



Общероссийский математический портал

Г. И. Синкевич, Иоганн Альбрехт Эйлер и его неопубликованная рукопись по истории геометрии, *Чебышевский сб.*, 2022, том 23, выпуск 1, 236–268

DOI: 10.22405/2226-8383-2022-23-1-236-268

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.171

18 января 2025 г., 07:44:09



## ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 23. Выпуск 1.

УДК 51(091), 51(092)

DOI 10.22405/2226-8383-2022-23-1-236-268

**Иоганн Альбрехт Эйлер и его неопубликованная рукопись по истории геометрии**

Г. И. Синкевич

**Синкевич Галина Ивановна** — доктор физико-математических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (г. Санкт-Петербург).

*e-mail: galina.sinkevich@gmail.com*

**Аннотация**

Статья содержит научную биографию Иоганна Альбрехта Эйлера (1734–1800), историю рукописи “История геометрии”, её публикацию и комментарии. И. А. Эйлер, старший сын Леонарда Эйлера, родился в Санкт-Петербурге, юность и молодость провёл с отцом в Берлине, где служил инспектором Берлинской обсерватории; в 32-летнем возрасте вернулся с семьёй в Петербург, где до конца жизни нёс обязанности конференц-секретаря Императорской Петербургской академии наук. Огромная административная работа и помощь слепнувшему отцу оставляли ему мало времени для самостоятельных научных исследований. Он сохранил за собой метеорологические и астрономические наблюдения, а также участие в домашних семинарах отца по теории Луны и некоторым вопросам теории чисел. Но его рукопись по истории геометрии показывает широту его математической культуры, строгость критериев и глубину знаний современной ему литературы по геометрии. Анализ текста рукописи проявляет воззрения отца и сына Эйлеров на историю геометрии вплоть до XVIII века, а также значение, которое они придавали прикладным направлениям развития геометрии (астрономия, подземная геометрия, фортификация, геодезия, картография, подсобные математические инструменты). В комментариях сделан обзор использованных И. А. Эйлером источников, как на основании прямых ссылок, так и на основании каталога библиотеки Эйлера и его личных контактов. Имена многих авторов вводятся в российский историко-математический оборот впервые. Несмотря на устойчивое мнение о том, что И. А. Эйлер, будучи конференц-секретарём Петербургской академии наук, не имел достаточно времени для научной работы, нами отмечены некоторые важные его результаты, а также показан круг его знаний и научных критериев. Для нас его работа интересна тем, что показывает уровень развития практической геометрии к XVIII в.

*Ключевые слова:* И. А. Эйлер, Л. Эйлер, история геометрии, неизвестная рукопись.

*Библиография:* 28 названий.

**Для цитирования:**

Г. И. Синкевич. Иоганн Альбрехт Эйлер и его неопубликованная рукопись по истории геометрии // Чебышевский сборник, 2022, т. 23, вып. 1, с. 236–268.

## CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 23. No. 1.

UDC 51(091), 51(092)

DOI 10.22405/2226-8383-2022-23-1-236-268

**Johann Albrecht Euler and his unpublished manuscript  
on the history of geometry**

G. I. Sinkevich

**Sinkevich Galina Ivanovna** — doctor of physical and mathematical sciences, associate professor, Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (St. Petersburg)  
*e-mail: galina.sinkevich@gmail.com*

**Abstract**

The article contains the scientific biography of J. A. Euler (1734-1800), the history and publication of the manuscript “History of Geometry” found by us with our comments. Johann Albrecht, the eldest son of Leonard Euler, was born in St. Petersburg, spent his youth with his father in Berlin, where he served as an inspector at the Berlin Observatory; at the age of 32, he with his family returned to St. Petersburg, where until the end of his life he was the conference secretary of the Imperial St. Petersburg Academy of Sciences. Huge administrative work and assistance to his blind father left him little time for independent scientific research. He retained meteorological and astronomical observations, as well as participation in his father’s home seminars on the theory of the moon and some questions of number theory. But his manuscript on the history of geometry shows the breadth of his mathematical culture, the rigor of his criteria, and the depth of knowledge of his contemporary geometry literature. Analysis of the text of the manuscript reveals the views of Euler-father and son on the history of geometry up to the 18th century, as well as the importance they attached to the applied directions of the development of geometry (astronomy, underground geometry, fortification, geodesy, cartography, auxiliary mathematical tools). The comments provide an overview of the sources used by I.A. Euler, both on the basis of direct links, and on the basis of the list of Euler’s collection and his personal contacts. For the first time, the names of many authors are introduced into the Russian historical and mathematical circulation. Despite the strong opinion that I.A. Euler, being the conference secretary of the St. Petersburg Academy of Sciences, did not have enough time for scientific work, we noted some of his important results, and also showed the range of his knowledge and scientific criteria. For us, his work is interesting because it shows the level of development of practical geometry in the 18th century.

*Keywords:* I. A. Euler, L. Euler, History of Geometry, Unknown Manuscript.

*Bibliography:* 28 titles.

**For citation:**

G. I. Sinkevich, 2022, “Johann Albrecht Euler and his unpublished manuscript on the history of geometry”, *Chebyshevskii sbornik*, vol. 23, no. 1, pp. 236–268.



Рис. 1: Иоганн Альбрехт Эйлер

## 1. Иоганн Альбрехт Эйлер, жизнь и творчество

Леонард Эйлер (1707–1783), отец нашего героя, приехал в Санкт-Петербург в 1727 г. из швейцарского города Базеля в незадолго до того созданную Санкт-Петербургскую академию наук. Его рекомендовали братья Даниил и Николай Бернулли, уже работавшие в Санкт-Петербурге. В Россию XVIII-XIX вв. стремилось много переселенцев из европейских стран, среди них было немало учёных. Леонард Эйлер зарекомендовал себя значительными научными результатами, со временем заняв позицию ведущего учёного Европы эпохи Просвещения. В 1733 г. Л. Эйлер стал академиком (профессором естествознания) и в том же году женился на своей соотечественнице, Катарине Гзелль (Katharina Elisa Euler Gsell, 1707–1773), дочери академического петербургского живописца Георга Гзелля, родом из Швейцарии. Их первенцем был Иоганн Альбрехт Эйлер (Иван Леонтьевич, 1734–1800).

В 1741 г. Л. Эйлер вместе с семьёй покинул Россию ради работы в Берлинской академии наук. Иоганну Альбрехту было неполных 7 лет. 25 следующих лет своей жизни семья Эйлера жила в Берлине. Леонард Эйлер уделял большое внимание образованию Иоганна Альбрехта. Как сообщает Р. Мументалер, Иоганн Альбрехт учился у частных учителей, возможно, посещал и государственную школу. Известно, что в октябре 1752 года молодой математик из Женевы Луи Бертран, который хотел продолжить своё образование у Леонарда Эйлера, сопровождал Иоганна Альбрехта из Гейдельберга в Берлин. Возможно, что Иоганн Альбрехт учился в Гейдельберге. Помимо этого Л. Эйлер, державший пансион для учеников, в том числе и из России, обучал математике наравне с ними и своего старшего сына. В одном из писем Л. Эйлер пишет о своем пансионере Котельникове, старше Иоганна Альбрехта на 10 лет: “Я всегда даю ему уроки в обществе моего Альбрехта, и я чувствую, что небольшое соперничество не даёт ни одному из них никакого преимущества, так как они примерно равны по силе” ([3], с. 89).

В возрасте 15 лет Иоганн Альбрехт помогал отцу при нивелировании Финов-канала<sup>1</sup>. В 20 лет (5.12.1754) он был избран членом Берлинской академии и назначен инспектором Берлинской обсерватории. В 1758 г. Иоганн Альбрехт наблюдал и описал комету Галлея.

В 1754 г. Л. Эйлер сформулировал для Геттингенского научного общества<sup>2</sup> конкурсную проблему: “Сколькими способами можно разложить плоский многоугольник диагоналями на треугольники”, предварительно узнав в Геттингене, может ли его сын претендовать на премию.

<sup>1</sup> между г. Либенвальде на реке Хафель и коммуной Липе на Одер-Хафель-канал

<sup>2</sup> С 1942 г. – Гёттингенская академия наук.

В ноябре того же года И. А. Эйлер предложил решение этой проблемы и получил премию, а Эйлер-отец не отрицал, что помогал сыну.

В 1755 году молодой И. А. Эйлер зачитал свою первую работу<sup>3</sup> в Берлинской академии и провёл физические опыты со стрелкой инклинатора. Л. Эйлер высоко оценил экспериментаторский талант сына, сам занимаясь теоретической частью работы.

В период между 1755 и 1766 годами И. А. Эйлер опубликовал четырнадцать работ в “Мемуарах” Берлинской академии наук и получил несколько премий, участвуя в конкурсах. В 1762 году он стал почётным членом Мюнхенской академии, но так и не получил звания академика.

В 1760 г. И. А. Эйлер женился на Анне-Шарлотте-Софии фон Гагенмейстер, родственнице Самуэля Формея<sup>4</sup>, секретаря Берлинской академии. Это был счастливый и многодетный брак. После отъезда в Россию И. А. Эйлер долгие годы переписывался с Формеем; его письма служат богатым источником информации о жизни И. А. Эйлера в России. Иоганн Альбрехт с семьёй жил вместе с отцом до самой его смерти.

Надежды И. А. Эйлера на получение места профессора математики или астронома в Берлине или Геттингене так и остались ожиданиями. Леонард Эйлер также не был удовлетворён своим положением в Берлинской академии наук, Екатерина II предложила ему заманчивые условия в России, включая пост секретаря Академии для старшего сына.

В 1766 г. большая семья Леонарда Эйлера (18 человек) переехала в Россию.

И. А. Эйлер получил должность профессора физики, а с 1769 г. стал конференц-секретарём Академии. Первые годы пребывания в Петербурге он ещё мог уделять время научной работе, заниматься приборами Физического кабинета. Но после назначения конференц-секретарём все его силы уходили на административную работу: ведение огромной переписки с иностранными учёными, прежде всего с иностранными членами Академии; координация деятельности между отделами академии: библиотекой, типографией, архивом, работой переписчиков и проч.; визиты, связанные с переговорами о делах Академии<sup>5</sup>; переписка с участниками академических научных экспедиций и редактирование их отчётов; проверка знаний учеников Академии; редактирование изданий Академии: “Комментариев”, “Acta” и “Nova Acta”; составление годовых отчётов Академии, а также написание резюме сочинений. Одновременно он состоял инспектором военных учебных заведений, некоторое время читал лекции по физике в университете, был директором по надзору за учебной работой (“директором наук”) в Сухопутном Кадетском корпусе<sup>6</sup> (1776–1781); в придворных кругах ему приходилось выполнять неформальные функции научного советника и собеседника, популярно рассказывающего о научных проблемах; проводить ознакомительные экскурсии по Академии для иностранных гостей.

