

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. И. Ивандаев, Р. И. Нигматулин, Элементарной теории критических (максимальных) расхождений двухфазных смесей, *ТВТ*, 1972, том 10, выпуск 5, 1055–1064

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.238.202.29

10 ноября 2024 г., 19:32:38



УДК 532.54

К ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ТЕОРИИ КРИТИЧЕСКИХ (МАКСИМАЛЬНЫХ) РАСХОДОВ ДВУХФАЗНЫХ СМЕСЕЙ

А. И. Исандаев, Р. И. Нигматуллин

Рассмотрены основы теории критического истечения двухфазных смесей, осложненного в отличие от однофазного случая многоскоростными и многотемпературными эффектами, а также эффектами переменности фазового состава. Предлагается ряд моделей дисперсно-кольцевого режима течения смеси, на основе которых получены существенно разные конечные соотношения для определения расходов запаривания в различных условиях истечения. Показано, что для однозначного определения двухфазного критического расхода по известным выходным давлению и паросодержанию необходимо дополнительное задание ряда параметров, зависящих от предыстории потока. Обсуждаются возможности применения полученных соотношений, выясняется связь понятий критической скорости и скорости звука в смеси. На примере истечений через длинные трубы проводится сравнение результатов расчета с экспериментами различных авторов. Подчеркивается, что лишь учет практически равновесного течения части жидкости (мелких жидких капель) с газовой фазой, т. е. использование дисперсно-кольцевой модели с односкоростным двухфазным ядром, позволяет добиться хорошего совпадения теоретических и экспериментальных результатов при малых паросодержаниях.

При течении сжимаемой жидкости через трубы, сопла и отверстия возможно наступление критического режима, когда дальнейшего увеличения расхода среды нельзя добиться за счет уменьшения противодавления. Эксперименты подтверждают существование критических потоков и для сжимаемых двухфазных сред. Знание критических расходов смесей важно, так как они определяют максимальные мощности соответствующих систем и возможности быстрой разгерметизации объемов, содержащих двухфазную среду в качестве рабочего тела. В зарубежной литературе этому вопросу уделяется большое внимание. В качестве основной цели обычно ставится получение конечных соотношений, определяющих максимальный расход. Существенный недостаток работ [1—13] — замкнутость в рамках моделей, игнорирующих реальную структуру двухфазного потока, а также отсутствие оценок применимости элементарных теорий такого рода.

Рассмотрим более подробно некоторые положения работ, основанных на двухскоростных и однотемпературных моделях, так как выведенные с их помощью соотношения получили в настоящее время широкое применение в практических расчетах.

Следует считать неудовлетворительным использование однотемпературной модели (насыщенный поток) для описания течений в соплах, коротких трубах и отверстиях [3, 4, 8]. Необоснованно предположение о независимости коэффициентов скольжения от давления [4], а также другие попытки получить критический коэффициент скольжения без учета предыстории процесса [3, 6, 8, 12]. Кроме того, в работах [3, 6, 8, 12] имеются неточности в исходных уравнениях сохранения. Так, в уравнениях импульсов фаз неправильно учитывается обмен импульсами меж-

ду паром и жидкостью за счет фазовых переходов. Это ошибка достаточно типична и встречается не только в упомянутых работах. В связи с этим в [8] получено ошибочное выражение для дифференциала энтропии смеси*. Отметим, что некоторые неточности [8] в дальнейшем были исправлены в [9]. Некоторое исключение представляет работа [14].

1. Многотемпературные, многотемпературные эффекты и эффекты переносности фазового состава существенно меняют и осложняют сравнительно простую теорию критического расхода однофазной сжимаемой жидкости. Для описания явления предложен ряд моделей, учитывающих специфику двухфазных сред. Простейшая из них — односкоростная модель [2, 5]. Попытки улучшить ее привели к созданию двухскоростной модели двухслойного или кольцевого течения [3, 4, 6], в которой предполагается, что жидкость и пар движутся с различными скоростями (жидкость — в виде пленки на стенке трубы, пар — в ядре потока).

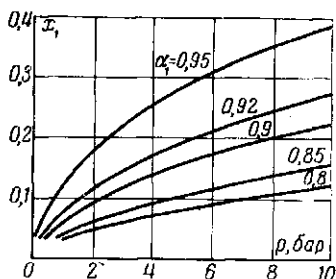


Рис. 1. Связь истинных объемных и весовых расходных паросодержаний

Однако такое кольцевое (разделенное) течение в действительности возможно лишь в очень узком диапазоне режимных параметров, не соответствующих условиям при критическом истечении. При достаточно больших скоростях потока часть жидкости (иногда даже большая) срывается с пристенной пленки и движется в виде капель в высокоскоростном ядре потока. Между пленкой и ядром происходит постоянный обмен жидкостью. Такой режим течения принято называть дисперсно-кольцевым [15]. В общем случае для его описания необходимо использовать трехскоростную и трехтемпературную модель с неравновесными процессами испарения, конденсации, срыва капель с пленки и осаднения на нее.

