ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 60, № 1
июль, 1984

ОБ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ В КВАНТОВЫХ СПИНОВЫХ СИСТЕМАХ С ДВУХКОМПОНЕНТНЫМ ПАРАМЕТРОМ ПОРЯДКА

Чубуков А. В.

С помощью методов ренормализационной группы вычислены критические индексы для индуцированного внешним полем ориентационного фазового перехода в системе с XY-симметрией при нулевой температуре. Показано, что в пространстве произвольной размерности значения индексов ν и η остаются такими же, как и в теории Ландау ($\nu=1/2$, $\eta=0$).

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что современная теория магнитных ориентационных фазовых переходов при конечных температурах строится в рамках классического формализма, т. е. операторы определенных проекций спина, играющие роль параметров порядка, заменяются на непрерывные классические переменные [1—3]. Формальным оправданием для применения такого подхода к изучению критических свойств квантовых по своей природе спиновых гамильтонианов служит то обстоятельство, что согласно гипотезе подобия [4] конкретный вид особенностей термодинамических характеристик определяется деталями структуры гамильтонианов только на очень больших масштабах расстояний, так что в качестве единицы длины можно выбрать размер блока, составленного из большого числа элементарных ячеек, а в качестве «узельного» спина — среднее по спинам ячеек, входящих в блок. Очевидно, что при достаточно сильном укрупнении «узельный» спин будет принимать практически непрерывный ряд значений и его можно рассматривать не как оператор, а как непрерывную классическую переменную [3]. Следует подчеркнуть, что хотя формальные рассуждения и приводят в конечном итоге к правильному результату, вопрос о справедливости классического описания при $T\neq 0$ отнюдь не является тривиальным и требует, вообще говоря, строгого доказательства. Оно было проведено для различных спиновых моделей в работах [5—9]. Используемый в этих статьях формализм будет более подробно обсужден ниже.

При $T=0$, однако, приведенные ранее аргументы несправедливы и характер критических особенностей целиком определяется видом энергии основного состояния вблизи точки фазового перехода. В этом предельном случае крайне существенным оказывается вопрос о том, коммутирует ли гамильтониан с оператором одной из проекций полного спина S^i. Если

такой коммутатор отличен от нуля, то ориентационный переход принадлежит к изинговскому универсальному типу (параметр порядка однокомпонентный) [5]. Примером системы, испытывающий переход подобного рода, служит изинговский ферромагнетик, помещенный во внешнее поперечное магнитное поле. Гамильтониан этой модели записывается следующим образом:

$$H = -\frac{J}{2}\sum_{\mathbf{l}\Delta} S_{\mathbf{l}}^{z} S_{\mathbf{l}+\Delta}^{z} - h\sum_{\mathbf{l}} S_{\mathbf{l}}^{x}, \tag{1}$$

здесь J — обменная константа, в первом слагаемом суммирование ведется только по ближайшим соседям.

Поскольку при любом, отличном от нуля, значении магнитного поля состояние с максимальной проекцией спина на какую-либо ось не является собственным состоянием гамильтониана (1), то квантовые флуктуации (нулевые колебания) присутствуют здесь по обе стороны от критической точки $h=h_c$ [10, 11].

Если же коммутатор $[H, S^z]=0$, то ориентационные фазовые переходы описываются двухкомпонентным параметром порядка, т. е. принадлежат к универсальному XY-типу. Среди систем, испытывающих такие фазовые переходы,— одноосные ферромагнетики с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость XY» в магнитном поле h_z, одноосные антиферромагнетики во внешнем поле, направленном вдоль оси анизотропии и т. д. [2, 10, 11]. Гамильтониан простейшей из подобных систем — XY-модели, помещенной в магнитное поле $h\equiv h_z$, выглядит так:

$$H = -\frac{J}{2}\sum_{\mathbf{l}\Delta} (S_{\mathbf{l}}^{x} S_{\mathbf{l}+\Delta}^{x} + S_{\mathbf{l}}^{y} S_{\mathbf{l}+\Delta}^{y}) - h\sum_{\mathbf{l}} S_{\mathbf{l}}^{z}. \tag{2}$$