В XVIII в. нечёткий государственный статус Петербургской Академии наук ставил её в зависимость от придворных и политических интриг, некомпетентного руководства, а зачастую начальственного самодурства и корыстолюбия. В необходимости соблюдать академические интересы и сохранять своё достоинство И. А. Эйлеру помогал унаследованный от отца твёрдый характер: так же, как и отец, он не боялся ставить свои условия сильным мира сего, отстаивать справедливость. Например, в 1769 г. директор Академии, граф Владимир Ор-

<sup>3</sup>De tempore descensus corporis, ad centrum virium in ratione reciproca distantiarum attracti.

<sup>4</sup>Jean Henri Samuel Formey (1711–1797), писатель и философ, сын французского протестанта, бежавшего в Германию. Был пастором в Берлине, профессором философии в Берлинской французской коллегии и непременным секретарем Берлинской академии наук. Почетный член СПб. АН с 1748 г. Мать жены И. А. Эйлера, Анны-Шарлотты-Софии фон Гагенмейстер, приходилась невесткой Самуэлю Формею. Большая часть сведений о жизни И. А. Эйлера почерпнута из писем И. А. Эйлера к С. Формею, которого он называл дядей.

<sup>5</sup>Бывало, что ему приходилось весь день проводить в карете, чтобы повидать нужных людей, и повторять визиты, если застать хозяев не удавалось.

<sup>6</sup>Эйлер написал для Кадетского корпуса учебник “Eléments de Géometrie”.

лов<sup>7</sup> предложил И. А. Эйлеру занять место Я. Штелина<sup>8</sup>, занимавшего должность секретаря Академии. Иоганн Альбрехт согласился, но поставил свои условия: Штелин должен уйти в отставку по собственному желанию, не потеряв своего содержания; в дальнейших отношениях Орлов, если будет недоволен И. А. Эйлером, выскажет это с глазу на глаз, не произнося обидных слов при посторонних. Другой пример: в январе 1774 г. отец и сын Эйлера объявили забастовку в связи с несправедливым решением графа В. Орлова лишить Я. Штелина на месяц его жалования: “31-го в Академии, где у меня был бурный спор с графом, моим начальником: подробности которого я когда-нибудь смогу прислать, по крайней мере если он не предоставит мне исключительной сатисфакции. Он хотел собственной властью наказать статского советника Штелина, наложив на него штраф в размере месячного жалования: нечто, что мой отец, равно как и я, сочли невозможным для всей Академии. Так что с этого дня мы больше не появлялись в академической комиссии, ни мой отец, ни господин Штелин, ни я. Императрицу об этом поставят в известность, и мы посмотрим, что из этого получится. Господин Штелин чуть было не умер от сердечного приступа, а я на целый день потерял аппетит. Мой отец решил окончательно оставить Академию и только посещать Конференции, на которых граф никогда не появляется: я сам делаю то же самое и в настоящее время спокойно жду исхода этого бунта” ([3], с. 98). Против Орлова выступили все академики, в том числе и русские, и в конце того же года он получил отставку.

И. А. Эйлер, наравне с секретарями теряющего зрение отца, постоянно помогал ему в научной работе: обычно Л. Эйлер намечал основные идеи исследования, а его помощники развивали эти идеи и выполняли письменную, графическую и вычислительную часть работы. Часто отец и сын проводили вечера в прогулках по саду, обсуждая научные вопросы. И. А. Эйлер принимал участие в работе над последними исследованиями Л. Эйлера, а также над исследованием теории Луны вместе с Крафтом<sup>9</sup> и Лекселем<sup>10</sup>. В 1771 г. И. А. Эйлера избрали иностранным членом Шведской королевской академии наук.

Своей научной работой И. А. Эйлер занимался урывками, в вечернее время. Даже в таких условиях его отличала способность работать напряжённо и быстро. Например, И. А. Эйлер упоминает две старые статьи, опубликовать которые больше не имело смысла, поскольку они были написаны наспех: “Я написал их в большой спешке, потому что мой отец торопил меня писать письмо в Академию” ([3], с. 121). Тем не менее, имеются свидетельства того, что Эйлер, когда у него находилось время, умел работать очень быстро. Так, например, 6 августа 1774 года он упоминает о том, что с утра написал несколько историко-астрономических статей для Альманаха Академии. На следующий день он опять работал над ними и, по-видимому, закончил (*ibidem*).

<sup>7</sup>Владимир Григорьевич, (1743–1831), младший из пяти братьев Орловых. В 23-летнем возрасте был назначен Екатериной II директором Академии в благодарность за участие братьев Орловых в государственном перевороте. Несмотря на усилия в пользу Академии, был известен своей грубостью и самодурством. Я. Штелин называл его “молодым, неразумным, своенравным и несправедливым человеком, который считал всю Академию своей собственностью, а членов оной своими холопами” ([3], с. 99).

<sup>8</sup>Якоб Штелин (Jacob von Stählin, 1709–1785), гравёр, картограф, медальер, “мастер фейерверков”. Был приглашён в Петербургскую Академию наук в 1735 г. “для словесных наук и аллегорических изобретений для фейерверков, иллюминаций и медалей”; в 1738 г. стал профессором элоквенции и членом Академии. С 1742 по 1745 г. был учителем наследника Петра Федоровича (императора Петра III), затем его личным библиотекарем. В 1765–1769 Якоб Штелин был учёным секретарём Академии наук. Сохранились его многочисленные мемуары и обширная переписка с зарубежными учёными. Несмотря на то, что Екатерина II нейтрально относилась к бывшим приближённым Петра III, возможно, что граф В. Орлов, брат зачинщика переворота, перенёс на Штелина свою неприязнь.

<sup>9</sup>Крафт, Логин Юрьевич (Wolfgang Ludwig Krafft, 1743–1814), сын петербургского академика Георга Вольфганга Крафта, российский астроном, физик. Адъюнкт Петербургской Академии наук (1768), академик (1771). Работы в области астрономии и демографии.

<sup>10</sup>Андрей Иванович Лексель (Anders Johan Lexell, 1740–1784), российский астроном, математик и физик шведского происхождения, с 1768 г. жил в Петербурге. Член Петербургской Академии наук. Работы в полигонометрии, сферической тригонометрии и небесной механике; доказал, что Уран – не комета, а планета.

Справочник Поггендорфа ([18], Т. 1, ст. 704–705) содержит названия около 30 мемуаров И. А. Эйлера, преимущественно по физике, астрономии и приложениям к ним математики, опубликованных в немецких и российских академических изданиях, но этот список не полон. В 1770-е гг. Леонард Эйлер в окружении своих молодых помощников: Иоганна Альбрехта Эйлера, Николая Фусса, Андерса Лекселя (J.A. Lexell) и Л.Ю. Крафта (W.L. Krafft) обсуждал с ними вопросы астрономии, сферической тригонометрии и теории чисел. Это были домашние семинары, все идеи обсуждались и вырабатывались совместно. Их записи представляют собой последовательность поочередных заметок всех участников, посвящённых обсуждению одного и того же вопроса. Часть результатов участников включена в посмертный том работ Эйлера, подготовленный к печати Николаем и Павлом Фуссом и изданный в 1862 г. [16]. В этом томе содержится немало заметок И. А. Эйлера: теоретико-числовые проблемы, гипотезы и решения некоторых задач из диофантова анализа. В частности, И. А. Эйлеру принадлежит гипотеза (*ibidem*, с. 203) о том, что для представления любого числа как суммы квадратов треугольных чисел, необходимо не менее двенадцати членов; утверждение, что, для представления любого числа как суммы фигурных чисел (приведены примеры)  $1, n + a, \frac{(n+1)(n+2a)}{1 \cdot 2}, \frac{(n+1)(n+2)(n+3a)}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \dots$ , требуется не более, чем  $a + 2n - 2$  членов (эта формула подписана Крафтом). Там же опубликовано предположение И. А. Эйлера к гипотезе Э. Уоринга (Варинг, E. Waring) о том, что для представления любого положительного целого числа в виде суммы положительных  $n$ -х степеней, необходимо по крайней мере  $T = \nu + 2^n - 2$  слагаемых, где  $\nu$  есть наибольшее целое, меньшее  $(3/2)^n$ . Привожу здесь комментарий Н.А. Вавилова: “Эйлер-мл. сформулировал экспериментальную гипотезу для небольших значений – подразумевая очевидное обобщение – а Крафт записал ее как точную формулу, т.е. вклад Эйлера чуть больше. Что здесь действительно новое, это формулировка гипотезы для *высших* размерностей. Обычно считается, что даже для размерности 3 эти гипотезы сформулированы только в 1850 году Ф. Поллоком. А здесь явно утверждается не только что каждое число есть сумма не более чем пяти тетраэдральных – а даже с этим до совсем недавнего времени были серьезные проблемы – но и что каждое число есть сумма не более чем 7 чисел, соответствующих *четырёхмерным* симплексам, и т.д. – пирамидки с многоугольными основаниями. Т.е. обобщение гипотезы Ферма, совпадающее в простейшем случае с Поллоком, но идущее в другую сторону. Это *теснейшим* образом связано с проблемой Варинга. Поэтому тут же рядом и формулируется. Это то, что называется “проблемой Камке” – представление чисел суммами значений *многочлена*. Но в теореме Камке целочисленные многочлены, а здесь целозначные. На *возможность* представления ограниченным количеством это не влияет. А вот на конкретные значения – более чем! И открытые вопросы, разумеется, относятся именно к вычислению точных значений для конкретных многочленов<sup>11</sup>”.

После 1773 г. И. А. Эйлер опубликовал только одну работу математического содержания, но продолжал публиковать регулярные метеорологические сообщения. И если в работах И. А. Эйлера в области чистой математики, механики и теоретической физики можно видеть определяющую роль его отца, то в области метеорологии его работы самостоятельны.

В 1786 г. И. А. Эйлер был пожалован орденом Св. Владимира IV степени, став одним из первых российских учёных, отмеченных государственной наградой.

Иоганн Альбрехт Эйлер скончался в возрасте 65 лет 6 сентября 1800 года от истощения сил, проболел почти девять месяцев.

В Архиве Академии наук в фонде Эйлера среди рукописей И. А. Эйлера нашлась неопубликованная работа по истории геометрии.

<sup>11</sup>Выражаю свою признательность профессору СПбГУ Н.А. Вавилу за это личное сообщение.

## 2. О рукописи И. А. Эйлера “История геометрии”

Найденная нами в Архиве Академии наук неопубликованная и не датированная рукопись И. А. Эйлера на немецком языке по истории геометрии<sup>12</sup>, возможно, предназначалась для учебника по геометрии, который И. А. Эйлер писал для Сухопутного Шляхетского корпуса. С другой стороны, в изданиях Академии наук, в том числе “Примечаниях в ведомостях”, “Ежемесячных сочинениях”, “Академических известиях”, “Новых ежемесячных сочинениях” публиковалось большое количество статей научно-популярного и историко-научного характера. Интерес публики к чтению такого рода был значителен, академиком часто обязывали читать популярные лекции и писать научно-популярные статьи. Возможно, что неопубликованная рукопись И. А. Эйлера предназначалась в качестве основы статьи в одно из этих изданий. Она так и не была доработана и представляет собой 31 тезис, видимо, оставленный для дальнейшего развития. Основываясь на фактах биографии И. А. Эйлера и его ссылкам на некоторые издания, мы с осторожностью предполагаем, что рукопись была написана после 1778 г.

