19. Ф о к и н Д. А. Построение крылового профиля в газе Чаплыгина методом квазирешений обратных краевых задач // Тезисы докл. II респ. конф. по проблемам машиностроения. Наб.Челны,1987.- С. 61.

20. Е л и з а р о в А. М., И л ь и н с к и й Н. Б., П о т а ш е в А. В. Построение крыловых профилей методом квазирешений обратных краевых задач // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. - 1988. - № 3. - С.5 - 13.

21. Е л и з а р о в А. М., И л ь и н с к и й Н. Б. Метод квазирешений в обратной краевой задаче гидроаэродинамики // Изв. вузов. Математика. - 1984. - № 10. - С. 50 - 59.

22. Е л и з а р о в А. М., Ф о к и н Д. А. Обратная краевая задача аэрогидродинамики с заданием распределения скорости для двух углов атаки // Тр. семинара по краевым задачам. - Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1990. - Вып. 26. - С.137 - 148.

Доложено на семинаре 29 января 1987 г.

А.М.Елизаров, Д.А.Фокин

ОБРАТНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА АЭРОГИДРОДИНАМИКИ С ЗАДАНИЕМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ДЛЯ ДВУХ УГЛОВ АТАКИ

Одна из важных проблем аэродинамики заключается в разработке способов проектирования крыловых профилей, обладающих улучшенными характеристиками, в частности, обтекаемых безотрывно при изменении угла атаки в заданном диапазоне. При таких исследованиях эффективным является подход, основанный на решении обратной краевой задачи аэрогидродинамики (ОКЗА) [1 - 4] и позволяющий обеспечить нужные свойства профиля за счет специального выбора распределения скорости на его поверхности. В рамках модели идеальной несжимаемой жидкости такой подход к решению названной проблемы впервые применен в [2] при построении симметричных профилей по распределению скорости $v(\gamma)$ как функции полярного угла γ единичной окружности во вспомогательной плоскости. При $\gamma \in [0, \pi]$ задавалось распределение $v_1(\gamma)$, характеризующее обтекание профиля при отклонении его на угол $\alpha = \alpha_1 > 0$ от направления обтекания с нулевой подъемной силой. Затем $v_1(\gamma)$ пересчитывалось на случай $\alpha = \alpha_0 = 0$ и продолжалось симметрично

на участок $\gamma \in [\pi, 2\pi]$. Далее решалась ОКЗА по $v(\gamma)$ для симметричного профиля с нулевым углом атаки. Идея обобщить описанный метод проектирования "при отклонении" на случай несимметричных профилей содержится в [5], однако, наиболее полно она была реализована в [6]. В этой работе дана общая постановка ОКЗА по $v(\gamma)$ "при отклонении": интервал $[0, 2\pi]$ разделен на n отрезков, на каждом из которых заданы распределение скорости $v_k(\gamma)$ и соответствующее значение угла α_k, $k = \overline{1, n}$. Функции $v_k(\gamma)$ содержат свободные параметры, значения которых выбирались из условий сопряжения $v_k(\gamma)$ на концах участков разбиения. При практическом проектировании профилей этот метод был применен в [7 - 9].

Задание скорости в виде функции от угловой координаты упрощает решение задачи, однако не позволяет управлять величинами градиентов скоростей на профиле и, следовательно, характеристиками пограничного слоя. Более естественно, как и в основной ОКЗА [I, 3], задавать распределение скорости как функцию дуговой координаты s. При $n = 2$ один из вариантов постановки задачи, обобщающей [6] на этот случай, содержится в [10, II]. Там же предложен алгоритм численного решения для малых величин $\delta = \alpha_1 - \alpha_2 > 0$. В [I2] дана общая постановка ОКЗА по $v(s)$ для двух углов атаки, содержащая постановку [10, II] как частный случай, и приведена кратко схема решения задачи.

В настоящей работе построено интегральное представление решения ОКЗА для двух углов атаки, выписаны условия совместимости начальных данных и условия разрешимости. Для удовлетворения последних применен метод квазирешений ОКЗА [I3]. При задании аэрогидродинамически целесообразных распределений скорости использован полученный в [I4] критерий отсутствия отрыва пограничного слоя при изменении угла атаки в заданном диапазоне, выраженный через распределения скорости при предельных положениях. Приведены результаты численных расчетов.

