^2 \mu N d\mu + r(1 - \mu^2) N dr) + \sigma \iint_{D_{p,q}} N r^2 dr d\mu = \\ = \frac{\sigma(1+f)}{2} \iint_{D_{p,q}} n^{(0)} r^2 dr d\mu + \frac{1}{2} \iint_{D_{p,q}} Q r^2 dr d\mu, \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$p = 1, 2, \dots, \hat{p}, \quad q = 1, 2, \dots, \hat{q}.$$

Система равенств (1.3) играет главную роль при получении конечноразностных аппроксимаций уравнения (1.1) и всегда обеспечивает выполнение баланса нейтронов. Характер аппроксимации определяется выбором квадратурных формул, по которым вычисляются соответствующие контурные и плоские интегралы в (1.3).

Так, например, если в (1.3) вычислять искомую функцию $N(r, \mu)$ в вершинах четырехугольников $D_{p,q}$ и предполагать при вычислении контурных интегралов, что эта функция линейна на всех четырех отрезках $\Gamma_{p,q}$, а при вычислении плоских интегралов предполагать, что функция $N(r, \mu)$ постоянна внутри $D_{p,q}$ и равна среднему значению от своих значений в узлах, мы легко получим формулы S_n -метода Карлсона (см. [4]).

Так как нас интересуют аппроксимации, удовлетворяющие некоторым специальным требованиям, дающим возможность эффективно использовать уравнения квазидиффузии, то мы выберем следующие квадратурные формулы для вычисления интегралов, встречающихся в (1.3):

$$\int_{\mu_{q-1}}^{\mu_q} r_p^2 N \mu d\mu = r_p^2 \bar{\mu}_q [(1 - \gamma) N_{p, q-1} + \gamma N_{p, q}] \Delta \mu_q, \quad (1.4)$$

$$p = 0, 1, \dots, \hat{p}, \quad q = 1, 2, \dots, \hat{q};$$

$$\int_{r_{p-1}}^{r_p} r(1 - \mu_q^2) N dr = (1 - \mu_q^2) \frac{1}{2} (r_{p-1}^+ N_{p-1, q} + r_p^- N_{p, q}) \Delta r_p, \quad (1.5)$$

$$p = 1, 2, \dots, \hat{p}, \quad q = 0, 1, \dots, \hat{q};$$

$$\iint_{D_{p,q}} N r^2 dr d\mu = \frac{1}{2} [(1 - \gamma) N_{p-1, q-1} + \gamma N_{p-1, q} + (1 - \gamma) N_{p, q-1} + \gamma N_{p, q}] \Delta \mu_q \Delta r_p, \quad (1.6)$$

$$p = 1, 2, \dots, \hat{p}, \quad q = 1, 2, \dots, \hat{q};$$

$$n_p^{(0)} = \sum_{q=1}^{\hat{q}} [(1 - \gamma) N_{p, q-1} + \gamma N_{p, q}] \Delta \mu_q, \quad p = 0, 1, \dots, \hat{p}; \quad (1.7)$$

$$\iint_{D_{p,q}} n^{(0)} r^2 dr d\mu = \frac{1}{2} (n_{p-1}^{(0)} + n_p^{(0)}) \Delta\mu_q \Delta v_p, \quad (1.8)$$

$$p = 1, 2, \dots, \hat{p}, \quad q = 1, 2, \dots, \hat{q};$$

$$\iint_{D_{p,q}} Q r^2 dr d\mu = Q_p \Delta\mu_q \Delta v_p, \quad p = 1, 2, \dots, \hat{p}, \quad q = 1, 2, \dots, \hat{q}; \quad (1.9)$$

$$\text{где } \mu_q = \frac{1}{2} (\mu_{q-1} + \mu_q), \quad \Delta\mu_q = \mu_q - \mu_{q-1}, \quad \Delta r_p = r_p - r_{p-1}, \quad \Delta v_p = \frac{1}{3} (r_p^3 - r_{p-1}^3).$$

Относительно r_{p-1}^+ и r_p^- мы предполагаем, что они удовлетворяют условиям

$$r_{p-1}^+ + r_p^- = r_{p-1} + r_p, \quad r_{p-1} \leq r_{p-1}^+ \leq \frac{1}{2} (r_{p-1} + r_p) \leq r_p^- \leq r_p; \quad (1.10)$$

γ — вещественный параметр разностной схемы*).