Первая часть рукописи содержит обзор античной истории геометрии, показывающий хорошее знакомство И. А. Эйлера с историко-математической литературой, кроме одного момента: разделение личностей Евклида Мегарского и Евклида Александрийского произошло в 1620 г. в работе Генри Сэвила [20], (см. комментарий 22), но И. А. Эйлер не знал этого, и приписал честь этого разделения своему современнику Деланде (Delandès, см. комментарии 26 и 27). Эйлер хорошо (хотя не совсем полно) знаком с изданиями и различными переводами античных авторов.

Ко второй половине XVIII в. уже были достаточно известны издания греческих классиков и монографии по истории математики.

“Элементы” (или “Начала”) Евклида, состоявшие из 15 книг, 13 из которых достоверно написаны Евклидом, были впервые переведены на арабский в VIII в., с арабского на латынь в XII в. (Аделард из Бата, Герардо из Кремоны) и в XIII в. (Джованни Кампано); с греческого на латынь на рубеже XV-XVI вв. (Бартоломео Дзамберти, а также Симоном Гринеусом).

Труды Архимеда в переводе на латынь были известны с 1503 г. (Вильгельм из Мербеке), затем в 1544 г., более полное в 1558 г. (Федерико Командино), и после многократно заново переводились и переиздавались.

“Конические сечения” Аполлония издавались на латыни в 1537 (первые четыре книги), 1631 г. (три следующих книги). Полное латинское издание семи первых книг “Конических сечений” было издано в 1631 г. Эдмундом Галлеем и включало его реконструкцию восьмой книги.

“Математическое собрание” – книги Паппа Александрийского, содержавшие подробный обзор основных достижений античной геометрии, были впервые изданы в латинском переводе в 1588 г. (Федерико Командино).

“Комментарии к Евклиду” Прокла были впервые изданы на греческом С. Гринеусом (1533) и в латинском переводе Ф. Бароцци (1560).

Трактат Диогена Лаэртского “О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов” был известен в латинском переводе с XII в. (Henricus Aristippus), многократно цитировался и пересказывался. Наиболее полное издание вышло в XV в. (Ambrogio Traversari).

Перечисленные издания, либо более поздние переиздания этих книг были известны И. А. Эйлеру и цитируются им.

Основные трактаты по истории математики, вышедшие к моменту работы Эйлера над рукописью, большей частью не были известны И. А. Эйлеру. Это труды Иоганна Бутеа (1559), Пьера де ла Раме (1567), Бернардино Бальди (посм. изд. 1707), Иосифа Бланкануса (1615),

<sup>12</sup>СПбФАРАН. Ф. 136. Оп. 1-а, Д. 33. 8 л.



Гергарда Иоганна Фосса<sup>13</sup> (1650), Эдварда Бернарда (1704) [4].

Достоверно обращение И. А. Эйлера к сочинению Клода-Франсуа Де-Шалья (1674) “Трактат о прогрессе математики и об известных математиках”, который вошёл как составная часть в первый том его трёхтомника “Курс или мир математики” – автор упомянут И. А. Эйлером в 26 тезисе как исследователь и издатель Евклида.

“Трактат об алгебре как исторический, так и практический. Показывающий происхождение, прогресс и постепенные достижения оной; и сообразно этому развитию как достигла она тех высот, на которых сейчас находится. С некоторыми дополнительными исследованиями, Дж. Валлиса» (1685) – не упомянут у Эйлера, хотя известно<sup>14</sup>, что эта книга была в собрании его отца.

“Математический лексикон” (1716) и V том “Краткое рассмотрение знаменитейших математических сочинений” трактата “Начальные основания математических наук” (1741) Х. Вольфа явно были известны И. А. Эйлеру. Христиан фон Вольф (1679–1754), ученик и последователь Г.В. Лейбница, известный немецкий философ и естествоиспытатель, учитель М.В. Ломоносова, многое сделал для подбора молодых учёных для Санкт-Петербургской академии наук. Именно он рекомендовал молодого Леонарда Эйлера. После краткой встречи в Марбурге Л. Эйлера, направлявшегося в Россию, и Х. фон Вольфа, последний 20 мая 1727 г. написал ему письмо, назвав Россию раем для учёных: “Я очень сожалею, что вы так торопились и я не имел счастья побеседовать с Вами о разных предметах и особенно высказать мое глубокое уважение к Им[ператорской] академии наук и проявить должную учтивость, отвечающую дружбе господина Бернулли. Вы едете теперь в рай для ученых, и я желаю Вам только, чтобы Всевышний сохранил в путешествии Ваше здоровье и позволил Вам долгие годы находить в Петербурге свое удовольствие. Прошу передать мой низжайший поклон его превосходительству господину президенту, а также мой привет господам Бильфингеру, Герману, Бернулли, Мартини, Лейтману, и прошу всегда хранить обо мне добрую память.” [14]. Именно с Вольфом полемизировал Л. Эйлер относительно его работ “Ontologia” и “Cosmologia”, что нашло своё отражение в “Письмах к немецкой принцессе”<sup>15</sup>. Открытое выступление Эйлера против школы Лейбница-Вольфа в дискуссии о монадах вызвало досаду Вольфа, выразившуюся в его письмах к другим учёным. Известно одно письмо Л. Эйлера от 16 октября 1741 г. примирительного содержания ([5], с. 74-76). Заметим, что сам Вольф в своих сочинениях излагает историю математики до работ молодого Леонарда Эйлера включительно. Начало рукописи И. А. Эйлера “История геометрии” изложено согласно соответствующей статье из “Математического лексикона” Х. Вольфа (1716), либо согласно V тому “Краткое рассмотрение знаменитейших математических сочинений” трактата Вольфа “Начальные основания математических наук” (1741).

“История математики во всём её объёме от сотворения мира до XVI века после Рождества Христова, с жизнеописанием знаменитых математиков, их учений, трудов и рукописей; кроме того, обзор основных математических сборников и трудов, а также история арифметики до нашего времени” (1742), Иоганна Хайльброннера, вероятно была знакома И. А. Эйлеру.

В 1758 г. вышла “История математики” Ж.Э. Монтюкла (1-й и 2-й тома). Посмертно, в 1799 году её дополнил до четырёх томов и издал астроном Жозеф Жером Лефрансуа де Лаланд (de Lalande, De La Lande, 1799), познакомившийся в 1752 г. с семьёй Эйлеров во время пребывания их в Берлине. Лаланд был учеником Ж.-Н. Делиля, проработавшего первым академиком астрономии в Петербургской академии наук с 1725 по 1747 г. Во Франции Лаланд сотрудничал с А. Клеро. Крепкие связи с Петербургской академией способствовали тому, что

<sup>13</sup>В книге Фосса «О природе и строении всех математических наук с добавлением хронологии математиков» уже разделяются личности Евклида Мегарского и Евклида Александрийского, хотя впервые это разделение сделано в 1620 г. Генри Сэвиллом.

<sup>14</sup>Каталог СПбФРАН

<sup>15</sup>Письмо 76, “О вольфианской системе монад”.

“Астрономия” де Лаланда была издана в Русском переводе в 1789 г. “История математик” Монтюкла также издавалась в русском переводе П.И. Богдановича в “Академических известиях” в 1779–1781. Все эти переводы курировались И. А. Эйлером как конференц-секретарём Академии. Разумеется, он был знаком с книгой Монтюкла, а также был в курсе исследований Лаланда и его коллег, в том числе А. Клеро. В частности, описание эпизода о задаче удвоения куба соответствует изложению Монтюкла. Заметим также, что Монтюкла обращает внимание читателя на различие личностей Евклида Мегарского и Евклида Александрийского (с. 217), но не указывает источник, определивший это различие. Разумеется, у Хайльброннера и у Монтюкла есть обзор предшествующей литературы по истории математики. Во многом И. А. Эйлер следует изложению Монтюкла, хотя заметим, что сам Монтюкла во многом пересказывал предшествующих авторов.

Помимо традиционных вех истории античной геометрии Эйлер обращает внимание на открытие новых методов решения поставленных задач, и, в частности, на возникновение вопроса о разрешимости и неразрешимости геометрических проблем (12-й тезис рукописи).

Вторая часть рукописи представляет собой великолепный обзор современного на тот момент развития геометрии, включая её прикладные аспекты в астрономии, картографии, геодезии, маркшейдерском деле и фортификации, развитие подсобных математических инструментов, и показывает основательное знакомство И. А. Эйлера с литературой. Он выделяет авторов по педагогическому мастерству в области высшей геометрии, по развитию прикладных методов и по созданию руководств в новых прикладных областях. Мы попытаемся определить, какими источниками пользовался И. А. Эйлер и дать характеристику их авторам. Приводим здесь текст рукописи в переводе с немецкого Г.М. Шушкевича с нашими комментариями.

### 3. И. А. Эйлер. История геометрии или топографии

1. Геометрия или наука о взаимосвязях предметов в пространстве, занимающаяся изменением и сравнением пространственных структур включает в себя четыре основных раздела: элементарная и высшая, а также теоретическая и практическая геометрия<sup>1</sup>.

2. Создание первых основ современной дисциплины – собственно геометрии (немецкое название которой: мерное или землемерное искусство) бесспорно принадлежит египтянам. Поскольку воды Нила ежегодно затопляют поля Египта, то остающийся после разлива ил стирал границы наделов, покрывая межевые метки так, что распознать их становилось невозможно, что, конечно, вызывало многочисленные беспорядки и споры между жителями, для устранения которых не оставалось ничего другого, кроме как проведение осмотра полей и угодий, измерение их величины и составление плана, короче – изобретение начальных основ топографии<sup>2</sup>.

3. Богословы, однако же, считают, что египтяне изобрели геометрию не самостоятельно, а научились ей у Авраама. Изобрел ли ее сам патриарх или также у кого-то обучился? Об этом богословам также известно не больше, чем мне<sup>3</sup>.

4. Доподлинно известно, однако, что геометрию из Египта в Грецию принес Фалес Милетский, который в свою очередь изучал ее у мемфисских священников. Вероятнее всего, это, собственно, была только элементарная и практическая геометрия или землемерное искусство. Похоже, что после проделанного пути Фалес двинулся дальше, досконально изучил основы геометрии и изобрел различные теоремы, которые в записанном виде можно найти у Евклида, а именно как 5-ое<sup>4</sup>, 15-ое<sup>5</sup> и 25-ое<sup>6</sup> положение I книги и 31-ое<sup>7</sup> положение III книги евклидовой геометрии.

Прокл утверждает также, что Фалес вычислял высоту разных египетских пирамид с помощью длины отбрасываемой ими тени, этот метод послужил впоследствии основой 4-го<sup>8</sup> положения VI книги Евклида (см. Критическая история философии (Histoire Critique de la

Philosophie<sup>9</sup>), том II).