I. Постановка задачи. В физической плоскости z (рис. I) искомый непроницаемый крыловой профиль обтекается плоским потенциальным установившимся потоком идеальной несжимаемой жидкости. Контур профиля имеет периметр L и является гладким за исключением, быть может, задней кромки B, совпадающей с началом координат, где внутренний к области течения угол равен $\varepsilon\pi$, $1 \leq \varepsilon \leq 2$.

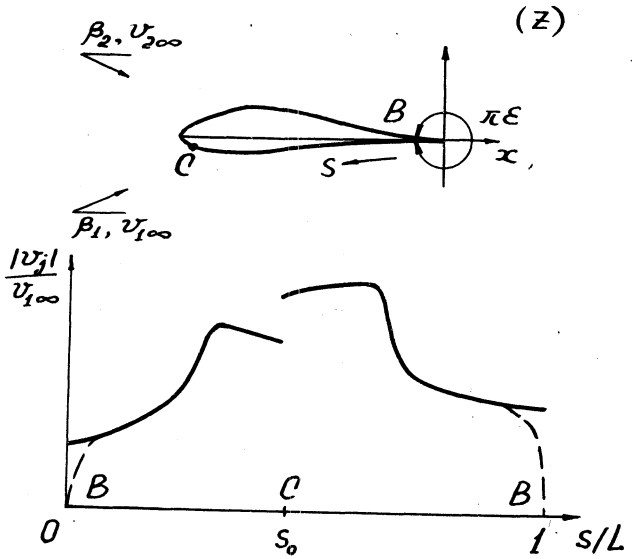

Рис. I

Система координат выбрана так, что хорда профиля направлена вдоль оси x. Безразмерная дуговая координата s, отнесенная к L, отсчитывается от $s=0$ в точке B до $s=1$ в ней так, что при возрастании s область течения остается слева. На контуре профиля задана точка C с координатой s_0, разбивающая его на два участка. Пусть $v_{1\infty}$ и $v_{2\infty}$ – скорости невозмущенного течения при обтекании профиля под углами атаки β_1 и β_2 (всюду далее скорости безразмерные, отнесенные к заданной величине $v_{1\infty}$). Известными считаются $\delta=\beta_1-\beta_2>0$ и $\kappa = v_{1\infty}/v_{2\infty}$. Вдоль поверхности профиля соответственно на интервалах $0 \le s \le s_0$ и $s_0 \le s \le 1$ заданы распределения скорости потока $v_j(s)$, j = I,2, для режимов обтекания с параметрами β_j и $v_{j\infty}$

$$v_1(s)=(1-s)^{2/\varepsilon-1}(s-s_1)^{\nu}v_1^*(s), \quad s_0 \le s \le 1,$$
$$v_2(s)=-s^{2/\varepsilon-1}(s_2-s)^{\mu}v_2^*(s), \quad 0 \le s \le s_0, \qquad \text{(I)}$$

где $v_j^*(s)$, j = I,2, – положительные кусочно-гладкие функции, а параметры μ и ν принимают значения 0 или I и характеризуют различные случаи задания исходных данных. Величины s_1 и s_2

при $\nu \neq 0$ или $\mu \neq 0$ задают положение точек A_j разветвления потока на контуре при каждом из режимов обтекания. В силу условия $\delta > 0$ должны выполняться неравенства $s_2 > s_1$, $0 \leq \mu + \nu \leq 1$. Если $\mu = 1$, $\nu = 0$, то $s_0 \geq s_2$. Случаю $\nu = 1$, $\mu = 0$ соответствует неравенство $s_0 \leq s_1$.

Функции $v_j'(s)$ непрерывны в окрестностях точек s_j (эти условия необходимы для обеспечения гладкости искомого контура в точках A_j). Поведение $v_j(s)$ в окрестности точек $s = 0$ и $s = 1$, указанное в (I), определяется заданной величиной $\varepsilon\pi$ угла в задней кромке. При $\mu = \nu = 0$ функции $v_j(s)$ знакопостоянны (рис. I). Знаки $v_j(s)$ связаны с направлением обхода и поэтому $v_2(s) < 0$ при $0 < s < s_2$, $v_1(s) > 0$ при $s_1 < s < 1$; $v_2(0) < 0$, $v_1(1) > 0$ при $\varepsilon = 2$ (бесконечно тонкая кромка), $v_2(0) = v_1(1) = 0$ при $1 \leq \varepsilon < 2$ (штриховые линии в окрестностях точек $s = 0$ и $s = 1$ на рис. I).