Величину $Q(r)$ мы предполагаем постоянной в каждом интервале (r_{p-1}, r_p) и равной Q_p .

Отметим также, что формулы (1.7) и (1.8) следуют из (1.6), если мы хотим, чтобы выполнялся закон сохранения количества столкновений в левой и правой частях (1.4).

Теперь легко записать уравнения (1.3) в нужном нам виде:

$$[r_p^2 \bar{\mu}_q ((1 - \gamma) N_{p, q-1} + \gamma N_{p, q}) - r_{p-1}^2 \bar{\mu}_q ((1 - \gamma) N_{p-1, q-1} + \gamma N_{p-1, q})] \frac{1}{\Delta v_p} + \frac{3}{r_{p-1}^2 + r_{p-1} r_p + r_p^2} [(1 - \mu_q^2) \frac{1}{2} (r_{p-1}^+ N_{p-1, q} + r_p^- N_{p, q}) - (1 - \mu_{q-1}^2) \frac{1}{2} (r_{p-1}^+ N_{p-1, q-1} + r_p^- N_{p, q-1})] \frac{1}{\Delta\mu_q} + \frac{\sigma}{2} [(1 - \gamma) N_{p-1, q-1} + \gamma N_{p-1, q} + (1 - \gamma) N_{p, q-1} + \gamma N_{p, q}] = \frac{\sigma(1+f)}{4} (n_{p-1}^{(0)} + n_p^{(0)}) + \frac{1}{2} Q_p, \quad (1.11)$$

$$p = 1, 2, \dots, \hat{p}, \quad q = 1, 2, \dots, \check{q}.$$

Чтобы система (1.11) была замкнутой, необходимо учесть следующее.

1. Аппроксимация граничного условия (1.2):

$$N_{\hat{p}, q} = 0 \quad \text{для} \quad -1 \leq \mu_q \leq 0. \quad (1.12)$$

2. Конечноразностная аппроксимация уравнения

$$\frac{dN(r, -1)}{dr} + \sigma N(r, -1) = \frac{\sigma(1+f)}{2} n^{(0)}(r) + \frac{1}{2} Q(r),$$

получающегося из (1.1) при $\mu = -1$.

Характер этой аппроксимации не имеет никакого значения при построении согласованных разностных схем, и мы лишь предполагаем, что функция $N(r, -1)$ вычисляется в точках $r = r_p$ ($p = 0, 1, \dots, \hat{p} - 1$), например

$$\frac{N_{p, 0} - N_{p-1, 0}}{\Delta r_p} + \frac{\sigma}{2} (N_{p-1, 0} + N_{p, 0}) = \frac{\sigma(1+f)}{4} (n_{p-1}^{(0)} + n_p^{(0)}) + \frac{1}{2} Q_p, \quad (1.13)$$

$$p = 1, 2, \dots, \hat{p}.$$

3. Аппроксимация условия в центре системы ($r_0 = 0$), заключающаяся в том, что необходимо задать каким-то образом значения $N_{0, q}$ для $\mu_q > 0$.

* По соображениям устойчивости в практических расчетах следует брать $\gamma \geq 1/2$.

Это задание может быть выполнено различными способами, но мы при этом требуем, чтобы

$$n_0^{(1)} = \int_{-1}^{+1} \mu N(0, \mu) d\mu = \sum_{q=1}^{\hat{q}} \bar{\mu}_q [(1 - \gamma) N_{0, q-1} + \gamma N_{0, q}] \Delta \mu_q = 0. \quad (1.14)$$

Выполнение последнего равенства существенно при построении согласованных разностных схем, так как (1.14) является граничным условием для уравнений квазидиффузии.

Как хорошо известно (см. [2]—[4]), система (1.11)—(1.14) решается методом итераций по функции $n_p^{(v)}$, причем из этой системы находятся $N_{p-1, q}$ для $\mu \leq 0$ и $N_{p, q}$ для $\mu > 0$ (т. е. если нам известно $(v-1)$ -е приближение $n_p^{(v-1)}$, то из (1.11)—(1.14) мы находим $\dot{N}_{p, q}$ и по формуле (1.7) находим v -приближение $n_p^{(v)}$, которое мы в дальнейшем будем называть v -й КУ-итерацией).