Существенным параметром, задающим структуру такого течения, является доля жидкости в ядре потока, которая зависит от соотношения сил, возмущающих пленку и стабилизирующих ее. При достаточно больших скоростях этот механизм характеризуется числом Вебера.

Некоторым критерием существования того или иного структурного режима может служить величина истинного объемного паросодержания α_1 . В практических целях обычно пользуются весовыми расходными паросодержаниями x_1 . В этом случае границами различных структурных областей можно считать кривые постоянных объемных паросодержаний $\alpha_1(p, x_1) = \text{const}$.

Некоторые данные [16, 17] и оценки показывают, что при достаточно больших скоростях нижней границей области дисперсно-кольцевого режима можно считать кривую $\alpha_1(p, x_1) = \text{const}$. При $\alpha_1 > 0,8$ такой режим течения практически всегда реализуется. В общем случае трехскоростной и трехтемпературной модели течения связь истинных объемных α_i и весовых расходных x_i паросодержаний составляющих имеет вид

$$\alpha_i = r_i k_i x_i / \sum_{j=1}^3 r_j k_j x_j \quad (r_i = \rho_i^0 / \rho_i^*, k_i = u_i / u_i^*) \quad (1)$$

Здесь и далее индексы $i = 1, 2, 3$ относятся к газу (пару), пленке и жидким каплям в ядре, соответственно; ρ_i^0 и u_i — истинная плотность и скорость i -составляющей; величина k — коэффициент скольжения.

Наиболее исследован в экспериментальных работах и имеет наибольший интерес для практики следующий диапазон выходных (критических)

* Неточности данной работы отмечены в реферате Р. И. Нигматулипа, РЖМех., 1969, 9Б, 828.

весовых паросодержаний и давлений;

$$0,03 < x_1 < 1, \quad 1 \text{ бар} \leq p \leq 10 \text{ бар}. \quad (2)$$

Приведенные на рис. 1 кривые $\alpha_1(p, x_1) = \text{const}$ показывают, что дисперсно-кольцевая структурная модель физически реальна в диапазоне (2). Кривые построены для случая $x_3 = 0$, $k_2 = (\rho_2 / \rho_1^0)^{1/3}$. Однако наличие капель в ядре потока лишь увеличивает истинное паросодержание при фиксированном расходе.

В рамках элементарной теории задача определения двухфазного критического расхода в отличие от однофазного по известным выходным давлению p и паросодержанию x_1 — незамкнута. В общем случае трехскоростного и трехтемпературного потока конечное соотношение для определения критического расхода смеси G_c имеет вид

$$G_c = G_c(p, x_1, x_3, k_2, k_3, v_1, v_2, v_3). \quad (3)$$

Таким образом, требуется дополнительное задание ряда параметров: доли жидкости в ядре x_3 , коэффициентов скольжения k_2, k_3 и коэффициентов переохлаждения (перегрета) составляющих $v_i = T_i / T_s(p)$ ($i = 1, 2, 3$).

Точное решение этой задачи связано с численным интегрированием полной исходной системы уравнений, т. е. с учетом влияния предыстории процесса на образование критических условий в выходном сечении. Однако для приложений важно конкретизировать зависимость типа (3). Это можно сделать, используя дополнительные приближенные зависимости вида

$$\chi = \chi(p, x_1) \quad (\chi = x_3, k_2, k_3, v_1, v_2, v_3). \quad (4)$$

Отметим, что конкретный вид (3) и число произвольных параметров существенно зависят от исходных модельных предположений (насыщенный поток, двухскоростная дисперсно-кольцевая модель и т. д.).

2. Полагая справедливыми основные допущения гидромеханики многофазных сред [18] запишем уравнения одномерного установившегося движения смеси по трубам в дисперсно-кольцевом режиме течения.