Требуется определить форму профиля, углы атаки β_j и коэффициенты подъемной силы C_{yj} для обоих режимов обтекания.

2. <u>Интегральное представление решения</u>. Пусть функция $z = z(\zeta)$ конформно отображает область $E^- = \{\zeta : |\zeta| > 1\}$ на внешность профиля, $z(\infty) = \infty$, $z(1) = 0$. Для ее нахождения достаточно определить соответствие $s = s(\gamma)$ точек контура профиля и окружности $\zeta = exp(i\gamma)$, $0 \leq \gamma \leq 2\pi$, причем функция $s(\gamma)$ должна быть гладкой, строго убывающей и в силу наложенных выше ограничений иметь представление

$$\ln|s'(\gamma)| = p(\gamma) + h(\gamma), \quad h(\gamma) = (\varepsilon - 1)\ln[2\sin(\gamma/2)]. \qquad (2)$$

Здесь $p(\gamma)$ – гельдеровская функция, а $h(\gamma)$ служит для выделения логарифмических особенностей функции $\ln|s'(\gamma)|$ в точках $\gamma = 0, 2\pi$.

Пусть $w_j(z)$, j = I,2 – комплексные потенциалы обтекания профиля под углами атаки β_j со скоростями набегающего потока $v_{j\infty}$. Функции $w_j(\zeta) = w_j[z(\zeta)]$ являются комплексными потенциалами обтекания единичного круга с точкой схода потока $\zeta = 1$. Рассмотрим функцию

$$\ln(dz/d\zeta) = \ln[(dz/dw_1)(dw_1/d\zeta)] = \ln[(dz/dw_2)(dw_2/d\zeta)].$$

Разделяя действительную и мнимую части при $\zeta = \infty$ и $\zeta = exp(i\gamma)$, получим

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \beta_1 - \beta_2 = \delta \ , \tag{3}$$

$$u_1 / u_2 = v_{1\infty} / v_{2\infty} = \kappa \ , \tag{4}$$

$$v_1[s(\gamma)] / v_2[s(\gamma)] = \kappa \cos(\gamma/2 - \alpha_1) / \cos(\gamma/2 - \alpha_2), \ 0 \le \gamma \le 2\pi, \tag{5}$$

где $u_j \exp(-i\alpha_j) = dw_j / d\zeta |_{\zeta=\infty}$. Соотношение (5) указывает, что $v_j(s)$ не могут быть заданы произвольно. Обозначим

$$\varphi_1(s) = \int_s^1 v_1(s)\, ds \ , \ s_0 \le s \le 1; \ \varphi_2(s) = -\int_0^s v_2(s)\, ds, \ 0 \le s \le s_0;$$

$$\Delta\varphi_1 = \varphi_1(s_0), \ \Delta\varphi_2 = \varphi_2(s_0) \ , \ \Delta\varphi_{0j} = \varphi_j(s_j) \ , \ j = 1,2 \ .$$

Величины $\Delta\varphi_{0j}$, j = I,2, при $\nu \ne 0$ или $\mu \ne 0$ равны приращениям потенциала скорости соответственно на верхней и нижней поверхностях профиля при каждом из режимов обтекания. Пусть $\zeta_j = \exp[i(\pi + 2\alpha_j)]$, j = I,2, $\zeta_0 = \exp[i(\pi + 2\alpha_0)]$ – прообразы точек A_j и C на окружности, Γ_j – величины циркуляции скорости. Потенциалы скорости при обтекании единичного круга с точками разветвления потока ζ_j и точкой схода $\zeta = 1$ имеют вид

$$\varphi_j^*(\gamma) = 2u_j[2\sin(\gamma/2 - \alpha_j)\sin(\gamma/2) + \gamma \sin\alpha_j] \ , \ j = 1,2,$$