§ 2. Конечноразностная аппроксимация уравнений квазидиффузии

Уравнения квазидиффузии для сферически-симметричной геометрии имеют вид

$$\frac{d(r^2 n^{(1)})}{r^2 dr} - \sigma f n^{(0)} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{d(r^2 D n^{(0)})}{r^2 dr} - \frac{1}{r} n^{(0)} + \frac{D}{r} n^{(0)} + \sigma n^{(1)} = 0.$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} n^{(1)} &= 0, & r &= 0; \\ n^{(1)} &= C(R) n^{(0)}, & r &= R. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} n^{(0)}(r) &= \int_{-1}^{+1} N(r, \mu) d\mu, & n^{(1)}(r) &= \int_{-1}^{+1} \mu N(r, \mu) d\mu, \\ D(r) &= n^{(2)}(r) / n^{(0)}(r), & n^{(2)}(r) &= \int_{-1}^{+1} \mu^2 N(r, \mu) d\mu, \end{aligned}$$

$$C(R) = n^{(1)}(R) / n^{(0)}(R).$$

Чтобы решить задачу (2.1), (2.2), очевидно, необходимо знать $D(r)$ и $C(R)$, которые можно определить только из решения кинетического уравнения (1.1)—(1.2).

Поэтому при решении задачи (1.1)—(1.2) итерациями по функции $n^{(0)}(r)$ кинетическое уравнение и уравнения квазидиффузии могут быть использованы в этих итерациях поочередно: если мы имеем $(v-1)$ -е приближение $n^{(v-1)}(r)$, то из решения кинетического уравнения находятся $\dot{D}(r)$ и $\dot{C}(R)$, которые используются при решении уравнений квазидиффузии и позволяют определить v -приближение $n^{(v)}(r)$ (см. [1]).

В дальнейшем $n^{(v)}(r)$, найденное вышеописанным итерационным процессом, будем называть v -й КД-итерацией.

На практике этот итерационный процесс применяется к уравнениям в конечноразностной форме. Необходимым условием сходимости КД-итераций к решению разностного кинетического уравнения является исполь-

зование согласованных разностных схем, развернутое определение которых мы здесь и дадим.

О п р е д е л е н и е. Обозначим через (А) некоторую разностную схему для решения задачи (1.1)—(1.2), а через (В) — разностную схему для решения задачи (2.1)—(2.2). Будем предполагать, что у этих схем сетки по переменной r совпадают.

Допустим, что решение кинетического уравнения по схеме (А) полностью найдено, мы вычислили коэффициенты $D(r_p)$ и $C(R)$ по некоторым вполне определенным квадратурным формулам и эти коэффициенты используем в схеме (В) в качестве известных величин.

Тогда эти схемы будем называть согласованными, если функции $n_p^{(0)}$ и $n_p^{(1)}$, найденные по (В), тождественно совпадают с $n_p^{(0)}$ и $n_p^{(1)}$, найденными по (А).

В нашем случае схеме (А) соответствуют уравнения (1.11)—(1.14). Уравнения, соответствующие схеме (В), мы сейчас получим.

Рассмотрим следующую аппроксимацию уравнений квазидиффузии:

$$\begin{aligned} & \frac{r_p^2 n_p^{(1)} - r_{p-1}^2 n_{p-1}^{(1)}}{\Delta v_p} - \frac{\sigma f}{2} (n_{p-1}^{(0)} + n_p^{(0)}) = Q_p; \\ & \frac{r_p^2 D_p^{(1)} n_p^{(0)} - r_{p-1}^2 D_{p-1}^{(1)} n_{p-1}^{(0)}}{\Delta v_p} + \frac{\Delta r_p}{\Delta v_p} \frac{1}{2} [r_{p-1}^+ (D_{p-1}^{(2)} - 1) n_{p-1}^{(0)} + r_p^- (D_p^{(2)} - 1) n_p^{(0)}] + \\ & \quad + \frac{\sigma}{2} (n_{p-1}^{(1)} + n_p^{(1)}) = 0, \quad p = 1, 2, \dots, \hat{p}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Введение двух коэффициентов квазидиффузии $D_p^{(1)}$ и $D_p^{(2)}$ станет ясным из дальнейшего.

Граничные условия:

$$n_0^{(1)} = 0, \quad r = 0, \quad n_{\hat{p}}^{(1)} = C(R) n_{\hat{p}}^{(0)}, \quad r = R. \quad (2.5)$$

Уравнения (2.4) легко получить умножением каждого уравнения (2.1) на $r^2 dr$ с последующим интегрированием от r_{p-1} до r_p по соответствующим квадратурным формулам.