5. Позже один из родственников Пифагора посылает его к Фалесу, который в то время пребывал в Малой Азии. Однако вскоре Пифагор превосходит в мастерстве своего учителя Фалеса, который в расстройстве советует ему ехать к священникам в Мемфис, потому что считает их непревзойденными знатоками<sup>10</sup>.

6. Итак, Пифагор отправляется в Египет, но не находит там того, что ищет, а именно потому, что знания самого просвещенного среди мемфисских священников жреца существенно уступают его собственным именно в той области, которую он хотел бы изучать. Поэтому Пифагор принимает решение совершенствоваться самостоятельно и открывает две важные теоремы, положенные в основу 32-го<sup>11</sup> и 47-го<sup>12</sup> положений I-ой книги Евклида, в честь последней в дар богам было пожертвовано 100 быков.

Эта последняя из теорем, отмеченная столь щедрым жертвоприношением, учениками Пифагора была названа гекатомба<sup>13</sup>; в Новой истории она [эта теорема] именовалась *magister matheseos*<sup>14</sup> по следующей причине: некоторое время каждый претендент на получение звания *магистр математики* должен был представить новое доказательство этой теоремы.

Впоследствии Пифагор открыл первую в истории геометрическую школу, в которой он, однако, помимо геометрии преподавал также теорию чисел, звукообразования и другие входящие в программу натурфилософии дисциплины. Все же геометрия Пифагора остается основным предметом обучения, о чем свидетельствуют различные медали. В частности, на оборотной стороне медали, отчеканенной в честь Коммоди<sup>15</sup>, изображен Пифагор с палочкой в руке, которой математики древности рисовали на песке свои чертежи.

7. О таком способе черчения свидетельствуют истории подобные той, в которой философ Аристипп, потерпевший кораблекрушение, был выброшен на незнакомый остров и обнаружил на песке или на земле знакомые рисунки, после чего радостно прокричал своим товарищам: успокойтесь, здесь я узнаю следы человека (*vestigia hominum agnosco*)<sup>16</sup>.

8. Геометрия уже получила широкое признание, но до тех пор обучение было возможно только в устной форме. Гиппократ Хиосский<sup>17</sup> занимался проблемой так называемой квадратуры круга и решал задачу удвоения куба путем нахождения двух средних пропорциональных между заданным отрезком и другим, вдвое большим его (*duo media continue proportionalia inter duas lineas datas*) и стал первым ученым, изложившим начальные основы геометрии в письменной форме.

9. После этого Демокрит, пифагореец и друг Гиппократа, написал трактаты: *О соприкосновении круга и шара*, *Об иррациональных линиях*, *Твердые тела*<sup>18</sup>, *Численная геометрия* (*De tangentibus Circulorum et Sphaerae; de lineis irrationalibus; de Solidis; et de numeris geometricis*).

10. Геометрия достигает своего расцвета только во времена Гиппократа. И Платон, основатель и создатель академии и в прошлом ученик Гиппократа, не брал учеников, не прошедших курс обучения геометрии; об этом свидетельствует надпись, выполненная по его (Платона) указанию над дверями его лекционного зала: «Да не войдет сюда тот, кто не знает геометрии». В этой аудитории Платон ежедневно доказывает новые теоремы и разбирает предложенные ему сложные задачи.

11. Наконец сюда же относится необычная и хорошо известная история об удвоении освященного в честь Аполлона алтаря на острове Делос<sup>19</sup>, жители этого острова направили к Платону [несколько делегатов, которые должны были задать вопрос – *примечание И. А. Эйлера*] своих представителей с просьбой решить задачу, каким образом можно вдвое увеличить алтарь Аполлона (имевший форму куба). Когда же Платон не смог сразу найти решение, то направил посланников к Евклиду<sup>20</sup>, о котором еще пойдет речь после того, как мы расскажем об открытиях, сделанных еще до него. Тем временем, сам Платон продолжил заниматься решением Дельфийской задачи и как решение предложил поиск двух средних пропорциональных между одним отрезком и другим, вдвое большим его. Но постольку это открытие до Платона уже было сделано Гиппократам<sup>21</sup>, то Платон пальмы первенства был лишен.

12. Похоже, что после Платона некий Леон<sup>22</sup>, ученик геометра Неоклиса (его имя стало известно нам только благодаря его ученику) изобрел способ различать разрешимую проблему (*Problema solubile*) и неразрешимую (*insolubile*); этот Леон якобы также письменно изложил азы всей геометрии, которые должны быть значительно методичнее, чем *Начала* Гиппократа.

13. После этого Архит Тарентский<sup>23</sup> изобрел метод нахождения двух средних геометрических между двумя заданными величинами.

14. Далее Аристей (Старший)<sup>24</sup>, изучавший конические сечения, пишет трактат *О телесных местах*.

15. Гемин<sup>25</sup> занимался исследованием основ геометрии, обогатил и укрепил их; он различал только три типа линий – прямые, циркульные и улиткообразные линии; позднее он написал работу о построении плоских кривых (*conchois cissois*); нашел решение V положения I книги Евклида<sup>16</sup>, гораздо более простое, чем у Фалеса и написал 6 книг *Геометрическая мудрость* (*narrationum Geometricarum*), которые, к сожалению, были утрачены.

16. Наконец появляется Евклид из Мегары<sup>26</sup>, или, согласно Деланде (*Delandes*)<sup>27</sup>, из Александрии; вслед за пятью написанными им книгами по геометрии, по словам Паппа, появляются *Свойства параллелограммов*, две книги *Поверхностные места*, четыре книги *Конические сечения* и три книги *Поризмы*, которые, к сожалению, не сохранились. Всего до наших дней дошло 15 книг Евклида. В первых шести книгах речь идет о линиях и поверхностях, а в одиннадцатой и двенадцатой – о телах.

17. Теофраст<sup>28</sup>, ученик Аристотеля, написал четыре книги по истории геометрии *Historiarum Geometriae* и книгу о неделимых линиях *Lineis individuis*; (см. Диогена Лаэртского).

18. Эратофен изобретает прибор, названный им самим мезолябия, с помощью которого делийская задача по удвоению куба очень легко решается.

19. Архимед написал трактат о шаре, исследование о цилиндрах, работу о квадратуре параболы и две книги о равновесии. Между прочим, он же является открывателем знаменитого соотношения диаметра и длины окружности, составляющего 7 к 22, причем настолько точно, что увеличение чисел не отражается на точности результата.

20. Аполлоний (Пергский), по прозвищу Великий геометр, написал монографию из восьми книг о конусах и их свойствах и сечениях *Определённое сечение* (*de Sectione Determinata*), *Пропорциональные сечения* (*de Sectione Proportionis*), *Сечение протяжений* (*de Sectione Spatii*), *Наклонения* (*de Inclinationibus*), *Касания* (*de Tangentibus*)<sup>29</sup> и еще два трактата *Исчисление двойных винтовых линий* (*ratione duplicata Cochleæ*)<sup>30</sup>.

21. После Аполлония ничего значительного, заслуживающего упоминания, написано не было.

22. Адриан Метиус<sup>31</sup> доказал, что отношение диаметров окружностей к их длине составляет с большой точностью 113 к 355.

23. Людольф ван Кёлен<sup>32</sup> (*Ludolph von Cölln*) довел точность до следующего соотношения 100 000 000 000 000 000 к 314 159 264 358 979 323 846, а Шарп<sup>33</sup> получил 73 точных десятичных знака.

24. Декарт пошел дальше и первым применил в геометрии достижения алгебры.

25. Наконец Ньютон и Лейбниц как в геометрии, так и вообще во всех математических науках превзошли всех предшественников. Последний открыл закономерность, что если диаметр окружности принять равным 1, то четвертая часть окружности есть  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}$  и т.д. Этот ряд в честь его открывателя назван рядом Лейбница<sup>34</sup>.

26. Самыми известными исследователями и издателями книг Евклида являются:

Оронций Финеус (*Orontius Finæus*) 1530 г.<sup>35</sup>

<sup>16</sup>У равнобедренных треугольников углы при основании равны между собой, и по продолжении равных прямых углы под основанием будут равны между собой.

Якоб Пелетье (Jacob Peletier) 1557 г.<sup>36</sup>

Никколо Тарталья (Nicolaus Tartaglia) 1560 г.<sup>37</sup>

Франциск Флузатес Кандалла (Frantziscus Flussates Candalla) 1578 г.<sup>38</sup>

Клавиус (Clavius) 1578 г.<sup>39</sup>

Дешаль (Dechales)<sup>40</sup>, Эригон (Herigonius)<sup>41</sup>, Ро (Rohault)<sup>42</sup> и т.д.

Лучшим изданием Евклида считаются сочинения Евклида, подготовленные и изданные Исааком Барроу<sup>43</sup>.

27. Из числа других книг, посвященных геометрии, в качестве самых известных я могу назвать следующие:

Андре Таке<sup>44</sup>. *Элементы плоской и телесной геометрии* (Elementa Geometriæ planæ et Solidæ) – предназначена, собственно говоря, для ученых.

Дешаль *Элементы* Евклида, исправленные Озанамом<sup>45</sup> – в отличие от вышеуказанной предназначена для начинающих, очень подробное описание.

Геометрия Арно<sup>46</sup> написана в схоластической манере.

Отец Парди (Père Pardies)<sup>47</sup>; отец Бернар Лами (Père Bern: Lamÿ)<sup>48</sup>; Малезье (Malezieu)<sup>49</sup>; Нодэ (Naudé)<sup>50</sup>; etc.

Геометрия Клеро<sup>51</sup> самая простая и заслуживает внимания читателей.

28. Издания из области высшей геометрии

Аполлоний Пергский был первым автором трудов по коническим сечениям (de Sectionibus Coni).

Серенус<sup>52</sup> – *О сечении цилиндра*.

Феодосий<sup>53</sup> написал *Сферичку* (Spherica), а Архимед написал *О коноидах и сфероидах* (de Conoidibus, de Spheroidibus) и *Квадратура параболы* (de quadratura parabolæ).

Среди новых авторов внимания заслуживают:

Грегуар де Сен-Венсан (Grégoire de St. Vincent)<sup>54</sup>, Вивиани (Viviani)<sup>55</sup>, Фермор (Fermor), Исаак Барроу (Isaac Barrow), де ла Гир (de la Hire)<sup>56</sup>, маркиз де Лопиталь (le Marquis de l'Hopital) и др.

29. Авторы написанных книг по практической геометрии или о землемерном искусстве: P. Mallèt<sup>57</sup>; Clermont<sup>58</sup>; Ozanam<sup>59</sup>; Daudet<sup>60</sup>; Schwenter<sup>61</sup>; Lambert<sup>62</sup> и др.

30. Маркшейдерское дело и подземная геодезия до 1574 года были секретными науками.

Впоследствии в 1615 году Эразм Рейнгольд<sup>63</sup>, врач из Зальфельда и сын одноименного известного математика из Виттенберга, впервые написал работу *Подземная геометрия* (Geometria subterranea).

После этого в 1688 году Николаус Фойгтель<sup>64</sup> также пишет книгу о маркшейдерском деле, которая издается повторно в 1713 году в Айслбене.