причем, согласно условию Жуковского–Чаплыгина, $\Gamma_j / \sin\alpha_j = 4\pi u_j$. При $\alpha_j \to 0$ имеем $\Gamma_j(\alpha_j) \to 0$ и выписанное равенство понимается как предельное. Функция $s(\gamma)$ должна удовлетворять уравнениям

$$\varphi_1(s) = \varphi_1^*(\gamma) \ , \quad s_0 \le s \le 1 \quad ; \quad 0 \le \gamma \le \pi + 2\alpha_0 \ ; \tag{6}$$

$$\varphi_2(s) = \varphi_2^*(\gamma) - \Gamma_2 \ , \ 0 \le s \le s_0 \ ; \quad \pi + 2\alpha_0 \le \gamma \le 2\pi \ ,$$

которые выражают условия совпадения потенциалов скорости на окружности и на контуре профиля. Если (6) разрешимы, то, найдя функцию $s(\gamma)$ вида (2), аналогично [I3] можно записать интегральное представление функции $z = z(\zeta)$

$$z = \exp(iC_0) \int_1^{\zeta} (1 - 1/\zeta)^{\varepsilon - 1} \exp \chi(\zeta)\, d\zeta \ ,$$

где $\chi(\zeta)$ восстанавливается интегралом Шварца с плотностью $p(\gamma)$ из (2), а константу C_0 выбираем так, чтобы ось x совпала с хордой профиля. Полагая $\zeta = \exp(i\gamma)$, получим параметри –

ческие уравнения искомого контура. Зная $z(\zeta)$, можно найти хорду профиля c и определить коэффициенты подъемной силы $C_{yj} = 2\Gamma_j/(c v_{j\infty})$ в предельных положениях. Итак, исходная задача сведена к определению функции $\vartheta(\gamma)$ из уравнений (6).

3. Условия совместимости начальных данных и условия разрешимости. Так как функции $\varphi_j(\vartheta)$ и $\varphi_j^*(\gamma)$ одновременно имеют не более двух участков монотонности, причем $\varphi_1(1) = \varphi_1^*(0) = 0$, $\varphi_2(0) = \varphi_2^*(2\pi) - \Gamma_2 = 0$, и отыскивается строго убывающая функция $\vartheta(\gamma)$, то необходимым условием разрешимости (6) является выполнение равенств $\varphi_1(\vartheta_0) = \varphi_1^*(\pi + 2\alpha_0)$, $\varphi_2(\vartheta_0) = \varphi_2^*(\pi + 2\alpha_0) - \Gamma_2$, $\varphi_1(\vartheta_1) = \varphi_1^*(\pi + 2\alpha_1)$ и $\varphi_2(\vartheta_2) = \varphi_2^*(\pi + 2\alpha_2) - \Gamma_2$, выражающих условия совпадения значений левой и правой частей в (6) на концах участков монотонности. Это приводит к уравнениям

$$2u_1[2\cos\alpha_0 \cos(\alpha_1 - \alpha_0) + (\pi + 2\alpha_0)\sin\alpha_1] = \Delta\varphi_1, \quad (7)$$

$$2u_2[2\cos\alpha_0 \cos(\alpha_2 - \alpha_0) + (2\alpha_0 - \pi)\sin\alpha_2] = \Delta\varphi_2, \quad (8)$$

$$2u_1[(\pi + 2\alpha_1)\sin\alpha_1 + 2\cos\alpha_0] = \Delta\varphi_{01} \quad (\text{при } \nu \neq 0), \quad (9)$$

$$2u_2[(2\alpha_2 - \pi)\sin\alpha_2 + 2\cos\alpha_0] = \Delta\varphi_{02} \quad (\text{при } \mu \neq 0),$$

связывающим заданные величины $\Delta\varphi_j$, $\Delta\varphi_{0j}$ с неизвестными параметрами u_j, α_j, α_0. Отметим, что если $\vartheta_0 = \vartheta_j$ при некотором j, то $\alpha_0 = \alpha_j$ и соответствующее уравнение в (9) эквивалентно одному из уравнений (7), (8). Учитывая равенство значений левой и правой частей в (5) соответственно при $\gamma = 0$ и $\gamma = 2\pi$, получим формулу для нахождения α_1:

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}(a_* \operatorname{cosec}\delta - \operatorname{ctg}\delta),\ a_* = \kappa v_2^*(0)\,\vartheta_2^{\mu}/[v_1^*(1)(1 - \vartheta_1)^{\nu}], \quad (10)$$