Справедлива следующая

Т е о р е м а. Для $\gamma = 1/2$ величины $n_p^{(0)}$ и $n_p^{(1)}$ ($p = 0, 1, \dots, \hat{p}$), найденные из системы уравнений (1.11)—(1.14), являются решением системы уравнений (2.4)—(2.5), если $n_p^{(0)}$, $n_p^{(1)}$, $D_p^{(1)}$, $D_p^{(2)}$ и $C(R)$ вычислены из решения задачи (1.11)—(1.14) по формулам

$$n_p^{(0)} = \sum_{q=1}^{\hat{q}} \frac{1}{2} (N_{p, q-1} + N_{p, q}) \Delta \mu_q; \quad (2.6)$$

$$n_p^{(1)} = \sum_{q=1}^{\hat{q}} \bar{\mu}_q \frac{1}{2} (N_{p, q-1} + N_{p, q}) \Delta \mu_q, \quad (2.7)$$

$$D_p^{(1)} = \frac{1}{n_p^{(0)}} \sum_{q=1}^{\hat{q}} (\bar{\mu}_q)^2 \frac{1}{2} (N_{p, q-1} + N_{p, q}) \Delta \mu_q, \quad (2.8)$$

$$D_p^{(2)} = \frac{1}{n_p^{(0)}} \sum_{q=1}^{\hat{q}} \frac{1}{2} (\mu_{q-1}^2 N_{p, q-1} + \mu_q^2 N_{p, q}) \Delta \mu_q, \quad (2.9)$$

$$C(R) = n_{\hat{p}}^{(1)} / n_{\hat{p}}^{(0)}. \quad (2.10)$$

$$p = 0, 1, \dots, \hat{p}.$$

Доказательство. Для каждого q равенства (1.11) умножим на $\Delta\mu_q$ и просуммируем для каждого $p = 1, \dots, \hat{p}$ от $q = 1$ до $q = \hat{q}$. Тогда мы получим первые равенства (2.4), которые, очевидно, будут выполнены, если $n_p^{(0)}$ и $n_p^{(1)}$ определить равенствами (2.6) и (2.7) соответственно.

Далее равенства (1.11) для каждого q умножим на $\mu d\mu$ и проинтегрируем от μ_{q-1} до $\mu_{\hat{q}}$, а затем для каждого $p = 1, \dots, \hat{p}$ просуммируем их от $q = 1$ до $q = \hat{q}$.

После некоторых преобразований мы получим, что $n_p^{(0)}$ и $n_p^{(1)}$, определяемые по (2.6) и (2.7), удовлетворяют вторым равенствам (2.4), если $D_p^{(1)}$ и $D_p^{(2)}$ определены формулами (2.8) и (2.9) соответственно.

Легко видеть также, что $n_p^{(0)}$ и $n_p^{(1)}$ связаны при этом вторым соотношением (2.5), где $C(R)$ определено формулой (2.10), и что $n_p^{(1)} = 0$ при $r = 0$, так как решение кинетического уравнения удовлетворяет условию (1.14).

Тем самым теорема полностью доказана. Теперь также ясен смысл введения двух коэффициентов квазидиффузии $D_p^{(1)}$ и $D_p^{(2)}$.

Аналогичная теорема справедлива и для $\gamma \neq 1/2$, если только предполагать шаги $\Delta\mu_q$ равными для всех q ($\Delta\mu_q = 2/q$), а $n_p^{(0)}$, $n_p^{(1)}$, $D_p^{(1)}$, $D_p^{(2)}$ и $C(R)$ определить формулами

$$n_p^{(0)} = \sum_{q=1}^{\hat{q}} [(1-\gamma)N_{p,q-1} + \gamma N_{p,q}] \Delta\mu, \quad (2.6')$$

$$n_p^{(1)} = \sum_{q=1}^{\hat{q}} [(1-\gamma)N_{p,q-1} + \gamma N_{p,q}] \bar{\mu}_q \Delta\mu, \quad (2.7')$$

$$D_p^{(1)} = \frac{1}{n_p^{(0)}} \sum_{q=1}^{\hat{q}} (\bar{\mu}_q)^2 [(1-\gamma)N_{p,q-1} + \gamma N_{p,q}] \Delta\mu, \quad (2.8')$$