Уравнения сохранения масс (z — расстояние вдоль оси трубы):

$$\begin{aligned} dm_1/dz &= J_{21} + J_{31} - J_{13} - J_{12} & (m_1 &= \alpha_1 \rho_1^0 u_1), \\ dm_2/dz &= J_{12} + J_{32} - J_{21} - J_{23} & (m_2 &= \alpha_2 \rho_2^0 u_2), \\ dm_3/dz &= J_{13} + J_{23} - J_{31} - J_{32} & (m_3 &= \alpha_3 \rho_3^0 u_3) \\ & & (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 &= 1). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь m_j — удельный массовый расход соответствующей фазы, J_{ij} ($J_{ij} \geq 0$) — «наблюдаемые» скорости перехода массы (19) из i -составляющей в j в единице объема смеси (на единице длины трубы). Скорости J_{12}, J_{13} характеризуют конденсацию (если конденсации нет, то $J_{13} = J_{12} \equiv 0$); J_{21}, J_{31} — испарение пленки и капель; J_{23} и J_{32} — срыв капель с пленки и осаждение на нее.

Из (5) следует интеграл массы смеси

$$m_1 + m_2 + m_3 = G = \text{const}. \quad (6)$$

Уравнения импульсов для первой, второй и третьей составляющих имеют вид

$$\begin{aligned} m_1(du_1/dz) + \alpha_1(dp/dz) &= -f_{21} - f_{31} + J_{21}(u_{21} - u_1) - \\ &\quad - J_{12}(u_{12} - u_1) + J_{31}(u_{31} - u_1) - J_{13}(u_{13} - u_1), \\ m_2(du_2/dz) + \alpha_2(dp/dz) &= -f_{12} - f_w + J_{12}(u_{12} - u_2) - \\ &\quad - J_{21}(u_{21} - u_2) + J_{32}(u_{32} - u_2) - J_{23}(u_{23} - u_2), \\ m_3(du_3/dz) + \alpha_3(dp/dz) &= -f_{13} + J_{13}(u_{13} - u_3) - \\ &\quad - J_{31}(u_{31} - u_3) + J_{23}(u_{23} - u_3) - J_{32}(u_{32} - u_3). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь f_{ij} — сила трения, действующая со стороны i -фазы на j ($f_{ij} = -f_{ji}$), f_w — сила трения пленки о стенку трубы; u_{ij} характеризуют скорости масс, претерпевающих фазовые превращения, срыв или осаждение.

Закон сохранения энергии смеси можно записать в виде интеграла энергии

$$m_1[i_1(p, T_1) + (u_1^2/2)] + m_2[i_2(p, T_2) + (u_2^2/2)] + m_3[i_3(p, T_3) + (u_3^2/2)] = \text{const.} \quad (8)$$

Уравнения для внутренних энергий жидких составляющих имеют вид

$$\begin{aligned} m_2(de_2/dz) &= J_{12}(i_{2s} - i_2) - J_{21}(i_{1s} - i_2) + q_2 + \\ &+ J_{32}(e_{32} - e_2) - J_{23}(e_{23} - e_2) + J_{12}(u_{12} - u_2)^2/2 - \\ &- J_{21}(u_{21} - u_2)^2/2 + J_{32}(u_{32} - u_2)^2/2 - J_{23}(u_{23} - u_2)^2/2, \\ m_3(de_3/dz) &= J_{13}(i_{3s} - i_3) - J_{31}(i_{1s} - i_3) + q_3 + J_{23}(e_{23} - e_3) - \\ &- J_{32}(e_{32} - e_3) + J_{13}(u_{13} - u_3)^2/2 - J_{31}(u_{31} - u_3)^2/2 + \\ &+ J_{23}(u_{23} - u_3)^2/2 - J_{32}(u_{32} - u_3)^2/2. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь i — удельная энтальпия; e — удельная внутренняя энергия; e_{ij} — внутренняя энергия массы, претерпевающей переход $i \rightarrow j$; q_j — приток тепла со стороны газовой фазы к j . Индекс s относится к состоянию насыщения. Изменением внутренней энергии жидкости в результате деформации пренебрегаем.

Система уравнений (5), (7) — (9) будет замкнута, если заданы уравнения состояния составляющих и законы их взаимодействия. Уравнения состояния примем в виде

$$\begin{aligned} p &= \rho_1^\circ R_1 T_1, \quad \rho_2^\circ = \text{const}, \quad \rho_3^\circ = \text{const}, \\ i_1(p, T_1) &= c_2(T_1 - T^\circ) + p/\rho_1^\circ + l(p) + c_{p1}(T_1 - T_s), \\ i_2(p, T_2) &= c_2(T_2 - T^\circ) + p/\rho_2^\circ, \\ i_3(p, T_3) &= c_3(T_3 - T^\circ) + p/\rho_3^\circ \end{aligned} \quad (10)$$

($c_{p1}, c_2, c_3 = \text{const}$).