что вместе с (3) позволяет найти $\alpha_2 = \alpha_1 - \delta$. Из (5) при $\gamma = \pi + 2\alpha_0$ выводим формулу для нахождения α_0:

$$\alpha_0 = \alpha_1 + \operatorname{arcctg}(a^* \operatorname{cosec}\delta - \operatorname{ctg}\delta),\ a^* = \kappa v_2(\vartheta_0)/v_1(\vartheta_0). \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует, что величина a^* при $\vartheta_0 > \vartheta_2$ и $\vartheta_0 < \vartheta_1$ не может быть произвольной. Этим случаям соответствуют ограничения

$$a^* < \cos\delta \quad \text{или} \quad a^* > \cos\delta. \quad (12)$$

Таким образом, параметры α_0, α_1 и α_2 определяются из (3), (10), (11). Для нахождения величин u_1 и u_2 служат соотношения (7) и (8).

Обратимся к условиям совместимости начальных данных. В случае $\mu = \nu = 0$ единственным таким условием является равенство (4). В случаях $s_0 > s_2$ или $s_0 < s_1$ дополнительно к (4) условия совместимости представлены соответствующими равенством в (9) и неравенством в (I2).

Пусть теперь $s_0 = s_j$ при j = I или 2. Тогда $\alpha_0 = \alpha_j$ и, используя (5), получим соответственно

$$s_0 = s_1 \,,\; v_2(s_0) = 2\sin\delta \lim_{\gamma \to \pi + 2\alpha_1 - 0} \Big\{ v_1'[s(\gamma)]\, s'(\gamma) \times$$

$$\times \left[k \sin(\gamma/2 - \alpha_1) \right]^{-1} \Big\} = 8 u_2 \cos\alpha_1 \sin^2\delta\, v_1'(s_0) / [k v_2(s_0)], \quad (I3)$$

$$s_0 = s_2,\; v_1(s_0) = 8 k u_1 \cos\alpha_2 \sin^2\delta\, v_2'(s_0) \,/\, v_1(s_0) \,. \quad (I4)$$

Следовательно, для разрешимости задачи в этом случае дополнительно к (4) необходимо выполнение одного из равенств (I3), (I4). Итак, получены условия, гарантирующие разрешимость уравнений (6). Однако они не обеспечивают однозначность функции $z(\zeta)$ (и, следовательно, замкнутость искомого контура), а также совпадение величины $v_{1\infty}$, определяемой в ходе решения, с заданной в постановке задачи. Для обеспечения этих свойств необходимо выполнение условий разрешимости [I, 3]

$$\int_0^{2\pi} p(\tau) e^{i\tau} d\tau = \pi(\varepsilon - 1), \quad \int_0^{2\pi} p(\tau)\, d\tau = 2\pi \ln\left(u_1 / v_{1\infty} \right). \quad (I5)$$

Как и в [I3], ниже для удовлетворения (I5) применен метод квазирешений ОКЗА.

4. <u>Задание гидродинамически целесообразного распределения скорости</u>. Распределения $v_j(s)$ в соответствии с принятой моделью течения нужно задавать так, чтобы при любом $\beta_2 \le \beta \le \beta_1$ на всей поверхности профиля обтекание происходило без отрыва пограничного слоя. Критерий отсутствия отрыва из [4, с. 398] может быть представлен в виде

$$f(v, s_*, s) \ge f_0 \,, \quad (I6)$$

$$f(v, s_*, s) = a v'(s) \,|v(s)|^{-b} \left| \int_{s_*}^{s} |v(\tau)|^{b-1} d\tau \right| .$$

Здесь $v(s)$ – распределение скорости, реализующееся на профиле при его обтекании под углом атаки β, s_* – дуговая абсцис-

са точки разветвления потока, a, b и f_0 – взаимосвязанные эмпирические постоянные. В частности, по методу Кочина-Лойцянского критерием безотрывности турбулентного пограничного слоя служит неравенство (I6), где a = I.I7, b = 4.75, f_0 = – 6. В [I4] показано, что для удовлетворения критерия (I6) при всех $\beta_2 \leq \beta \leq \beta_1$ достаточно потребовать одновременного выполнения неравенств

$$f(v_1, s_1, s) \geq f_0, \quad s_1 \leq s \leq 1;$$
$$f(v_2, s_2, s) \geq f_0, \quad 0 \leq s \leq s_2. \tag{I7}$$

Напомним, что s_1 и s_2 в (I7) обозначают дуговые абсциссы точек A_j разветвления потока при обтекании профиля под углами атаки β_j, j = I,2. Отметим, что (I7) может выполняться при всех s лишь при ε = 2.