$$D_p^{(2)} = \frac{1}{n_p^{(0)}} \left[\sum_{q=1}^{\hat{q}} (\mu_{q-1}^2 N_{p,q-1} + \mu_q^2 N_{p,q}) \Delta\mu + (\gamma - 1/2)(N_{p,0} - N_{p,\hat{q}}) \Delta\mu \right], \quad (2.9')$$

$$C(R) = n_p^{(1)} / n_p^{(0)}, \quad (2.10')$$

$$p = 0, 1, \dots, \hat{p}.$$

Итак, нами доказано, что $n_p^{(0)}$ и $n_p^{(1)}$ ($p = 0, 1, \dots, \hat{p}$), найденные из решения кинетического уравнения по формулам (2.6), (2.7), являются также решением системы уравнений квазидиффузии (2.4)–(2.5).

Если определитель системы уравнений (2.4)–(2.5) отличен от нуля, то это решение будет и единственным, что означает согласованность рассматриваемых нами схем *).

§ 3. Возможные обобщения и примеры численных расчетов

Метод построения согласованных разностных схем, изложенный в § 1,2, очевидным образом переносится на случай нестационарной задачи и не изотропного рассеяния, если учитывать еще один член в разложении функции рассеяния по полиномам Лежандра.

*) Единственность решения системы уравнений (2.4)–(2.5) имеет место, если предполагать, что однородная задача ($Q \equiv 0$) (2.1)–(2.2) соответствует подкритическому состоянию и $0 < D \leq 1$, но мы не приводим этого доказательства ввиду его громоздкости.

Аналогично строятся согласованные разностные схемы для многогрупповой задачи и для других геометрий: геометрии бесконечного цилиндра и плоского слоя, а также для геометрии конечного цилиндра.

Для одногрупповой сферически-симметричной задачи в приближении изотропного рассеяния было проведено большое число расчетов как для стационарного, так и для нестационарного уравнений.

Во всех без исключения случаях было получено значительное ускорение сходимости итераций.

Приведем несколько примеров численного решения задачи (1.1)–(1.2) по одному из вариантов согласованных разностных схем:

$$\gamma = 1/2, \quad r_{p-1}^+ = r_p^- = \frac{1}{2}(r_{p-1} + r_p).$$

В приводимых ниже расчетах вместо (1.13) использовалась формула

$$\frac{3}{2} \frac{r_{p-1}^2 + r_p^2}{r_{p-1}^2 + r_{p-1}r_p + r_p^2} \frac{N_{p,0} - N_{p-1,0}}{\Delta r_p} + \frac{\sigma}{2} (N_{p-1,0} + N_{p,0}) = \quad (1.13')$$

$$= \frac{\sigma(1+f)}{4} (n_{p-1}^{(0)} + n_p^{(0)}) + \frac{1}{2} Q_p,$$

которая получается для $q = 1$ из (1.11) при $\Delta\mu_q \rightarrow 0$.

Во всех приводимых примерах рассматривалась однородная сфера: $\sigma = 1$, $Q(r) = 1$.

Задачи отличаются значениями R (внешний радиус системы) и f (среднее число вторичных нейтронов на одно столкновение); во всех вариантах было взято 12 равных интервалов по μ и 13 интервалов по r .

Приведем сетку по переменной r для $R = 1.5$:

$$r'_0 = 0.0, \quad r'_1 = 0.15, \quad r'_2 = 0.30, \quad r'_3 = 0.45, \quad r'_4 = 0.60,$$

$$r'_5 = 0.75, \quad r'_6 = 0.90, \quad r'_7 = 1.05, \quad r'_8 = 1.20, \quad r'_9 = 1.332572,$$

$$r'_{10} = 1.41069, \quad r'_{11} = 1.456722, \quad r'_{12} = 1.483846, \quad r'_{13} = 1.5.$$

Для любого другого значения R

$$r_p = r'_p \cdot R/1.5;$$

$$n_p^{(0)} = 1, \quad p = 0, 1, \dots, 13.$$

Мы приводим результаты отдельных КУ-итераций и КД-итераций для $p = 0, 5, 13$.

Следуя [1], введем

$$\delta n_p^{(0)} = \left| n_p^{v+1(0)} - n_p^{v(0)} \right|, \quad S_p^v = \delta n_p^{(0)} / \delta n_p^{v+1(0)}.$$

Во всех нижеследующих таблицах приводятся значения S_p^v для КУ-итераций и для КД-итераций при $p = 5$.