В отличие от предыдущего случая, здесь выше точки ориентационного фазового перехода $h>h_c=JzS$ [10] (z — число ближайших соседей) спиновая структура является коллинеарной (направление оси квантования совпадает с осью Z), т. е. в основном состоянии проекции всех спинов на избранную ось максимальны и нулевые колебания отсутствуют. Поэтому, в частности, коррелятор поперечных компонент спина и продольная восприимчивость тождественно равны нулю при $h>h_c$, а поперечная восприимчивость (для определения которой следует вычислить поправку к энергии основного состояния во втором порядке теории возмущений по малому магнитному полю $\tilde{h}\perp h$) расходится как $(h-h_c)^{-1}$ вне зависимости от величины размерности пространства. С другой стороны, ниже точки фазового перехода, в неколлинеарной фазе флуктуации, разумеется, существуют. Изучение особенностей фазовых переходов в системах с двухкомпонентным параметром порядка и составляет предмет настоящего сообщения.

Присутствие в обоих рассмотренных типах спиновых систем квантовых флуктуаций (по крайней мере, по одну сторону от точки фазового перехода) приводит к тому, что в общем случае критические индексы при $T=0$ вовсе не определяются теорией Ландау (в отличие от результатов чисто классического рассмотрения) [12].

Для того, чтобы определить значения этих индексов, удобно в первую очередь построить эффективный классический гамильтониан H_{eff}, обладающий тем же критическим поведением, что и исходный квантовый, а затем воспользоваться известными методами исследования классических гамильтонианов [1—4]. Такое построение для систем типа (1) было осуществлено в работе [6] с помощью преобразования Хаббарда — Стратоновича [13], а для систем типа (2) — в работах [8, 9] с помощью техники когерентных состояний. В обоих случаях эффект некоммутативности спиновых операторов привел к появлению в H_{eff} наряду с волновым вектором новой дискретной переменной — мацубаровской частоты $\omega_n=2\pi nT$. В первом случае эта частота входит в квадратичную часть эффективного гамильтониана как ω_n^2, а во втором — линейно (см. ниже). Очевидно, что именно в силу дискретности ω_n при $T\neq 0$ критические индексы правильно определять, пользуясь классическим подходом.

Однако при нулевой температуре мацубаровская частота становится непрерывной переменной, масштабная размерность которой влияет на величины индексов. Для изинговских систем ситуация достаточно проста: частота и волновой вектор входят в квадратичный член в гамильтониане H_{eff} одинаковым образом. Следовательно, характер критического поведения в d-мерных системах при $T=0$ такой же, как и характер поведения в окрестности температурных фазовых переходов в тех же системах, но в пространстве на единицу большей размерности [5—7].

В системах же с двухкомпонентным параметром порядка частота и волновой вектор входят в квадратичную часть гамильтониана по-разному, а потому критическое поведение при $T=0$ является весьма специфическим и не имеет классического аналога. Эффективный гамильтониан, соответствующий таким системам (а только о них и будет идти речь ниже), уже исследовался в ряде работ [8, 14—18]; в частности, было показано, что хотя гауссова неподвижная точка устойчива только в пространстве размерности $d>2$, значения критических индексов для корреляционной длины ν и для пропагатора η в первых двух порядках разложения по $\varepsilon=2-d$ остались такими же, как и в теории среднего поля ($\nu={}^1/_2$, $\eta=0$) [15]. Ниже мы покажем, что полученные в [15] результаты остаются справедливыми во всех порядках разложения по ε, т. е. **при любом значении величины d** [1]. Этот результат вместе с соотношениями подобия позволит нам определить в пространстве произвольной размерности все критические индексы фазовых переходов при $T=0$ в системах с двухкомпонентным параметром порядка.

2. ПОСТРОЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО КЛАССИЧЕСКОГО ГАМИЛЬТОНИАНА

Мы уже указывали ранее, что в качестве первого шага к определению критических индексов удобно построить эффективный классический гамильтониан, обладающий тем же критическим поведением, что и исходный квантовый. Напомним (см. раздел 1), что системы типа (2) образуют

[1] Попытка доказательства указанного утверждения была предпринята недавно в работе [18]. Авторы [18], однако, не учитывали в эффективном гамильтониане слагаемых шестого порядка и выше, которые, как известно [19], могут вносить вклад в величины критических индексов начиная с $O(\varepsilon^3)$. Поэтому, строго говоря, результаты [18] справедливы только в первых двух порядках разложения по ε.