Подробный анализ взаимодействия, а также вывод уравнений гидромеханики дисперсно-кольцевых течений в трубах может быть найден в [20]. Однако для рассматриваемой ниже элементарной теории, когда не нужно интегрировать систему дифференциальных уравнений, необходимость конкретизации этих законов для принятой модели отпадает. Существенными являются лишь априорные допущения о характере межфазных взаимодействий, приводящие по существу к различным частным моделям течения двухфазных потоков.

Широко распространенным допущением такого рода является предположение о существовании термодинамического равновесия между фазами (однотемпературная модель, насыщенный поток). Такая модель хорошо описывает реальное течение смеси с фазовыми превращениями в длинных трубах, когда скорости фазовых переходов и межфазного теплообмена достаточны для поддержания в каждом сечении трубы состояния равновесного насыщения, характеризуемого одной температурой $T_s(p)$.

С математической точки зрения равновесная однотемпературная модель более проста. В этом случае нет необходимости рассматривать дифференциальные уравнения (9), а также задавать законы испарения, конденсации и теплообмена составляющих. Достаточно интеграла энергии (8), который будет иметь более простой вид

$$m_1(u_1^2/2) + m_2(u_2^2/2) + m_3(u_3^2/2) + m_1 l(p) + G i_2(p) = \text{const}, \quad (11)$$

и наличия связи давления и температуры. Ее можно задать, например, уравнением Клапейрона — Клаузиуса

$$dT_s/dp = [(1/\rho_{1s}^\circ) - (1/\rho_2^\circ)](T_s/l(p)) \quad (T_s = T_s(p)). \quad (12)$$

В рамках такой модели скорости испарения и конденсации ($J_{31}, J_{21}, J_{13}, J_{12}$) определяются автоматически из условия фазового равновесия. При этом очевидна пропорциональность

$$J_{21}, J_{31}, J_{12}, J_{13} \sim dp/dz. \quad (13)$$

Отметим, однако, что условие фазового равновесия определяет лишь величины ($J_{31} + J_{21}$) и ($J_{13} + J_{12}$). Для разбивания этих сумм нужны дополнительные предположения, задающие по сути дела коэффициент

$$\mu = J_{31}/J_{21} = J_{13}/J_{12} \quad (0 \leq \mu < \infty). \quad (14)$$

Таковыми предположениями могут быть, в частности, допущения о пропорциональности соответствующих скоростей поверхностям раздела или величинам масс жидких составляющих.

Другая упрощенная модель дисперсно-кольцевого течения — двухскоростная модель с гомогенным ядром. Она позволяет учесть факт равновесного течения части жидкости (мелкие капли в паровом ядре) с газовой фазой.

Уравнение импульса в этом случае следует писать для ядра в целом

$$m_{13}(du_1/dz) + \alpha_{13}(dp/dz) = -f_{21} + J_{21}(u_{21} - u_1) - J_{12}(u_{12} - u_1) + J_{23}(u_{23} - u_1) - J_{32}(u_{32} - u_1) \quad (m_{13} = m_1 + m_3, \alpha_{13} = \alpha_1 + \alpha_3). \quad (15)$$

Далее будем использовать безразмерные переменные и параметры

$$x_i = m_i/G, \quad U_i = u_i/a_c, \quad P = p/p_c, \quad L = l/a_c^2, \\ v_i = \rho_{i0}^\circ/\rho_i^\circ, \quad k_i = (u_i/u_i^\circ)(a_c^2 = \gamma p_c/\rho_{i0}^\circ); \\ i = 1, 2, 3, 13), \quad (16)$$

а также приведенные члены характеризующие взаимодействия

$$f^* = f/G, \quad f_w^* = f_w/G, \quad J_{jk}^* = J_{jk}/G.$$

Здесь индексом «с» отмечены величины в фиксированном выходном сечении трубы, где реализуются условия критического истечения.

С учетом (10) — (16) из (5) — (8) получим в качестве примера следующую полную систему дифференциальных уравнений (замкнутую систему линейных алгебраических уравнений относительно производных dp/dz , dU_1/dz , dU_2/dz ...), описывающую течение двухскоростного насыщенного дисперсно-кольцевого потока в трубах:

$$\frac{dx_{13}}{dz} - \frac{1}{1 + \mu} \frac{dx_1}{dz} = J_{23}^* - J_{32}^*, \\ (x_1 + x_2 + x_3 = 1) \\ x_2 \frac{dU_2}{dz} + \frac{x_2 v_2}{\gamma U_2} \frac{dP}{dz} = -f_w^* + f^* \\ x_{13} \frac{dU_1}{dz} + (x_1 + rx_3) \frac{v_1}{\gamma U_1} \frac{dP}{dz} + (U_1 - U_2) \frac{dx_{13}}{dz} = -f^*, \\ x_{13} U_1 \frac{dU_1}{dz} + x_2 U_2 \frac{dU_2}{dz} + \left(x_1 L' + \frac{v_2}{\gamma} + \frac{(1-r)v_1^2 C_2 P}{\gamma L} \right) \frac{dP}{dz} + \\ + L \frac{dx_1}{dz} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2} \frac{dx_{13}}{dz} = 0, \\ \frac{(x_1 + rx_3)}{x_1 U_1} \frac{dU_1}{dz} + \frac{rkx_2}{x_1 U_2} \frac{dU_2}{dz} - \frac{v_1(1-r)P - \gamma L}{\gamma LP} \frac{dP}{dz} - \\ - (1-r) \frac{1}{x_1} \frac{dx_1}{dz} + \frac{r(k-1)}{x_1} \frac{dx_{13}}{dz} = 0. \quad (17)$$

Здесь четвертое уравнение соответствует интегралу энергии смеси (получено дифференцированием (11)), пятое — следствие уравнений со-

стояния (10) и сохранения массы (6). Здесь и далее штрих означает полную производную по безразмерному давлению.

3. На основании рассмотренных моделей двухфазного течения получим ряд конечных соотношений для определения критических расходов и изучим возможности их конкретизации. Аналогично случаю истечения однофазного газа для течения двухфазной n -скоростной смеси можно определить некоторую гиперповерхность критических скоростей в пространстве (u_1, u_2, \dots, u_n) , разделяющую области ускоренного и замедленного движения вдоль трубы. Как известно, таким критическим скоростям соответствует особенность в поле интегральных кривых систем дифференциальных уравнений типа (17); ее следует находить, приравняв нулю определитель из коэффициентов при производных рассматриваемой системы. При заданных коэффициентах скольжения задача сводится к определению критической скорости какой-либо одной составляющей.

В результате упомянутые выше модели дисперсно-кольцевого течения позволяют получить следующие зависимости для определения критических скоростей газовой фазы. (Отметим, что $v_{ic} \equiv r_{ic}$; $r_{ic} = 1$. Далее всюду индекс «с», относящийся к выходному сечению, для всех параметров опускается.)

1. Трехскоростная и трехтемпературная модель

$$u_{ic} = a_1^f \left[\frac{1}{x_1} \left(\sum_{i=1}^3 r_i^2 k_i^3 x_i \right) \right]^{1/2}, \quad (18)$$

где a_1^f — замороженная скорость звука газовой фазы. Для однокомпонентной двухфазной смеси она имеет вид [21]

$$a_1^f = \left[\frac{\gamma C_1}{r + C_1 + \gamma L' + \gamma (C_2 - C_1) \theta_s'} \frac{p_c}{\rho_{ic}^{\circ}} \right]^{1/2}. \quad (19)$$

2. Двухскоростная и трехтемпературная модель (с односкоростным ядром)

$$u_{ic} = a_1^f \left[\frac{1}{x_1} \left(r_2^2 k_2^3 x_2 + \frac{(x_1 + r_3 x_3)^2}{(x_1 + x_3)} \right) \right]^{1/2}. \quad (20)$$

3. Двухскоростная однотемпературная модель (насыщенный поток).

В этом случае критическая скорость газообразной фазы определяется из решения биквадратного уравнения

$$a u_{ic}^4 + b u_{ic}^2 + c = 0, \quad (21)$$

где коэффициенты a, b, c равны

$$\begin{aligned} a &= -\frac{(k-1)^2}{2k^2(1+\mu)} B_1, & c &= -\frac{L}{\gamma x_1} \left(r^2 k^3 x_2 + \frac{(x_1 + r x_3)^2}{x_1 + x_3} \right), \\ b &= \frac{(k-1)^2}{2k^2(1+\mu)\gamma x_1} \left(r^2 k^3 x_2 + \frac{(x_1 + r x_3)^2}{x_1 + x_3} \right) + L B_1 + \frac{x_1 B_2 + B_3}{x_1} \xi, \\ & \left(\xi = 1 - r - \frac{(k-1)r}{1+\mu} + \frac{k-1}{k(1+\mu)} \frac{x_1 + r x_3}{x_1 + x_3} \right), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\left(B_1 = 1 - \frac{1-r}{\gamma L}, B_2 = L' - \frac{1-r}{\gamma}, B_3 = \frac{(1-r)C_2}{\gamma L} \right),$$

$$(r_2 = r_3 = r, k_2 = k, k_3 = 1).$$

При известной критической скорости u_{ic} удельный расход запираания

можно определить по формуле

$$G_c = \rho_{1c} \circ u_{1c} / \sum_{i=1}^3 r_i k_i x_i \quad (23)$$

Как видно из (18) — (23) двухфазный критический расход действительно зависит не только от термодинамических параметров, но и от ряда дополнительных коэффициентов (зависимость типа (3)). При этом в случае трехтемпературной модели коэффициенты v_i входят в зависимости (18) — (23) неявным образом (они позволяют определить истинные