Рассмотрим способ задания функций $v_j(s)$, j = I,2, удовлетворяющих (I7) в случае $\mu = \nu = 0$, ε = 2. В [I3] построена простая формула для безотрывного распределения скорости на участке торможения, полученная как решение уравнения $f(v, s_*, s) = f_0$. Используя эту формулу и фиксируя значения $C_j^* = v_j^*(s_0)$, $C_{1*} = v_1^*(1)$ и $C_{2*} = v_2^*(0)$, зададим функции $v_j(s)$, j = I,2, в следующем виде

$$v_1(s) = \begin{cases} C_1^*, & s_0 \leq s \leq b_1, \\ C_1^*[1 + K_1(s - b_1)]^{-m_1}, & b_1 \leq s \leq 1, \end{cases}$$
$$v_2(s) = \begin{cases} -C_2^*, & b_2 \leq s \leq s_0, \\ -C_2^*[1 + K_2(b_2 - s)]^{-m_2}, & 0 \leq s \leq b_2, \end{cases} \tag{I8}$$

где $m_j = -f_{0j}[a - f_{0j}(b-1)]^{-1}$, $f_{0j} \geq -b$ – заданные значения формпараметра $f(v_j, s_j, s)$, j = I,2, соответственно на участках торможения $0 \leq s \leq b_2$ и $b_1 \leq s \leq 1$. Величины K_j и b_j однозначно определяются из условий $v_1(1) = C_{1*}$, $v_2(0) = -C_{2*}$. В рассматриваемом случае положение критических точек s_j, j = I,2, не определено. Однако при $\beta = \beta_1$ и $\beta = \beta_2$, как показано в [I4], продолжения функций $v_j(s)$ соответственно на интервалы $s_1 \leq s \leq s_0$ и $s_0 \leq s \leq s_2$ будут монотонно возрастающими функциями. Вычислительный эксперимент показал, что вид распределений $v_j(s)$ на

этих участках незначительно сказывается на развитии пограничного слоя. Это влияние можно учесть, задавая f_{0j} "с запасом", например, $f_{0j} \geqslant -5$. Тогда $v_j(s)$, $j = 1,2$, вида (I8) будут удовлетворять критерию (I7), а соответствующий профиль (при выполнении условий совместимости начальных данных и разрешимости) будет безотрывным во всем диапазоне изменения угла атаки.

Если $s_0 = s_j$ при некотором j, то для построения безотрывного распределения $v_j(s)$ на соответствующей поверхности профиля также может быть использована формула из [I3], а на оставшемся участке можно взять распределение вида (I8).

5. Примеры. Пусть $s_0 = 0.5$, $\kappa = 1$, $v_2(s) = v_1(1-s)$, $s \in [0, 0.5]$. Таким исходным данным соответствует симметричный контур, причем условие (I4) выполняется тождественно. На рис. 2. линией I изображен симметричный профиль с относительной толщиной $\bar{t} = 0.19$, построенный для $\delta = 10^0$ по распределению $v_1(s)$, $s \in [0.5, 1]$, вида (I8) (линия 2) и $v_2(s) \equiv v_1(1-s)$, $s \in [0, 0.5]$ (в этом и следующем примерах параметры C_{*j}, f_{0j} в (I8) подобраны так, чтобы удовлетворить (I5)). Линией 3 на рис. 2 представлено распределение скорости $v_1(s)$, $s \in [0,1]$, для $\beta_1 = 5^0$, восстановленное на всем контуре (при этом $C_{y1} = 0.62$). Полученный профиль в рамках принятой модели обтекается безотрывно в диапазоне изменения углов атаки от $\beta_2 = -5^0$ до $\beta_1 = 5^0$. Это подтверждает зависимость $f_{min}(\eta) = \min_s f(v, s_*, s)$, $\eta = (\beta - \beta_2)/\delta$, приведенная на рис. 3 (линия I).