выше точки $h=h_c$ коллинеарную спиновую структуру. Это означает, что если представить спиновый гамильтониан в терминах бозе-операторов рождения и уничтожения квазичастиц (воспользовавшись для этого каким-либо из известных преобразований [20]), то формы всех порядков по бозе-операторам в получающемся бесконечном ряду будут содержать одинаковое число операторов рождения a^+ и уничтожения a, причем, очевидно, всегда можно добиться того, чтобы все операторы рождения были расположены слева от операторов уничтожения. Такой вид гамильтониана весьма удобен для применения техники когерентных состояний [9, 21].

Напомним (см. [21]), что когерентное состояние $|\lambda\rangle$ есть собственное состояние оператора a с собственным комплексным значением λ:

$$a|\lambda\rangle=\lambda|\lambda\rangle. \tag{3}$$

Когерентные состояния с различными собственными значениями удовлетворяют следующим условиям нормировки:

$$\langle\lambda|\mu\rangle=\exp\left(-{}^1/_2|\lambda|^2-{}^1/_2|\mu|^2+\mu^*\lambda\right). \tag{4}$$

Наиболее существенно то обстоятельство, что когерентные состояния создают полный (и даже переполненный) базис:

$$\int |\lambda\rangle\frac{d\lambda\, d\lambda^*}{\pi}\langle\lambda|=1. \tag{5}$$

На этом базисе статистическая сумма Z записывается так [9]:

$$Z=\mathrm{Sp}\, e^{-\beta H}=\lim_{M\to\infty}\mathrm{Sp}\left(1-\frac{\beta H}{M}\right)^M=\lim_{M\to\infty}Z_M, \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned} Z_M &= \prod_{n=0}^{M-1}\int\frac{d\lambda_n\, d\lambda_n^*}{\pi}\langle\lambda_n|\left(1-\frac{\beta H}{M}\right)|\lambda_{n+1}\rangle\approx \\ &\approx\prod_{n=0}^{M-1}\frac{d\lambda_n^*\, d\lambda_n}{\pi}\langle\lambda_n|\lambda_{n+1}\rangle\exp\left(-\frac{\beta}{M}H(\lambda_n^*,\lambda_{n+1})\right)= \\ &=\prod_{n=0}^{M-1}\int\frac{d\lambda_n^*\, d\lambda_n}{\pi}\exp(-H_{\mathrm{eff}}). \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $|\lambda_n\rangle=|\lambda_n^{(1)},\ldots,\lambda_n^{(N)}\rangle$ — N-мерный вектор по числу ячеек в кристалле; $\lambda_M\equiv\lambda_0$, а величина $H(\lambda_n^*,\ \lambda_{n+1})$ получается из гамильтониана (2), представленного в виде ряда по формам различных порядков от бозевских операторов, если каждый оператор рождения заменить на λ_n^*, а оператор уничтожения — на λ_{n+1}.

Искомый эффективный гамильтониан содержит вклады как от $H(\lambda_n^*,\ \lambda_{n+1})$, так и от нормировки когерентных состояний. Формула для этой величины выглядит так:

$$H_{\mathrm{eff}}=\sum_{\mathbf{k}}\sum_{q=0}^{M-1}\left[r+\mathbf{k}^2+(e^{i\omega_q\delta}-1)/\delta\right]\times \tag{8}$$

$$\times e^{-i\omega_q\delta}|\lambda_{q\mathbf{k}}|^2+\sum_{p=2}^{\infty}\left(\frac{1}{\beta N}\right)^{p-1}\sum_{q_1\ldots q_{2p-1}=0}^{M-1}\times$$

$$\times\sum_{\mathbf{k}_1\ldots\mathbf{k}_{2p-1}}U^{(p)}(\mathbf{k}_i)\lambda_1^*\ldots\lambda_p^*\lambda_{p+1}\ldots\lambda_{1+\ldots+p-\ldots-(2p-1)}.$$