И, наконец, в 1726 г. вышли *Institutiones Geometriæ subterraneæ methodo mathematica demonstratæ* Вайдлера<sup>65</sup>, которые считаются лучшими.

31. Пропорциональный циркуль был изобретен Йостом Бюрги<sup>66</sup> и описан Левино Хульсио (Levino Hulsio)<sup>67</sup>, Гольдманом (Goldmann)<sup>68</sup>, Шеффельтом (Scheffelt)<sup>69</sup> и другими.

#### 4. Комментарии Г. И. Синкевич к рукописи И. А. Эйлера “История геометрии”

##### 1-й тезис

<sup>1</sup>Соответствует Лексикону Вольфа, статья “Геометрия”, с. 294, столбец 538, <https://archive.org/details/vollstndigesmat00wolfgoog/page/n293/mode/2up>, но не совпадает с трактовкой Jean-Étienne Montucla из его Histoire des mathématiques.

##### 2-й тезис

<sup>2</sup>Соответствует изложению Jean-Étienne Montucla из его “Histoire des mathématiques” (Изд. 1779 г., ч. 1. С. 320–327).

*3-й тезис*

<sup>3</sup>У Монтюкла об Аврааме (с. 47): “Что касается истории Иосифа, который называет Авраама старейшим арифметиком и заставляет его обучать египтян первым элементам арифметики, то легко увидеть, что этот историк хотел украсить первого отца своего народа некоторыми знаниями, которые он уважал у иностранцев. Это одна из тех черт, которую может приветствовать только какой-нибудь компилятор, лишенный критики и аргументации”.

*4-й тезис*

<sup>4</sup>У равнобедренных треугольников углы при основании равны между собой, и по продолжении равных прямых углы под основанием будут равны между собой.

<sup>5</sup>Если две прямые пересекаются, то образуют равные между собой углы через вершину.

<sup>6</sup>Если два треугольника имеют две стороны, равные двум сторонам каждая каждой, основание же <в одном> больше, чем основание <в другом>, то и угол, заключённый между равными прямыми <в первом>, больше угла <во втором>.

<sup>7</sup>В круге угол, <заключённый> в полукруге, – прямой, в большем сегменте – меньше прямого, в меньшем же – больше прямого; и кроме того, угол большего сегмента больше прямого, меньшего же – меньше.

<sup>8</sup>В равноугольных треугольниках стороны при равных углах пропорциональны и соответственными будут стягивающие равные углы.

<sup>9</sup>Deslandes, A.F. Histoire Critique de la Philosophie, TOME 2. 1737 (André-François Boureau-Deslandes, 1689–1757, французский учёный, философ и писатель). Цитируется у Монтюкла.

*5-й тезис*

<sup>10</sup>Из книги Ямвлих “О Пифагоровой жизни” ([7], с. 29), а также из “Истории математики” Монтюкла, т.1., с. 112, который, в свою очередь, ссылается на Ямвлиха. Сочинение Ямвлиха было известно в греческом списке, а также в 1607 г. переведено на латынь, издано в Женеве.

*6-й тезис*

<sup>11</sup>Во всяком треугольнике по продолжении одной из сторон внешний угол равен двум внутренним и противоположащим, и внутренние три угла треугольника <вместе> равны двум прямым.

<sup>12</sup>В прямоугольных треугольниках квадрат на стороне, стягивающей прямой угол, равен <вместе взятым> квадратам на сторонах, заключающих прямой угол.

<sup>13</sup>Гекатомба (от греческого “сто быков”) – торжественное жертвоприношение в Древней Греции, описываемое ещё в Илиаде. Эпизод с Пифагором описан у Диогена Лаэртского.

<sup>14</sup>В средние века теорема Пифагора, *magister matheseos*, определяла границу профессиональных математических знаний. В 1336 г. в Парижском университете было введено правило: ни один студент не может получить ученую степень, если не посещал лекции по математике. Из комментария к первым шести книгам Евклида 1536 г. следует, что кандидаты на степень Artium Magister должны были дать клятву, что посещали лекции по этим книгам. Экзамены, если вообще проводились, вероятно, не выходили за рамки первой книги, о чем свидетельствует наименование “magister matheseos”, примененное к теореме Пифагора, последней в первой книге.

<sup>15</sup>Луций Элий Аврелий Коммод (Commodus) – римский император II века. Во время его правления чеканилось много различных монет, медалей и медальонов с его изображением. При Коммодe искусство изготовления бронзовых медальонов достигло своей вершины по качеству и разнообразию исполнения, особенно за последние семь лет его правления. Нам не удалось найти информации о римских медалях или монетах с Пифагором на реверсе. Возможно, И. А. Эйлер видел такой медальон в мюнц-кабинете Петербургской или Берлинской Академии наук. Но на греческих античных монетах Пифагор изображался в основном в сидячем положении с жезлом в руке по подобию Зевса.

*7-й тезис*

<sup>16</sup>Эта история отсутствует у Диогена Лаэртского, но есть у Витрувия.

*8-й тезис*

<sup>17</sup>Гиппократ Хиосский (вторая половина V в. до н. э.) – древнегреческий математик и астроном. Составил первый свод геометрических знаний “Начала”. По мнению Ван-дер-Вардена, в его сочинении изложен материал, соответствующий первым четырём книгам “Начал” Евклида. Гиппократ занимался знаменитой задачей античности – удвоением куба, и решил её, сведя к задаче на нахождение между двумя данными отрезками двух средних в непрерывной пропорции.

*9-й тезис*

<sup>18</sup>Ни одно из сочинений Демокрита не сохранилось. Диоген Лаэртский перечисляет следующие труды Демокрита по математике: “О познании разницы, или О соприкосновении круга и шара”, “О геометрии”, “Геометрия”, “Числа”, “Об иррациональных линиях и телах” 2 книги, “Проекция”, “Большой год, или Астрономия” (расписание), “Состязание часов [с небосводом]”, “Описание неба”, “Описание земли”, “Описание полюсов”, “Описание лучей”. Таковы сочинения по математике. В исследуемой нами рукописи И. А. Эйлера пунктуация поставлена так: Об иррациональных линиях; о твёрдых телах. Подлинное название трактата Демокрита, названного у Диогена Лаэртского “Об иррациональных линиях и телах” 2 книги. Название “de Solidis” отсутствует не только у Диогена Лаэртского, но и у других исследователей Демокрита. Известно, что Демокрит представлял тела и геометрические объекты состоящими из неделимых атомов. В силу этого длина отрезка равна количеству атомов в нём, площадь равна длине всех содержащихся в ней отрезков, объём равен сумме площадей сечений. Демокрит первым установил, что объём пирамиды и конуса равен соответственно одной трети объёма призмы и цилиндра с той же высотой и с той же площадью основания. Заметим, что Л. Эйлер в 1772 г. опубликовал работу по дифференциальной геометрии “Твердые тела, поверхность которых может быть развернута на плоскость” [15]. Л. Эйлер начинает эту статью с того, что некоторые тела, например, цилиндр и конус, могут быть развёрнуты на плоскость. Возможно, что отец и сын Эйлера обсуждали в связи с учением Демокрита развитие метода неделимых.

*11-й тезис*

<sup>19</sup>Из большого количества святилищ Аполлона, святилища в Дельфах и на Делосе считаются всегреческими святилищами, они почитаются и за пределами Греции. Небольшой остров *Делос*, в центре Кикладских островов, был местом рождения Аполлона. Город *Дельфы* расположен в самом сердце Центральной Греции. По преданию, здесь родился сын Аполлона – Дельф. По другой легенде, Аполлон принял образ дельфина, чтобы привести моряков к своему святилищу. *Дельфийский оракул* – один из важнейших оракулов Древней Греции. Предсказания выдавались Пифией, почитаемой жрицей Аполлона, которая, выпив воды из источника, впадала в экстаз, вдыхая аромат листьев лавра, который исходил из проема святилища храма. *Делийская, или дельфийская задача* – одна из классических задач античной математики (наряду с задачами квадратуры круга и деления угла на три равные части). Согласно античному преданию, жители острова Делос обратились к дельфийскому оракулу с просьбой о прекращении эпидемии. В ответ они получили задание удвоить объём кубического алтаря Аполлона, сохранив при этом его форму, что в современной постановке означает  $x^3 = 2a^3$ . Гиппократ из Хиоса свёл задачу к нахождению двух средних пропорциональных  $a : x = x : y = y : 2a$ . Эратосфен из Кирены, Аполлоний из Перги, Архит и Герон из Александрии применяли кривые высших порядков и геометрию движения. Задачу также пытались решить с помощью циркуля и линейки, но это невозможно. Вот что пишет Плутарх в своей восьмой книге “За Стольных бесед”: “Сам Платон порицал друзей Евдокса, Архита и Менехма, которые хотели свести удвоение куба к механическим построениям, ибо они думали получить две средние пропорциональные не из теоретических соображений; но ведь таким образом уничтожается и гибнет благо геометрии, и этим путем геометрия возвращается обратно к чувственному, вме-

сто того, чтобы подыматься выше этого и твердо держаться вечных, нематериальных образов” ([1], с. 224).

<sup>20</sup>Это изложение совпадает с изложенным в «Истории математики» Монтюкла, 1758, с. 187.

<sup>21</sup>См. Монтюкла, там же.

*12-й тезис*

<sup>22</sup>Леонт (вторая половина IV в. до н.э.), математик, известный только по “каталогу геометров” Прокла. Учился у Неоклида, ученика Платона. Прокл сообщает, что Леонт составил *Начала*, весьма тщательные как по количеству, так и по полезности доказываемого; обобщил многие теоремы и изобрёл метод исследования границ разрешимости задач. Возможно, сочинение Леонта было использовано Евклидом.

*13-й тезис*

<sup>23</sup>Архит Тарентский (между 435 и 410 годами до н. э. – между 360 и 350 годами до н. э.), философ-пифагореец, математик и механик, теоретик музыки, государственный деятель и полководец. В историю науки вошёл как основоположник оптики и механики, один из первых теоретиков музыки, автор классического довода в пользу бесконечности Вселенной. Задачу об удвоении куба он решил весьма оригинальным стереометрическим построением, основанным на рассмотрении пересечения нескольких поверхностей вращения.

*14-й тезис*

<sup>24</sup>Аристей Старший (около 300 года до н. э.), древнегреческий математик, современник Евклида. Папп Александрийский сообщает, что Аристей был автором трактата “О пространственных местах” в пяти книгах. Гипсикл в принадлежащей ему дополнительной XIV книге *Начал* Евклида сообщает, что Аристее принадлежала книга “О сравнении пяти правильных тел”.

*15-й тезис*

<sup>25</sup>Гемин (I век до н. э.), древнегреческий математик и астроном. Единственное сохранившееся сочинение Гемина называется “Введение в небесные явления”. Гемин составил обширный трактат о математике. Эта работа не сохранилась, но её цитируют Прокл, Евтокий, ан-Найризи и другие авторы. Прокл сообщает, что Гемин в “Добротолубии” делил математику на мыслимую и чувственную, иначе говоря, на чистую и прикладную. К первой он относил геометрию и арифметику, ко второй – механику, астрономию, оптику, геодезию, канонику (теорию музыкальной гармонии) и логику (искусство вычислений).