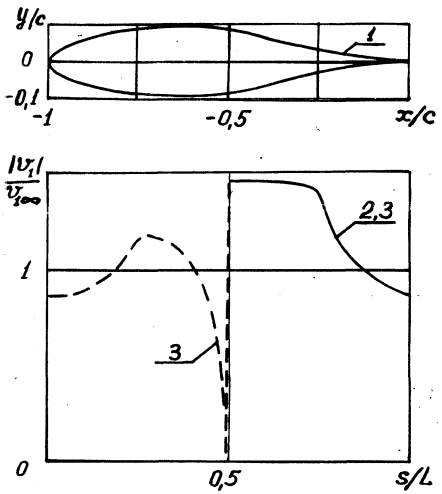

Рис. 2

На рисунке 4 представлен пример построения несимметричного профиля по распределениям скорости $v_j(s)$, $j = 1,2$, вида (I8) (линия 2) для $s_0 = 0.5$, $\delta = 10^0$.

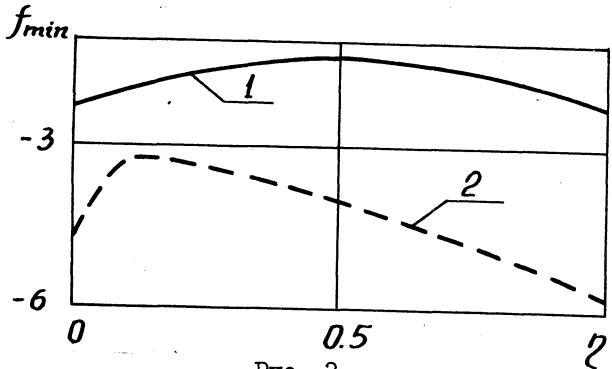

Рис. 3

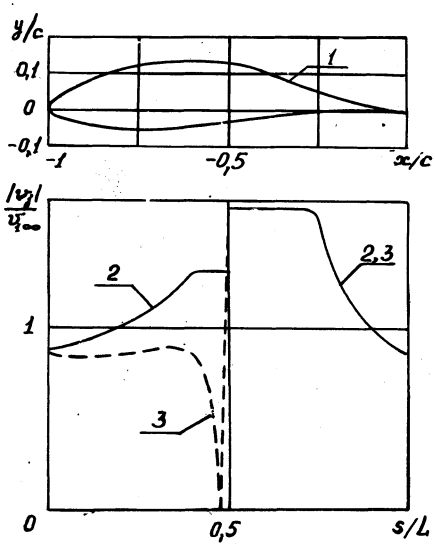

Рис. 4

Для удовлетворения условию совместимости начальных данных величина κ не задавалась, а отыскивалась численно из уравнения (I4). Линией 3 на этом же рис. изображено распределение скорости $v_1(s)$, $s \in [0,1]$, восстановленное на всем контуре. Соответствующий профиль (линия I) с относительной толщиной $t = 0.18$ имеет $C_{y1} = 1.31$ и $C_{y2} = 0.08$ при $\beta_1 = 7.3^0$ и $\beta_2 = -2.7^0$. Зависимость $f_{min}(\eta)$ для него изображена линией 2 на рис. 3.

Авторы благодарят Г.Ю.Степанова и Н.Б.Ильинского за полезное обсуждение результатов и ценные советы.

Литература

I. Mangler W. Die Berechnung eines Tragflügelprofilen mit vorgeschriebener Druckverteilung // Jahrbuch der Deutschen Luftfahrtforchung. - 1938. Bd. I. - S. 46 - 53.

2. Lighthill M. J. A new method of two-dimensional aerodynamic design // Aeronaut. Res. Counc. Repts and Mem. - 1945. - N 2112. - 44 p.

3. Т у м а ш е в Г. Г. Определение формы границ потока жидкости по заданному распределению скорости или давления // Уч. записки Казанск. ун-та. - 1952. - Т. 122. - Кн. 3. - С.3 - 24.

4. С т е п а н о в Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. - М.: Изд-во физ.-мат.л. - 1962. - 512 с.

5. G l a u e r t M. B. The application of the exact method of airfoil design // Aeronaut. Res. Counc. Repts and Mem.- 1947.- N 2683. - 45 p.