В выражении (8) мы, во-первых, перешли к фурье-компонентам по пространственным переменным и переменной n:

$$\lambda_n^{(p)}=\frac{1}{\sqrt{NM}}\sum_{q=0}^{M-1}\sum_{\mathbf{k}}e^{i\omega_q\delta n}e^{i\mathbf{p}\mathbf{k}}u_{q\mathbf{k}}, \tag{9}$$

и, во-вторых, ввели перенормировку

$$\lambda_{q\mathbf{k}}=(\beta/M)^{1/2}u_{q\mathbf{k}}. \tag{10}$$

Кроме того, в формуле (8) приняты следующие обозначения: $r=h-h_c$, h_c — точка фазового перехода, $\delta=\beta/M\ll 1$, $\omega_q=2\pi qT$ — мацубаровская частота, $\mathbf{k}=\tilde{\mathbf{k}}\sqrt{JS}$ ($\tilde{\mathbf{k}}$ — волновой вектор), $\lambda_s\equiv\lambda_{qs,\,\mathbf{k}_s}$.

Заметим теперь, что из-за коллинеарности спиновой структуры возбужденные состояния, которые и описываются эффективным гамильтонианом (8), в действительности не должны при $T=0$ давать вклад в статсумму. Прямой расчет показывает, что это является следствием определенного поведения H_{eff} в области больших частот ($\omega\delta\sim 1$), а конкретно тем обстоятельством, что $\lim\limits_{\substack{\beta\to\infty\\ M\to\infty}} I=0$, где

$$I=\frac{1}{\beta}\sum_q e^{i\omega_q\delta}[r+\mathbf{k}^2+(e^{i\omega_q\delta}-1)/\delta]^{-1}. \tag{11}$$

Однако известно, что критические индексы модели обусловлены только видом флуктуационных мод с малыми значениями величин ω и $\mathbf{k}$. Структура же эффективного гамильтониана на больших расстояниях определяет единственно коэффициенты при критических характеристиках [3]. Естественно поэтому полагать, что отмеченная выше (см. введение) специфичность поведения систем с XY-симметрией выше точки перехода обусловлена именно тождественным обращением в нуль (в силу условия (11)) коэффициентов при степенных расходящихся членах. Сами же индексы вполне могут быть определены из гамильтониана (8), если в нем ограничиться рассмотрением только мод с малыми частотами и волновыми векторами; поскольку к тому же согласно общей теории фазовых переходов значения индексов с обеих сторон от точки $h=h_c$ совпадают [1—3], то найденные числа будут описывать расходимости магнитных характеристик, реально наблюдающиеся ниже точки перехода, поскольку в этой области нет никаких оснований ожидать особенностей в коэффициентах при степенных членах[2)].

[2)] Исключение составляет только поперечная восприимчивость χ_{xy}, которая при $h<h_c$ обращается в бесконечность. Это связано с тем, что поворот параметра порядка в плоскости XY не требует затрат энергии.

Формулу (8) можно существенно упростить, если ввести параметр обрезания у частоты $|\omega|<A$ (из сказанного выше следует, что это не повлияет на значения индексов). Переходя затем к пределам $M\to\infty$ и $T\to 0$, получим

$$(12)\qquad H_{\text{eff}}=\sum_{\mathbf{k}}\int_{-A}^{A} d\omega\,(r+\mathbf{k}^2+i\omega)\,|\tilde{\lambda}_{\mathbf{k}\omega}|^2+$$
$$+\frac{U^2}{N}\sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{k}_3}\iiint d\omega_1\,d\omega_2\,d\omega_3\tilde{\lambda}_1{}^*\tilde{\lambda}_2{}^*\tilde{\lambda}_3\tilde{\lambda}_{1+2-3}+(\textit{высшие порядки по } \tilde{\lambda}_i{}^* \textit{ и } \tilde{\lambda}_i),$$

где $\tilde{\lambda}_i=(\beta/2\pi)^{1/2}\lambda_i$. Выражение (12) удобно далее изучать с помощью аппарата ренормализационной группы (РГ).

3. РГ-АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА

В первую очередь отметим, что структура квадратичного члена в (12) должна остаться неизменной после полного РГ-преобразования. Это означает, что на втором этапе преобразования частота ω будет перенормироваться как квадрат обратной длины [8, 14]. Отсюда немедленно следует, что критической размерностью для гамильтониана (12) служит $d_{kp}=2$. В пространстве меньшей размерности гауссова неподвижная точка становится неустойчивой.