*16-й тезис*

<sup>26</sup>В XIII–XVI веках историки не различали философа Евклида из Мегары и математика Евклида из Александрии, т.к. Диоген Лаэртский (нач. III века) не знал Евклида-математика, а относительно Евклида из Мегары сообщил, что оспаривая доказательства, он оспаривал в них не исходные положения, а выведение следствий. *Евклид из Мегары*, или Эвклид – греческий философ, ученик Сократа, основатель мегарской школы; жил около 400 г. до н. э. В XIII–XVI веках Евклид из Мегары считался автором математических “Начал” (ок. 300 г. до н. э.).

Впервые в Европе “Начала”, или “Элементы” Евклида опубликовали на латыни в 1482 году и на греческом в 1533 году.

Попробуем определить, когда начали различать Евклида-философа и Евклида-математика.

В 1570 г. Джон Ди, собравший одну из лучших научных библиотек Европы своего времени, читал лекции по “Началам” Евклида в Париже, и написал предисловие к английскому переводу издания Евклида, которого он называет Евклидом из Мегары [13].

В 1572 г. вышел латинский перевод “Начал” Евклида с греческого, сделанный Федерико Коммандино, но в нём не содержится никакой биографической информации о Евклиде [11].

В 1615 г. Джузеппе (Иосиф) Бланканус в своей “Диссертации о природе математики. С хронологией известных математиков” не указывает место рождения Евклида и его отличие



от Евклида из Мегары ([8], с. 6).

В 1620 г. профессор Генри Сэвил (Savile) основал в Оксфорде кафедру геометрии и прочитал цикл из тринадцати вводных лекций по “Началам” Евклида. Заметим, что именно Сэвил первым назвал Теона Александрийского комментатором Евклида, в то время как начиная с работ Б. Замберти (1473 – после 1543), первого переводчика Евклида, господствовало мнение, что автором доказательств в элементах Евклида был Теон Александрийский. В первой же своей лекции Сэвил опровергает ошибку, что Евклид из Мегары был геометром [28]. Лекции Г. Сэвила были изданы в 1621 г. [20].

В 1650 г. Гергард Иоганн Фосс, филолог и историк, обогативший историю математики методами источниковедения, написал вышедшие посмертно сочинения 1650 г. “О природе и строении всех математических наук с добавлением хронологии математиков” [24] и переизданном как часть этой книги в 1660 г. “О четырёх основных искусстваах, о филологии и математических науках, с добавлением хронологии математиков, в трёх книгах” [25]. Он различает Евклида-философа из Мегары и Евклида-математика из Александрии. В первом параграфе 15 главы “Евклид и его геометрия” книги ([26], с. 52-53, отдельная пагинация) Фосс пишет, что греческие математики работали не только в Греции, но и в Египте, что подтверждено письменными документами. Он ссылается на письма Сидония Аполлинария, упоминаемые у Диогена Лаэртского, сочинения Клеанфа, Хрисиппа. Указывает, что Евклид Мегарский был учеником Сократа и основателем философской школы эвристики. Чтобы послушать Сократа, Евклид Мегарский приходил из Мегар в Афины по ночам (мегарцам было запрещено посещать Афины). Евклид Мегарский упомянут у Платона в его диалоге “Теэтет”.

Евклид-геометр, по словам Фосса, согласно свидетельству Прокла Диадохса, жил в Египте, был математиком и учителем, как ранее Теофраст, во время правления Птолемея, сына Лага. Между обоими Евклидами пролегло около 90 лет. Фосс рекомендует читать Евклида в переводах замечательного Федерико Коммандино, а о самом Евклиде читать у Генри Сэвила.

Ж.Э. Монтюкла был знаком с работами Бальди, Коммандино, Бланкануса и Фосса, Хейльброннера. В 1758 г., в I ч., кн. IV Истории Математики (с. 216-217) Монтюкла пишет: «On ne confond plus l’Euclide, dont nous parlons ici , avec celui de Mégare , le Fondateur d’une Secte plus renommée par son acharnement à la dispute , & l’insoumission de divers sophismes, que par ses progrès dans la recherche de la vérité. . . Euclide de Mégare fut un des premiers Auditeurs de Socrate. . . Il falloit ignorer entièrement ces faits pour confondre deux hommes aussi différens. (Мы больше не путаем Евклида, о котором мы здесь говорим, с Евклидом Мегарским, основателем школы, более известной своими неустанными спорами и навязчивостью различных софизмов, чем своими успехами в поисках истины. Евклид из Мегары был одним из первых слушателей Сократа. Наш Геометр, напротив, был современником первого Птолемея и, следовательно, жил почти столетием позже. Эти факты нужно было полностью игнорировать, чтобы спутать двух столь разных людей). Но Монтюкла не ссылается в этом на Deslandes, как указывает И. А. Эйлер.

<sup>27</sup>Возможно, И. А. Эйлер имеет в виду André-François Boureau-Deslandes, 1689–1757, французского учёного, философа и писателя. Его “Критическая история философии” [9] цитируется у Монтюкла. Возможно, это Joseph Jérôme Lefrançois de Lalande (1775–1800), французский астроном, работавший в Берлине в годы пребывания там семьи Эйлера. Лаланд переиздал “Историю математики” Жана Этьена Монтюкла, причём последние два тома составил сам, в течение 25 лет (1775–1800). В сокращённом виде в 1789 г. его “Астрономия” была издана в Санкт-Петербурге в русском переводе [2].

#### 17-й тезис

<sup>28</sup>Теофраст (Феофраст, IV-III вв. до н.э.), древнегреческий философ, естествоиспытатель, теоретик музыки, основатель ботаники и географии растений. Наряду с Аристотелем основателем ботаники и географии растений. Вероятно, И. А. Эйлер имеет в виду упоминаемые у Диогена Лаэртского сочинения Теофраста “Геометрические разыскания” в 4-х книгах и “О

неделимых линиях”. Благодаря исторической части своего учения о природе выступает как родоначальник истории философии (особенно психологии и теории познания).

*20-й тезис*

<sup>29</sup>De Tactionibus (“Tangencies”).

<sup>30</sup>“On the Cylindrical Helix”(упоминается у Прокла). О втором трактате информацию найти не удалось.

*22-й тезис*

<sup>31</sup>Adriaan Metius (Adriaan Adriaanszoon по прозвищу Метиус (измеритель), 1571–1635), голландский геометр, астроном и военный инженер. Учился у Рудольфа Снеллиуса, некоторое время работал у Тихо Браге, затем вернулся на родину, где преподавал математику топографам. Профессор математики, навигации, геодезии, военной инженерии и астрономии в университете Франкера (Нидерланды). Изготавливал оптические измерительные инструменты. Опубликовал трактаты об астролябии и геодезии. В 1585 году его отец, математик и картограф Adriaan Anthonisz с помощью непрерывных дробей вычислил приближение числа  $\pi$  как  $355/113$ . Позже Метиус опубликовал результаты своего отца. Значение  $355/113$  традиционно называют числом Метиуса.

*23-й тезис*

<sup>32</sup>Людольф ван Кёлен (Ludolph von Cölln, также van Keulen, van Collen, van Cuelen, ван Цейлен, 1540–1610), нидерландский математик. В 1596 г., в работе “Van den Circkel Daer iu gheleerdт werdt te vinden de naeste Proportie des Circkels-diameter legen synen Omloop” (Delf., 1596, в латинском переводе Виллеброрда Снеллиуса “De Circulo et adscriptis Liber”, Лейден, 1619) вычислил 35 десятичных знаков числа  $\pi$ . В течение последующих веков это число называлось числом Людольфа. Постепенно его вытеснило употребляемое Эйлером более удобное обозначение  $\pi$  по начальной букве греческих слов *периферия* (окружность) и *периметрос* (периметр).

<sup>33</sup>Абрахам Шарп (Abraham Sharp, 1653–1742), английский астроном и математик. работал ассистентом у королевского астронома Д. Флемстида в Гринвичской обсерватории. Составил таблицы движений спутников Юпитера, занимался изготовлением астрономических инструментов, прославившись как искусный их градуировщик. Изготовил стеной квадрант радиусом 6 футов 9 дюймов, на котором Флемстид вёл наблюдения более 30 лет. Рассчитал число  $\pi$  с точностью до 72 знака после запятой. Опубликовал учебник “Geometry Improved “ (Усовершенствованная геометрия) и логарифмические таблицы.

*25-й тезис*

<sup>34</sup>Лейбниц опубликовал этот результат в 1682 г. в работе [17].

*26-й тезис*

<sup>35</sup>Французский математик и картограф Оронций (Оронций Финеус, Orontius Finnaeus или Finæus, фр. Oronce Finé; 1494–1555) был учителем Бутео. Финеус в 1532 г. издал в Париже книгу “Protomathesis” (Введение в математику), в которой объясняются основные понятия, используемые в “Элементах” Евклида и вычисление площадей плоских фигур по Архимеду. Введение к “Protomathesis” в виде письма к Франциску I датируется 1530 г. В “Protomathesis” Финеус приводит свой метод решения задачи о квадратуре круга с помощью циркуля и линейки, подвергнутый позже критике его учеником Иоганном Бутео.

<sup>36</sup>Жак Пелетье (Jacques Pelletier du Mans, Jacobus Peletarius, 1517–1582), французский поэт и математик. Издал комментированный латинский перевод первых шести книг “Начал” Евклида *Euclidis elementa geometrica demonstrationum libri sex*. Lyon 1557. (Переиздание: 1610, французский перевод: 1611).

<sup>37</sup>Никколо Тарталья (Niccolò Tartaglia, 1499–1557), итальянский математик-самоучка, инженер фортификационных сооружений. Известен тем, что в 1534 году выиграл картель (диспут), решив уравнения третьей степени. Его результаты были обобщены и опубликованы Дж.

Кардано в *Ars magna* (Великое искусство, 1545). Занимался переводами Архимеда и Евклида на итальянский язык. 1543, *Euclide megarense philosopho: solo introducttore delle scientie mathematice* (Евклид - философ из Мегары) – первый перевод пятнадцати книг Евклида на итальянский язык. Если предшествующие латинские переводы были сделаны с арабского, и содержали ошибки в Пятой книге (теории пропорций Евдокса), издание Тартальи было основано на латинском переводе Замберти неповрежденного греческого текста, в нём содержание Книги V передавалось без искажений. Переводы Тартальи продолжали публиковаться после его смерти. Известно венецианское издание Евклида перевода Тартальи 1565 г. В 1560 эта книга не издавалась.

<sup>38</sup>Euclidis Megarensis Mathematici [12], издания 1566 и 1578 гг.