Сразу же отметим, что S^v , характеризующие скорость сходимости для других значений p , практически не отличаются от S^v для $p = 5$.

Отметим, что задачи, результат решения которых представлен табл. 2 и 4, очень близки к критическому состоянию, если их рассматривать как однородные ($Q \equiv 0$).

Объем вычислительной работы, необходимой для выполнения одной КУ-итерации и одной КД-итерации, разный и несколько больше для КД-итерации, так как каждая КД-итерация состоит из КУ-итерации плюс решение уравнений квазидиффузии, которое мы осуществляли методом прогонки.

Однако эта дополнительная работа, требующаяся для решения уравнений квазидиффузии, мала по сравнению с решением кинетического

Таблица 1

$R = 1.5, 1 + f = 1.1$

p	r_p	1-я КУ-итерация	1-я КД-итерация	10-я КУ-итерация	10-я КД-итерация	Точное значение
0	0.00	1.60873761	2.61005993	2.87819512	2.92453803	2.92453872
5	0.75	1.51590015	2.33863668	2.51094109	2.54786821	2.54786851
13	1.50	0.698089151	0.970122749	0.923937654	0.934568372	0.934568340

v	0	1	2	3	4	5	6	7
$S_{КУ}^v$	1.554	1.509	1.478	1.460	1.450	1.445	1.443	1.441
$S_{КД}^v$	8.186	4.581	4.580	4.531	4.490	4.457	4.429	4.402

Таблица 2

$R = 4.5, 1 + f = 1.1$

p	r_p	1-я КУ-итерация	1-я КД-итерация	10-я КУ-итерация	10-я КД-итерация	Точное значение
0	0.00	2.07383227	84.8546119	13.7415656	131.775765	131.775798
5	2.25	2.03560694	64.5506099	11.6779232	98.1242586	98.1243010
13	4.50	0.885464063	13.7452772	2.71596863	16.3837205	16.3837233

v	0	1	2	3	4	5	6	7
$S_{КУ}^v$	0.975	0.985	0.994	1.000	1.003	1.006	1.007	1.009
$S_{КД}^v$	2.577	3.572	4.380	4.579	4.614	4.618	4.621	4.629

Таблица 3

$R = 0.5, 1 + f = 1.5$

p	r_p	1-я КУ-итерация	1-я КД-итерация	10-я КУ-итерация	10-я КД-итерация	Точное значение
0	0.00	0.958730815	0.712691861	0.769624394	0.769326155	0.769326172
5	0.25	0.898735546	0.662010737	0.697991786	0.697740975	0.697740982
13	0.50	0.450732843	0.326937412	0.323383027	0.323287474	0.323287473

v	0	1	2	3	4	5	6	7
$S_{КУ}^v$	1.060	1.766	2.000	2.089	2.124	2.138	2.144	2.147
$S_{КД}^v$	11.47	5.706	5.722	5.639	5.571	5.521	5.488	5.451

$$R = 1.5, \quad 1 + f = 1.5$$

$p_{\text{в}}$	r_p	1-я КУ-итерация	1-я КД-итерация	10-я КУ-итерация	10-я КД-итерация	Точное значение
0	0.00	1.91478694	11.5433046	8.54370968	19.0379010	19.0388148
5	0.75	1.80419230	10.0544066	7.12195519	15.4890688	15.4896378
13	1.50	0.827480462	3.92439691	2.30141306	4.71192865	4.71201519

ν	0	1	2	3	4	5	6	7
$S_{\text{КУ}}^{\nu}$	1.081	1.072	1.065	1.060	1.058	1.057	1.056	1.056
$S_{\text{КД}}^{\nu}$	2.751	2.404	2.731	2.822	2.833	2.823	2.810	2.798

уравнения и не зависит от количества счетных интервалов по μ , в то время как выигрыш в количестве итераций при достижении одной и той же точности всегда не менее чем двукратный.

Поступила в редакцию
10.03.1965

Цитированная литература

1. В. Я. Гольдин. Квазидиффузионный метод решения кинетического уравнения. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1964, 4, № 6, 1078—1087.
2. Г. И. Марчук. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961.
3. Б. Дэвисон. Теория переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1960.
4. Б. Карлсон, Дж. Белл. Решение транспортного уравнения S_n -методом. В сб. «Физика ядерных реакторов». М., Атомиздат, 1959, 408—432.