Первый этап РГ-преобразования заключается в интегрировании пропагаторов по внешним ячейкам на плоскости $\mathbf{k}\omega$. Однако трудностей, связанных с необходимостью проведения такого интегрирования по внешней ячейке в ω-пространстве можно избежать, устремив параметр обрезания A к бесконечности. Тогда первый этап преобразования будет состоять только в интегрировании пропагаторов по внешним ячейкам в пространстве волновых векторов и по всем значениям частот. В связи с этим удобно в дальнейших выкладках использовать величину $G_{\mathbf{k}\tau}$ — фурье-компоненту пропагатора $G_{\mathbf{k}\omega}$ по частоте: $G_{\mathbf{k}\tau}=\int d\omega e^{i\omega t}G_{\mathbf{k}\omega}$.

$$(13)\qquad G_{\mathbf{k}\tau}=\begin{cases} e^{-\tau(r+\mathbf{k}^2)}, & \tau>0,\\ 1/2, & \tau=0,\\ 0, & \tau<0.\end{cases}$$

Ниже мы убедимся, что именно тождественное равенство нулю величины $G_{\mathbf{k}\tau}$ при $\tau<0$ и позволяет найти точные значения индексов в пространстве произвольной размерности.

Усеченный эффективный гамильтониан, представленный в виде (12), совпадает с гамильтонианом неидеального бозе — газа вблизи точки бозе-эйнштейновской конденсации [15—17] [3]. Задача о конденсации при $T=0$ для газа со взаимодействием $\tilde{\lambda}^4$ была решена в работе [17]. Оказалось, что во всех порядках по $\varepsilon=2-d$ РГ-уравнения для величины r и коэффициента при квадрате волнового вектора (массы) имеют «гауссовский» вид,

[3] Единственное отличие состоит в том, что в случае бозе-газа выбирается $G_{\mathbf{k},0}=0$ (ср. (13)). Поэтому в РГ-уравнениях работы [17] отсутствуют вклады петлевых диаграмм. Однако такие диаграммы не оказывают влияния на линеаризованные в окрестности неподвижной точки уравнения РГ (см. ниже текст).

иначе говоря индексы ν и η остаются при любом значении d такими же, как и в теории среднего поля. Проведенное в [17] рассмотрение можно обобщить и учесть также вклад в РГ-уравнения от слагаемых высших по $\tilde{\lambda}$ порядков (в общем случае такие слагаемые оказывают влияние на величины индексов начиная с $O(\varepsilon^3)$). Действительно, рассмотрим вклад, вносимый n-м кумулянтом от формы $2m$-го порядка по переменным $\tilde{\lambda}^*$ и $\tilde{\lambda}$ в уравнение для величины r. Общее число пар переменных $\tilde{\lambda}^*$ и $\tilde{\lambda}$, которое можно составить из такого кумулянта, равно mn. Как всегда, для вычисления перенормировки свободного члена в квадратичной форме нужно частоту и волновой вектор одной из пар положить равными нулю, а по всем остальным парам провести усреднение и проинтегрировать затем возникшие пропагаторы по частоте и по внешней ячейке в $\mathbf{k}$-пространстве [3]. Поскольку перенормировка определяется только связными диаграммами, то из $mn-1$ переменных интегрирования $\mathbf{k}$ и ω независимыми в действительности являются $(m-1)n$ частот и волновых векторов (только при таком числе интегралов добавка к величине r имеет нулевой порядок по $(1/\beta N)$). Таким образом, искомая величина Δr определяется следующей формулой:

$$\Delta r \sim \prod_{i=1}^{(m-1)n} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_i \int_{1/b}^{1} d\mathbf{k}_i \left\{ \prod_{p=1}^{mn-1} G_{\mathbf{k}_p \omega_p} \right\}. \tag{14}$$

В дальнейшем для нас будут важны только результаты интегрирования по частоте, так что зависимостью $G_{\mathbf{k}\omega}$ от волнового вектора мы будем пренебрегать.