Франсуа де Фуа (François de Foix, 1512–1594), из ветви семьи графов Фуа, по имени Фуа-Кандаль. Епископ и настоятель двух монастырей. Основал кафедру математики в Университете Бордо-II (1591) и выделил ей 2000 экю в качестве годовой пенсии. Претендент на эту кафедру выбирался в результате открытого конкурса, в ходе которого ему нужно было выявить и решить две геометрические гипотезы. Франсуа де Фуа также приобрел дом для бесплатного проживания и питания нуждающихся студентов. Перевёл Евклида на основе перевода Замберти. К пятнадцати книгам Евклида добавил от себя шестнадцатую, о вписанных многогранниках. В издании 1578 г. он добавил ещё две дополнительные книги о многогранниках. Знаменитая английская версия *Элементов* 1570 года включала 16-ю книгу Фуа-Кандаля. Она была переведена на латынь Кристофом Клавиусом, чей адаптированный для обучения перевод *Элементов* 1574 г. был, вероятно, самой читаемой версией текста в семнадцатом веке. Был еще и голландский перевод. Кеплер ссылался на вложенные многоугольники Фуа-Кандаля в своих астрономических сочинениях. Фуа-Кандаль был альпинистом, руководил первым восхождением на вершину Миди-д’Осо в Пиренеях.

<sup>39</sup>Христофор Клавиус (Клавий, Christophorus Clavius, 1538–1612, Рим), немецкий математик и астроном, иезуит. Главный разработчик окончательной версии современного григорианского календаря, один из самых уважаемых астрономов в Европе. В 1574 году Клавиус опубликовал снабжённый комментариями перевод “Начал” Евклида (неточный) *Euclidis elementorum libri XVI cum scholiis* (Элементы Евклида для школ). Этот перевод многократно переиздавался, вплоть до 1717 года. Он поместил в перевод собственное “доказательство” пятого постулата Евклида, основанное на положении: “Эквидистанта прямой есть прямая”; позднее выяснилось, что это утверждение равносильно пятому постулату.

<sup>40</sup>Клод Франсуа Миллие Дешаль (Claude François Milliet Dechales, Claude Dechales, de Chales, de Challes, 1621–1678), французский священник-иезуит, математик. Опубликовал перевод работ Евклида *Huict livres des Elemens d’Euclide rendus plus faciles par le RP Claude François Milliet Dechales, de la Compagnie de Jésus Claude Dechales* (Восемь упрощённых книг Элементов Евклида, 1672). Второе издание вышло в 1674 на латыни в восьми книгах: *Une deuxième édition d’Euclide, Elementorum Euclidis libri octo, ad faciliorem captum accommodati* (Элементы Евклида в восьми книгах, облегчённые для употребления). В 1685 г. вышло английское издание *Euclide traduit en anglais sous le titre Les éléments d’Euclid expliqués, dans une méthode nouvelle, mais très simple: avec l’utilisation de chaque proposition à travers toutes les parties des mathématiques Claude Dechales* («Элементы Евклида» объясненные новым, но очень простым методом: с использованием каждого предложения во всех разделах математики Клода Дешаля). Есть также французское издание 1778 г. [10], которым, вероятно, пользовался И. А. Эйлер. Переводы Дешаля были популярны во Франции, но уступали переводу Роберваля. Д. Смит пишет, что хотя Дешаль издал Евклида, но вклад его самого в предмет был более чем скромнен ([21], с. 386).

<sup>41</sup>Пьер Эригон (Pierre Hérigone, Petrus Herigonius, 1580?–1643), французский математик и астроном, был преподавателем математики в Париже. О его жизни известно очень мало. Среди исследователей существует гипотеза, что под этим именем скрывались математики Дени

Анрион (de Denis Henrion) и/или Клеман Сириаак де Манжен (de Clément Cyriaque de Mangin). Состоял в переписке с Мерсенном. Развивая символическую алгебру Ф. Виета (1591), был сторонником создания формального универсального языка математики, в чём предшествовал Дж. Пеллю, Г. Лейбницу и Дж. Пеано. Предложил несколько удачных математических обозначений (знак угла, знак перпендикулярности). Издал фундаментальный свод математических знаний того периода в шести томах, под названием “Cursus mathematicus, nova, brevi, et clara methodo demonstratus, per notas reales et universales, citra usum cujuscunque idiomatis intellectu faciles” (Курс математики, новый, короткий и яркий метод доказательства через обозначения, реальные и универсально применимые без использования любого разговорного языка). Первые четыре тома опубликованы в 1632 году, пятый – в 1637 году, последний – в 1642. Второе издание 1644 г. Текст был расположен тремя параллельными столбцами: латинский, французский и язык формальных обозначений (третий столбец – только для доказательств). Его цитировали выдающиеся математики следующего поколения, в частности, Паскаль и Лейбниц. Создание новых символов и желание перевести Евклида на чисто символический язык также можно найти также у Уильяма Оутреда. Разделение доказательств на три столбца с риторическим, синтетическим и символическим изложением, встречается также у Дж. Пелла.

В 1639 году Пьер Эригон издает небольшой словарь, содержащий этимологию и значение имен неясных математических терминов.

Среди сведений, изложенных в сочинении “Cursus mathematicus”, есть география, краткое изложение работ Симона Стевина, символическая алгебра Виета, метод касательных Ферма, и популярное изложение проблемы определения долготы, и собственный метод, возникший на основе работ Галилея. В пятом томе находится краткое изложение знаний того времени в области оптики. Курс замечателен новизной обозначений и поставленной цели. В изложении *Элементов* Евклида Эригон использовал фрагменты перевода Клавиуса. Эригон предлагает изложить рассуждения *Элементов* Евклида с помощью собственной логической символики. Его цель заключается в том, чтобы выявить стадии рассуждения и “механизировать” его. В его сознании алгебра неразрывно связана с геометрией, доказательства по существу основаны на аксиомах Евклида, что придает связность и прочную основу его представлению. Эригон утверждал, что он изобрёл новый метод построения доказательств, кратких и понятных, без использования какого-либо языка, в чём ему позже следовал Лейбниц. Н. Бурбаки квалифицирует попытку Эригона создания символического письма, предназначенного для представления логических операций, как очень поверхностную и не ведущую к прогрессу в анализе математических рассуждений. Эригон применял свой формализм также к таким областям, как география, космография, навигация и военное искусство. В пятом томе своего курса Эригон пытается преодолеть недостатки метода Морена для определения долготы в море и развивает метод, использующий в качестве часов затмения спутников Юпитера. Этот метод Эригона будет снова использован тридцатью годами позже астрономом-геометром Кассини. В этой же книге Эригон излагает точки зрения Коперника, Ландбергиса и Кеплера. Он исключает промежуточную систему Тихо Браге, который, как и в модели Виета, утверждает, что светила (Солнце и Луна) вращаются вокруг Земли, в то время как планеты (Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн) вращаются вокруг Солнца. Это система называется *геогелиоцентризмом*. Эригон утверждал, что мнение тех, кто помещает солнце в центр, более вероятно. Исаак Ньютон знал об исследованиях Ферма о касательных по изложению Пьера Эригона. С 1672 по 1680 год Готфрид Вильгельм Лейбниц интересовался попытками изложить доказательства Евклида новыми методами, включая метод Эригоны. Он изучал Эригона в надежде найти истинную аксиоматику рассуждения, а также с целью создать универсальный язык математики. Попытки Эригона создать символический язык математики высоко ценил Монтюкла.

<sup>42</sup>Жак Ро (Jacques Rohault, 1618–1672), французский философ, физик, математик, последователь картезианства. Популяризатор и талантливый преподаватель картезианской физи-

ки. Читал в Париже научно-популярные лекции с демонстрацией экспериментов для широкой публики. Автор многократно переизданных трактатов по физике и механике. Занимал должность профессора математики и философии дофина и преподавал математику принцам Конти (Conti). Тематика этих курсов была следующей: первые шесть книг Евклида, арифметика, тригонометрия и сферические треугольники, практическая математика (геодезия, картография, измерения), фортификация, простые машины (лебедка, рычаг, клин), перспектива в рисунке. Большая популярность публичных лекций привела Ро к идее проводить еженедельные занятия дома (“среды Ро”) с показом экспериментов по капиллярности, магнетизму, гидростатике, оптике, деформации твёрдых тел и проч. Это были эмоциональные зрелищные представления: Ро показывал явления таким образом, чтобы вызвать противоречивые объяснения аудитории. Затем, путем контр-экспериментов и рассуждений, он подводил публику к своему собственному выводу: факты предшествуют объяснениям. Эти среды имели огромный успех, у него бывали люди всех возрастов, полов и сословий. Благодаря Ро, картезианская физика вошла в моду в салонах. С 1664 года Ро зарекомендовал себя как лидер картезианской науки. Его работы были отмечены Г. В. Лейбницем как самые оригинальные среди работ учеников и продолжателей Рене Декарта. В 1690 г. посмертно был издан его перевод “Шесть первых книг Элементов Евклида” (Jacques Rohault. Oeuvres posthumes de Mr. Rohault, The Hague. Vol. 1).

Не путать с астрономом Джакомо Ро (Giacomo Rho, 1593–1638), членом иезуитской миссии в Китае, членом астрономического бюро в Пекине, изложившем на китайском языке *Таблицы пяти планет, Теорию Луны и Солнца, Введение в астрономию* (1625–1638).

<sup>43</sup>В Бодлианской библиотеке Оксфордского университета, старейшей в Европе, хранится два византийских манускрипта греческого текста Элементов Евклида. Исаак Барроу (Isaac Barrow, 1630–1677) издал перевод пятнадцати книг Элементов на латыни в 1655 г., и на английском в 1660 г. (*Euclidis elementorum libri XV breviter demonstrati* (Элементы Евклида, кратко доказанные). В 1657 г. он опубликовал перевод сочинения Евклида *Data* (Данные). Переводы Барроу высоко ценил Ж.Э. Монтюкла (т.1, с. 225).

#### *27-й тезис*

<sup>44</sup>Андре Таке (André Tacquet, Andrea Tacquet, 1612–1660), брабандский бельгийский математик, иезуит. Ученик Григория Сен-Винсента (Grégoire de Saint-Vincent, 1584–1667). Профессор математики в иезуитских колледжах Лувена и Антверпена. Основные исследования Андре Таке относятся к геометрии и истории математики. Таке написал много хороших учебников по математике для иезуитских колледжей. Самым популярным из них был *Elementa geometriae planae ac solidae. Quibus accedunt selecta ex Archimede theoremata. Auctore Andrea Tacquet, Antwerp, 1654* (Элементы плоской и телесной геометрии. С избранными теоремами из Архимеда. Эта книга была составлена из “Элементов” Евклида с использованием материалов Архимеда, материал в ней был изложен методически ясно и отчётливо. В течение последующего столетия книга многократно переводилась и переиздавалась. Помимо неё были написаны *Cylindricorum et annularium libri IV, Antwerp 1651* (Цилиндрики и кольца, в четырёх книгах); *Arithmeticae theoria et praxis. Louvain, 1656* (Теоретическая и практическая арифметика); *Cylindricorum et annularium liber V. Antwerp, 1659* (Цилиндрики и кольца, книга пятая); *Elementa Euclideae, geometriae. Amsterdam, 1725* (Элементы Евклида, геометрия). Помимо того, что Таке нашёл новые способы некоторых доказательств (в комбинаторике, вычислении объёмов тел вращения), его методы рассуждения сослужили большую службу для зарождающегося *Анализа* (как, например, переход от конечной прогрессии к бесконечному ряду).