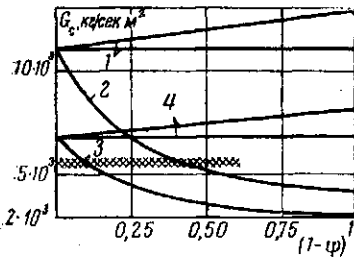


Рис. 2

Рис. 2. Влияние доли жидкости в ядре на величину критического расхода

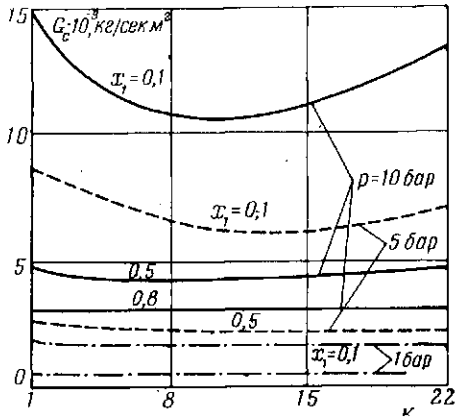


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость критического расхода от величины коэффициента скольжения

плотности составляющих $\rho_i \circ (T_i)$ по значению выходного давления p , задающего однозначно лишь температуру $T_c(p)$.

Следует отметить взаимосвязь между скоростью звука и критической скоростью при истечении двухфазного потока. Из [21, 22] ясно, что критические скорости (18), (20) — (22) есть ни что иное, как замороженные (максимальные) скорости распространения звука относительно газовой фазы в зарпес неравновесной ($k_i, v_i \neq 1$) двухфазной смеси (для заданной модели двухфазной среды).

Заметим, что полученные соотношения (18) — (23) включают в себя, как частные случаи, известные ранее результаты. Так, например, используя предельные допущения о распределении фаз в потоке ($x_2 = 0, x_3 = 0$) из (20) — (23) легко получить выражения, совпадающие с точностью до факторов незначительных при данном анализе с результатами, известными ранее для односкоростной [2, 5, 23, 24], кольцевой [8, 12] моделей соответственно. При $k = 1$ соотношения (18) — (23), особенно (21), (22), упрощаются. При этом в качестве критической скорости (21), (22) ($x_3 = 0$) будет фигурировать некоторая условная, равновесная по теплообмену и фазовым переходам, но замороженная по скоростям, скорость звука.

С помощью соотношений (18) — (23) проведены расчеты критических режимов течения пароводяных смесей. Расчеты проводились в диапазонах выходных давлений $p = 1 \div 20$ бар и расходных паросодержаний $x_1 = 0,03 - 1$.

На рис. 2 представлено влияние доли жидкости в ядре потока ($1 - \psi$) ($\psi = x_2 / (x_2 + x_3)$ — доля жидкости в пленке) на удельные критические расходы, рассчитанные по формулам (18) — (23). Приводимые зависимости построены для давления $p = 5$ бар и паросодержания $x_1 = 0, 1$.

При этом $k_2 = (\rho_2^\circ / \rho_1^\circ)$, $v_1 = v_2 = v_3 = 1$. Кривые 1, 2, 3 соответствуют выражениям (18), (20) и (21), (22); кривая 4 — следствие модели трехскоростного, но однотемпературного потока. Заштрихованная полоса показывает экспериментальное значение критического расхода через длинную трубу при данных выходных параметрах.

На рис. 3 показано влияние коэффициента скольжения на величину критического расхода. Приводимые кривые построены для соотношений (21), (22) при $x_3 = 0$; в других случаях характер зависимостей сохраняется.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие качественные выводы: разные соотношения для определения критических расходов дают существенно различные результаты (кривые 1—4, рис. 2). При этом для моделей с односкоростным ядром наличие капель в ядре ($x_3 \neq 0$) уменьшает при прочих равных условиях величину критического расхода. Как отмечалось в 2, это отражает факт равновесного течения с паром части жидкой фазы; при изменении коэффициента скольжения значения критического расхода меняются не монотонно: при $k_2 \cong (\rho_2^\circ / \rho_1^\circ)^{1/2}$ функции $G_c(k)$ имеет минимум; с увеличением расходного паросодержания и уменьшением давления влияние коэффициентов скольжения и доли жидкости в пленке на G_c заметно уменьшается, что значительно упрощает элементарную теорию критических расходов при малых выходных давлениях ($p < 10$ бар) и больших паросодержаниях ($x_1 > 0,3 \div 0,4$), вариации коэффициентов v_i , а также коэффициента (14) не оказывают практического влияния на результаты.