В τ-пространстве эта же величина Δr будет определяться $(n-1)$-кратным интегралом по времени, поскольку при переходе к фурье-компонентам каждое из интегрирований по частоте накладывает связь на переменные τ_i:

$$\Delta r \sim \prod_{q=1}^{n-1} \int_{0}^{\infty} d\tau_q \left\{ \prod_{p=1}^{mn-1} G_{\tau_p} \right\}, \tag{15}$$

где τ_n, $\tau_{n+1} \ldots$ есть функции от первых $(n-1)$ переменных τ_q, а величины G_{τ_p} определены в (13).

Рассмотрим первоначально случай $n \neq 1$. Тогда, для того чтобы величина поправки (15) была отлична от нуля, необходимо, чтобы при положительных значениях переменной τ_q все остальные величины τ_i одновременно были бы неотрицательными (см. (13)). Покажем, что это условие неосуществимо.

Действительно, из фигурирующих в формуле (14) $(mn-1)$ частот у пропагаторов $(n-1)$ частот выражаются через остальные с помощью линейных уравнений связи. Поскольку, с одной стороны, в каждой из форм $2m$-го порядка суммы всех частот, служащих индексами у переменных $\tilde{\lambda}_\omega^*$ и переменных $\tilde{\lambda}_\omega$, равны между собой, а, с другой стороны, после исключения переменных с индексами во внутренней ячейке в каждой из форм заведомо остаются как величины $\tilde{\lambda}_\omega^*$, так и величины $\tilde{\lambda}_\omega$ (последнее справедливо именно потому, что мы ищем перенормировку одного из чле-

нов в квадратичной форме), то, по крайней мере, одна из линейно независимых частот ω_1 будет входить в уравнения связи только с положительным коэффициентом. Это связано с тем, что если в какой-то из форм, составляющих кумулянт, частота ω_1 входит со знаком + в индекс у переменной $\tilde{\lambda}_\omega{}^*$, то в качестве линейно зависимой частоты всегда можно выбрать один из индексов у переменных $\tilde{\lambda}_\omega$ в той же форме. При таком выборе линейно зависимых частот величина ω_1 автоматически будет входить с положительным знаком в уравнения связи.

При переходе от G_ω к G_τ интегрирование по этой частоте приведет, в свою очередь, к линейному уравнению для временных переменных τ_i, в котором все слагаемые с необходимостью будут иметь одинаковый знак. Следовательно, при любых положительных значениях переменных τ_q (см. (15)), по крайней мере, одна из оставшихся величин τ_j будет отрицательной и соответствующий ей пропагатор обратит искомый интеграл в нуль.

Для кумулянтов первого порядка ($n=1$) все переменные τ_i равны нулю. В этом случае величина поправки Δr есть константа, которая исчезает при линеаризации РГ-уравнения вблизи неподвижной точки.

Аналогичным образом можно показать, что и слагаемые, содержащие произведения форм различных порядков в n-м кумулянте, также не вносят вклад в величину Δr.

Итак, линеаризованное РГ-уравнение для переменной r имеет гауссовский вид:

$$\delta r' = b^{2-\eta}\delta r, \tag{16}$$

здесь δr — отклонение от неподвижной точки, b — параметр РГ-преобразования.

Отметим, что поскольку переход от формулы (8) к формуле (12) не является тождественным и изменяет вид критической поверхности, то само значение неподвижной точки r^* бессмысленно определять из формулы (12). Реальное же значение критического поля в пространстве произвольной размерности определяется условием $r\equiv 0$ [10].

Напомним, что выше мы рассматривали только особенности, связанные с интегрированием по частоте. Это означает, что все проведенные выкладки можно использовать и для нахождения РГ-уравнения для коэффициента при квадрате волнового вектора. Очевидно, что такое уравнение также является гауссовским. Следовательно, согласно общей теории фазовых переходов

$$\eta\equiv 0. \tag{17}$$

После этого из уравнения (16) немедленно получаем

$$\nu\equiv {}^1/_2. \tag{18}$$

Результаты (17) и (18) справедливы при любой величине размерности пространства d.