6. E p p l e r R. Direckte Berechnung von Tragflügelprofilen aus der Druckverteilung // Ing. Arch. - 1957.- Bd.25.- N 1.- S. 32 - 37.

7. E p p l e r R. Turbulent airfoils for general aviation// J. of Aircraft. - 1978. - V. 15. - N 2. - P. 93 - 98 (перевод : Ракетная техника и космонавтика. - 1978. - Т. 16. - № 6. - С. 131 - 140).

8. E p p l e r R., S h e n Y. T. Wing sections for hydrofoils - part I: symmetrical profiles // J. of Shir Research. - 1981. - V. 25. - N 3. - P. 209 - 217.

9. S h e n Y. T., E p p l e r R. Wing sections for hydrofoils - part II: nonsymmetrical profiles // J. of Shir Research.- 1981. - V. 25. - N 3. - P. 191 - 200.

10. З а в а д о в с к и й Н. Ю., М е л е ш к о С. В., Р у с е ц к и й А. А. Задача оптимизации формы крыловых профилей // Тр. 12-го научно-методологического семинара по гидродинамике судна. Варна, 1983. - Т. 2. - С. 1 - 16.

11. М е л е ш к о С. В., Р у с е ц к и й А. А. Об одной обратной задаче потенциального обтекания профиля // Сб. НТП Судпрома по обмену опытом "Совершенствование ходовых, мореходных и маневренных качеств судов". Л., 1983. - Вып. 378. С.62 - 75.

12. Е л и з а р о в А. М., Ф о к и н Д. А. Построение крылового профиля по распределениям скорости на его поверхности для двух углов атаки // Изв. вузов. Авиационная техника. - 1988. - № 3. - С.63 - 66.

13. Е л и з а р о в А. М., И л ь и н с к и й Н. Б., П о т а ш е в А. В. Построение крыловых профилей методом квазирешений обратных краевых задач // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. - 1988. - № 3. - С.5 - 13.

14. Е л и з а р о в А.М., И л ь и н с к и й А.Н., И л ь -

инский Н. Б., Поташев А. В., Фокин Д. А. Аэрогидродинамически целесообразные распределения скорости в обратных краевых задачах дозвуковой аэрогидродинамики // Тр. семинара по краевым задачам. - Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1990. - Вып. 26. С. 115 - 137.

Доложено на семинаре 1 февраля 1988 г.

И.Р.Загидуллин, Д.А.Фокин

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ОДНОГО МЕТОДА КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ, ПРИМЕНЯЕМОГО ДЛЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ

При гидродинамическом расчете крыловых профилей, обтекаемых безвихревым потоком идеальной несжимаемой жидкости, возникает задача нахождения конформного отображения внешности профиля в плоскости $z = x + iy$ на каноническую область $E^- = \{\zeta, |\zeta| > 1\}$. Среди многочисленных методов, применяемых в аэрогидродинамике для конформного отображения, отметим методы Теодорсена-Серебрийского [1, 2, 3], С.Г.Нужина [4] и Тиммана-Джеймса [5, 6, 7]. Эти методы объединяет общая идея получения интегрального уравнения для нахождения функции, устанавливающей соответствие точек контура профиля и единичной окружности $\zeta = e^{i\gamma}$. Названное уравнение основано на формуле Гильберта (см., напр., [8], стр. 58) для граничных значений действительной и мнимой частей аналитической в E^- функции $\omega(\zeta)$, выбор которой связан со способом параметризации, применяемым при задании формы контура. Например, если в качестве параметра используется полярный угол ν и уравнение контура задается в виде $r = r(\nu)$, где r - полярный радиус, то удобно выбрать $\omega(\zeta) = \ln[z/\zeta]$ (метод Теодорсена-Серебрийского). В случае, когда уравнение контура задано в декартовых координатах $y = y(x)$, можно положить $\omega(\zeta) = z - [dz/d\zeta]_{\zeta=\infty} \cdot \zeta$ (метод С.Г.Нужина).

Рассмотрим подробнее способ параметризации, состоящий в задании зависимости $\theta(s)$, $s \in [0, 2\pi]$, где θ - угол между касательной к контуру и осью x, s - дуговая координата, отсчитываемая в направлении положительного обхода внешности профиля, L - периметр. Как и в [7], положим $\omega(\zeta) = \ln[dz/d\zeta]$. Ес-