Вопрос об использовании того или иного соотношения (или их модификаций) из (18)—(22) для практических расчетов должен решаться с учетом соответствия исходных предположений условиям действительного истечения. Так, соотношения (21) и (22) целесообразно применять для определения критических расходов парожидкостных смесей через длинные трубы (см. 2); для определения расходов запаривания смесей при отсутствии фазовых превращений и расходов через короткие трубы и отверстия более подходит (20). Выражение (18) есть ни что иное, как предельная критическая скорость, соответствующая полностью неравновесному истечению (при $k = 1$ (18) совпадает с выражением для замороженной скорости звука [21]).

Для конкретизации выражений (18)—(23) необходимо использовать дополнительные приближенные зависимости типа (4). При задании их следует учитывать упомянутые выше результаты анализа. Так как для давлений $p < 5 \div 10$ бар и достаточно больших паросодержаний $x_1 > 0,3 - 0,4$ значения критических расходов практически не зависят от k и x_3 , можно положить $k = 1$ и $x_3 = 0$. В этом случае соотношения (18)—(23) (особенно (21)—(23)) сильно упрощаются. Таким образом, экспериментальные данные по критическим расходам через длинные трубы при высоких паросодержаниях ($x_1 > 0,3 - 0,4$) достаточно хорошо описываются следующим упрощенным аналогом соотношений (21)—(23):

$$G_c = \frac{\rho_{1c}^\circ}{x_1 + r x_2} \left\{ \frac{1 + (x_2/x_1)r^2}{1 - \frac{1-r}{\gamma L} \left[2 - (r + \gamma L') + \frac{(1-r)C_2}{L x_1} \right]} \frac{p_c}{\rho_{1c}^\circ} \right\}^{1/2}. \quad (24)$$

Соответствующие расчетные кривые для паросодержаний $x_1 = 0,6; 0,7$ нанесены на рис. 4, а и б сплошными линиями.

Несколько сложнее обстоит дело при меньших расходных паросодержаниях ($x_1 < 0,3$) и больших давлениях ($p > 5 - 10$ бар), когда x_3 и k_2 сильно влияют на критический расход. В этом случае чисто кольцевая модель ($x_3 = 0$) даже при $k_2 = (\rho_1^\circ / \rho_2^\circ)^{1/2}$ (при котором, как указывалось выше, реализуются минимальные теоретические значения G_c) дает значения расходов, превышающие экспериментальные (рис. 4, пунктир-

ные кривые для $x_1 = 0,1; 0,2$). Таким образом, кольцевая модель не пригодна для описания экспериментальных результатов в области малых x_1 . Только учет практически равновесного течения части жидкости в ядре потока ($x_2 > 0$), т. е. использование дисперсно-кольцевой модели с односкоростным ядром, позволяет получить меньшие теоретические значения G_c и добиться хорошего описания экспериментальных результатов, например, в длинных трубах, с помощью соотношений (21)–(23) (рис. 4, сплошные линии).

Заметим, что расчеты с учетом устойчивости пленки [20] и эксперименты [25] показывают, что величина $(\rho_2^\circ / \rho_1^\circ)^{1/3}$, широко используемая

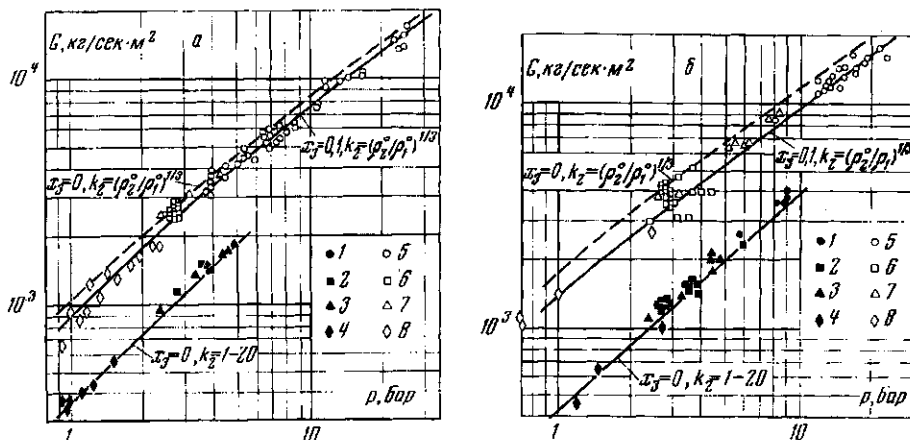


Рис. 4. Сравнение результатов расчета с опытными данными, приводимыми в [3]:

1, 5 — данные Фауске; 2, 6 — данные Фалетти; 3, 7 — данные Залудека; 4, 8 — данные Мон; а: 1–4 — $0,65 < x_1 < 0,75$; 5–8 — $0,13 < x_1 < 0,25$; б: 1–4 — $0,55 < x_1 < 0,65$; 5–8 — $0,05 < x_1 < 0,15$

рядом авторов для задания коэффициента скольжения, как правило, никакого отношения к этому коэффициенту не имеет. При больших паросодержаниях $x_1 > 0,3–0,5$ k существенно превышает $(\rho_2^\circ / \rho_1^\circ)^{1/3}$, но это не влияет на величину критического расхода (рис. 3).

Величина k может существенно отличаться от $(\rho_2^\circ / \rho_1^\circ)^{1/3}$ и при достаточно малых паросодержаниях. Это означает, что для соответствия теоретических и экспериментальных результатов следует принимать большие, чем 0,1 (близкие к реальным), значения x_2 в выражениях (20)–(22) для вычисления критических расходов.

Расчет конкретных систем при наличии критических условий сводится к правильному учету факторов скоростной, температурной и фазовой неравновесностей в критических точках (сечениях), т. е. к учету истории процесса. В элементарной постановке это приводит, в частности, к выбору того или иного из соотношений (18)–(22) в зависимости от конкретного случая.

Таким образом, полученные результаты могут быть использованы как для целей систематической обработки экспериментальных данных, так и непосредственно в инженерных расчетах двухфазных критических расходов при различных условиях истечения.

Институт механики МГУ

Поступила в редакцию
24 I 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Гужов, В. Ф. Медведев. Теплоэнергетика, № 8, 1966.
2. В. В. Дворниченко. Теплоэнергетика, № 6, 1967.
3. С. Леви. Теплопередача, № 1, 1965.
4. Ф. Муди. Теплопередача, № 1, 1965.
5. Старкман и др. Технические основы инженерных расчетов, № 2, 1964.

6. H. K. Fauske. Appl. Sci. Res., Sect. A, **13**, 1964.
 - 7 J. E. Gruver, R. W. Moulton. A. I. Ch. E. J., **13**, № 1, 1967.
 8. Y. Katto. Bull. JSME, **11**, № 48, 1968.
 9. Y. Katto. Bull. JSME, **12**, № 54, 1969.
 10. A. N. Nachavandi, R. E. von Hollen. Nucl. Sci. and Eng., **22**, № 4, 1965.
 11. H. Ogasawara. Bull. JSME, **10**, № 38, 1967.
 12. H. Ogasawara. Bull. JSME, **12**, № 52, пер. 3, 1969.
 13. H. Ogasawara. Bull. JSME, **12**, № 52, пер. 4, 1969.
 14. Ф. Муди. Теплопередача, № 3, 1969.
 15. Л. Тонг. Теплоотдача при кипении и двухфазное течение. «Мир», 1969.
 16. М. В. Давыдова, В. И. Зеленский, П. А. Кириллов. Инж.-физ. ж., **17**, № 1, 1969.
 17. Н. В. Тарасова, А. И. Леонтьев. Теплофизика высоких температур, **3**, № 1, 1965.
 18. Р. И. Нигматулин. ПММ, **34**, вып. 6, 1970.
 19. Р. И. Нигматулин. Механика жидкостей и газов, № 5, 1967.
 20. Р. И. Нигматулин. ПМТФ, № 6, 1971.
 21. А. И. Ивандяев, Р. И. Нигматулин. ПМТФ, № 5, 1970.
 22. Р. И. Нигматулин. Вест. МГУ, Матем. и мех., № 4, 1969.
 23. М. Д. Вайсман. Термодинамика парожидкостных потоков. «Энергия», 1967.
 24. М. Е. Дейч, Г. А. Филиппов. Газодинамика двухфазных сред. «Энергия», 1968.
 25. L. E. Gill, C. F. Hewitt, J. W. Hitchon. Sampling probe studies of gas core in annular two phase flow, part 2, Harwell, AERE, R-3955, 1963.
-