Подчеркнем еще раз, что несмотря на совпадение значений индексов ν и η с результатами теории среднего поля неподвижная точка при $d<2$ отнюдь не является тривиальной. Так, в первом порядке по $\varepsilon=2-d$ ком-

понента этой точки $U^{(2)}*$ равна

$$U^{(2)}*=2\pi\varepsilon. \tag{19}$$

В заключение отметим, что в нашем случае соотношения подобия отличаются от известных классических единственно заменой $d\to d+2$ во всех формулах, связывающих критические показатели, поскольку наличие дополнительной переменной ω, преобразующейся как квадрат обратной длины, фактически увеличивает размерность пространства на 2. Используя этот факт, а также выражения (17) и (18), можно легко получить формулы для остальных индексов в пространстве произвольной размерности:

$$\alpha=(2-d)/2, \quad \beta=d/4, \quad \gamma=1, \quad \delta=(d+4)/d. \tag{20}$$

Значения критических показателей (20) совпадают при $d=1$ с результатами точного решения одномерной задачи [22, 23].

Автору приятно поблагодарить М. И. Каганова за поддержку в работе и многочисленные консультации. Я также благодарен В. Л. Покровскому, Д. Е. Хмельницкому, Г. В. Уймину за обсуждение результатов работы и полезные замечания.

Литература

[1] *Wilson K. J., Kogut J.*— Phys. Rep., 1974, *C12*, № 2, 75–200.
[2] *Fisher M. E.*— Rev. Mod. Phys., 1974, *46*, № 2, 597–616.
[3] *Ма Ш.-К.* Современная теория критических явлений. М.: Мир, 1980, 290 с.
[4] *Паташинский А. З., Покровский В. Л.* Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982, 382 с.
[5] *Hertz J. A.*— Phys. Rev., 1976, *B14*, № 3, 1166–1184.
[6] *Young A. P.*— J. Phys., 1975, *C8*, № 15, L309–L313.
[7] *Suzuki M.*— Progr. Theor. Phys., 1976, *56*, № 5, 1454–1469.
[8] *Goldhirch I.*— J. Phys., 1979, *C12*, № 24, 5345–5350.
[9] *Goldhirch I., Levich E., Yachot V.*— Phys. Rev., 1979, *B19*, № 9, 4780–4796.
[10] *Цукерник В. М., Филатова Л. Д.*— ЖЭТФ, 1967, *53*, № 6, 2203–2209.
[11] *Чубуков А. В.*— ЖЭТФ, 1983, *85*, № 4, 1319–1334.
[12] *Белов К. П., Кадомцева А. М., Звездин А. К., Левитин Р. З.* Ориентационные фазовые переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука, 1979. 320 с.
[13] *Стратонович Р. Л.*— ДАН СССР, 1957, *115*, № 6, 1097–1100. *Hubbard J.*— Phys. Rev. Lett., 1959, *3*, № 2, 77–79.
[14] *Gerber P. R., Beck H.*— J. Phys., 1977, *C10*, № 20, 4013–4022.
[15] *Busiello G., De Ceasare L.*— Phys. Lett., 1980, *77A*, № 3, 177–180.
[16] *Zagetti M.*— Phys. Rev., 1980, *B22*, № 11, 5267–5270.
[17] *Usunov D. J.*— Phys. Lett., 1981, *87A*, № 1, 11–14.
[18] *Kopeć T. K., Kozlovsky G.*— Phys. Lett., 1983, *95A*, № 2, 104–106.
[19] *Bruce A. D., Droz M., Aharony A.*— J. Phys., 1974, *C7*, № 20, 3673–3685.
[20] *Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В.* Спиновые волны. М.: Наука, 1967, 368 с.
[21] *Clauder J.*— Ann. Phys., 1960, *11*, № 2, 123–168.
[22] *Пикин С. А., Цукерник В. М.*— ЖЭТФ, 1966, *50*, № 5, 1377–1380.
[23] *Пономарев В. И., Конторович В. М., Цукерник В. М.*— ЖЭТФ, 1973, *65*, № 3, 1212–1218.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 14.IX.1983 г.

ON THE REORIENTATION PHASE TRANSITION IN QUANTUM SPIN SYSTEMS WITH TWO-COMPONENT ORDER PARAMETERS

Chubukov A. V.

The critical exponents for $T=0$ field induced reorientation phase transition in the system with the XY symmetry are calculated using renormalization group approach. It is shown that at arbitrary space dimension the values of indices ν and η are the same as in the Landau theory ($\nu=1/2$, $\eta=0$).