<sup>45</sup>Имеется в виду посмертное исправленное издание 1746, или переиздания 1753, 1778 гг. перевода Элементов Дешаля, под редакцией Озанама [10] (Элементы Евклида, Р. П. Дешаль и М. Озанам, Королевская академия наук. Новое и простые доказательства, дополненные большим количеством новых предложений и новых применений; Полный трактат об арифметических пропорциях и геометрических пропорциях М. Одьерна. Новое издание, переработанное,

исправленное и значительно дополненное Автором). В предисловии к изданию 1778 г. сказано: “Об этом новом издании. Впервые эти экземпляры были напечатаны in-12 (формат 12<sup>o</sup> приблизительно 80x51 мм – *примечание Г.С.*) в 1746 году. Второе издание с некоторыми изменениями было выпущено в 1753 году; и именно из этого второго издания они всегда переиздавались. Но Автор, демонстрируя весь опыт, который он приобрел в искусстве преподавания в результате непрерывных упражнений на протяжении более сорока лет, недавно вновь с величайшим вниманием пересмотрел свою работу; исправил те доказательства, которые вызывали сомнения, и могли вызвать затруднения. Теперь все доступно для всех, кто внимательно ее прочитает”. В этом же издании имеется небольшое предисловие Ж.Э. Монтюкла. По всей видимости, И. А. Эйлер имел в виду именно издание 1778 г.

Жак Одьерн (Audierne, Jacques, 1710–1785), французский математик, издатель. Преподавал математику в Париже. В период с 1746 по 1778 г. выпустил 19 изданий переводов “Элементов” Евклида. Помимо различных учебников, писал драмы и комедии; предисловия, послесловия, колофоны к различным книгам; а также переложения книг других авторов. Самая известная изданная им книга – Ж. Озанам “Метод съемки планов и карт суши и моря: содержащий практику геометрии как на бумаге, так и в поле, прямолинейную тригонометрию и манеру съемки, рисования и представления в перспективе всех видов планов Жака Озанам”. Им самим написано несколько книг по плоской и сферической тригонометрии, измерениям, геодезии, картографии.

<sup>46</sup>Вероятно, имеется в виду книга Антуана Арно и Пьера Николя “Логика, или искусство мыслить” (Логика Пор-Рояля, *La logique, ou l'art de penser*), написанная в 1662 г. Благодаря блестящему использованию методологии Р. Декарта и Б. Паскаля, книга на многие столетия стала одним из лучших учебников логики. Четвертая часть Логики – О методе, главы III–XI посвящены логическим основам геометрии.

<sup>47</sup>Игнас-Гастон Парди (Père Pardies, Ignace-Gaston Pardies), отец-иезуит, литератор, математик и физик. Преподавал философию и математику в престижном лицее Lycée Louis-le-Grand в Париже. Написал несколько трактатов по философии, механике, оптике и звездный атлас. В 1671 издал учебник *Elémens de Géométrie*, который впоследствии был переведён на латынь и английский.

<sup>48</sup>Бернар Лами (Bernard Lamy, Lami, 1640–1715) французский математик, философ и физик. Профессор грамматики, риторики и философии в колледже в Сомюре, а затем в Анжере. Несмотря на то, что факультет Лувена, Сорбонна, Конгрегация Индекса и Папа Александр VII были противниками нововведений картезианства, но, сохраняя приверженность официальному аристотелизму, Лами был сторонником философии Декарта. За свои взгляды и преподавание картезианства Лами был осуждён (1675) и был сослан в Гренобль с запретом преподавать философию. Тем не менее это запрет был вскоре отменён. Два года спустя Лами был отозван в Париж и помещен в семинарию Сен-Маглуар. Нарушив один из уставов своей конгрегации, не подчинившись генералу, отцу де Сент-Марту, он был сослан в город Руан (1689). Опубликовал трактаты “*La Rhétorique ou l'art de parler*” (Искусство речи, 1675), “*Traité de Mécanique*” (Трактат по механике, 1679), “*Traité de la grandeur en général*” (Трактат о величии вообще, 1680) и “*Les élémens de géométrie, ou de la mesure de l'étendue*” (Элементы геометрии, или измерение протяжённости, 1685) и несколько других по педагогике, математике, физике, механике, переизданных в Амстердаме ок. 1734 г. Ввел понятие параллелограмма сил.

<sup>49</sup>Николя де Малезье (Nicolas de Malézieu, Malézieux, Malesieu, 1650–1727), французский писатель, эллинист и математик. Сеньор Шатене, генеральный секретарь швейцарского кантона Граубюнден во Франции. Наставник герцога Мэна, затем герцога Бургундского. Член Парижской академии наук (1699) и Французской академии (1701). Лекции по курсу математики, в течение четырёх лет преподаваемые герцогу Бургундскому, были опубликованы в 1705 г. под названием *Elémens de géométrie de Mgr le duc de Bourgogne* (Элементы геометрии его высочества герцога Бургундского). Второе издание на латыни вышло в 1713 г., третье, по-

смертное издание, дополненное трактатом о логарифмах, с введением в приложение алгебры к геометрии, появилось в 1729 году. Исследования Николя де Малезье бесконечно малых чисел публиковались в *Journal des savants*. Николя де Малезье также является автором перевода “Ифигении в Тавриде” Еврипида, а также стихов, песен, сказок и очерков.

<sup>50</sup>Габриэль Нодэ (Gabriel Naudé, 1600–1653), французский учёный, эзотерик, библиофил и библиотекарь, человек большой энциклопедической культуры, магистр искусств, доктор медицины. Ординарный врач Людовика XIII (1633). Работал библиотекарем в Риме у кардиналов Баньи и Барберини. Состоял в переписке с П. Мерсенном и П. Гассенди. Много путешествуя по Европе, в течение 10 лет собрал первую, уникальную библиотеку для парижского дворца кардинала и министра Жюлья Мазарини. По заказу Мазарини Нодэ приобрёл тысячи редчайших книг и манускриптов. В 1648 году библиотека насчитывала от 35 000 до 40 000 томов и, возможно, была самой большой в Европе в то время. Библиотека сильно пострадала во времена Фронды, но её фонд был положен в основу Национальной библиотеки Франции. Нодэ – автор первой специальной книги по библиотечному делу (*Advis pour dresser une bibliothèque*, 1627). В этой книге содержатся рекомендации по подбору, систематизации и составлению каталогов, включая книги античных классиков математики с аннотацией. Лейбниц следовал наставлениям Нодэ в своей разработке концепции научной библиотеки. По мнению Нодэ, библиотека есть основа новой цивилизации. Нодэ написал большое количество трактатов, но среди них нет специальных трактатов по математике. Написал трактат *Apologie pour tous les grands personages fausement soupçonnez de magie* (Оправдание великих людей, ложно подозреваемых в магии. Издания 1625, 1653, 1669, 1712). Среди персонажей Пифагор, Сократ, Фома Аквинский, Дж. Кардано, Соломон.

<sup>51</sup>Алекси Клод Клеро (Alexis Claude Clairaut, Clairault, 1713–1765), французский математик, механик и астроном. Член Парижской академии наук, Лондонского королевского общества, иностранный член Берлинской академии наук, иностранный почётный член Петербургской академии наук (1753). Сын парижского преподавателя математики, с 14-летнего возраста стал известен своими исследованиями о некоторых кривых четвертого порядка, в 16 лет представил в Академию трактат *Recherches sur les courbes à double courbure* (Исследования о кривых двойкой кривизны, 1729), который открыл путь развития аналитической геометрии в пространстве, дифференциальной и начертательной геометрии. Слушал в Базеле лекции И. Бернулли, в 18-летнем возрасте стал адъюнктом Парижской академии наук. После двух экспедиций в Лапландию для измерения длины градуса меридиана написал *Théorie de la figure de la terre* (Теория фигуры Земли, извлечённая из принципов гидростатики, 1743), высоко оценённую Л. Эйлером. В математическом анализе Клеро ввёл понятия криволинейного интеграла (1743), полного дифференциала, а также общего и особого решения дифференциальных уравнений 1-го порядка (1736). Подготовил блестящие учебники *Éléments de Géométrie* (Начала геометрии, 1741) и *Éléments d'algebre* (Начала алгебры, 1746), многократно переиздававшиеся в разных странах. Огромны его заслуги в механике и геодезии.

Учебник “Начала геометрии” Клеро явился педагогическим прорывом в преподавании. До того этот предмет был труден для средних учеников, в своей книге Клеро стремится вызвать интерес обучающихся. Он считал, что, если ученика заставлять решать задачу без полного её понимания, это не приведёт его к овладению материалом. Ученикам нужно делать открытия самостоятельно в ходе активного обучения с привлечением математического эксперимента. Клеро начинает книгу со сравнения геометрических форм с размерами Земли, рассматривает темы, связанные с линиями, формами и трёхмерными телами, привлекая сведения из других разделов математики, физики, гидростатики, геодезии и даже астрологии, и связывая их с геометрией. Чертежи к задачам выполнены на высоком художественном уровне и оживлены привлекательными для ученика деталями. Некоторые приёмы изложения Клеро до сих пор используются в преподавании.

<sup>52</sup>Серен Антинойский (Serenus, Serenus of Antinoöpolis), позднеантичный греческий математик IV века. Серен происходил либо из Антинойи, либо из Антиноополиса, города в римском Египте. Из трудов Серена сохранились два: “О сечении цилиндра” и “О сечении конуса”. Одной из целей Серена было доказать, что сечения цилиндра и конуса дают одностипные эллипсы. В предисловии к “Сечению цилиндра” Серен заявляет, что “многие люди, изучающие геометрию, ошибались в том, что наклонное сечение цилиндра отличалось от наклонного сечения конуса, известного как эллипс, тогда как это, конечно, та же самая кривая”. Работа состоит из тридцати трех предложений. Дополнительную ценность трудам Серена придают включённые в них сведения о его предшественниках. Из упоминания Теона Смирнского известно также, что Серен написал обширный комментарий к сочинению “Конические сечения” Аполлония Пергского, но эти комментарии утеряны.

<sup>53</sup>Феодосий Триполитский, греческий геометр и астроном. Жил в I в. или около середины II. По одним свидетельствам он происходил из Вифинии, по другим – из Триполиса, хотя неизвестно, Сирийского или Африканского. Никаких других биографических сведений о Феодосии не сохранилось. Из четырёх его сохранившихся сочинений самым известным является *Сфера* в трех книгах, посвященная геометрии шаровой поверхности. При полном отсутствии в этом сочинении измеряющего или тригонометрического элемента, о содержании составляющих его предложений могут дать понятие следующие: всякое сечение шара плоскостью есть круг и притом большой, если плоскость проходит через центр. Малые круги, параллельные большому и отстоящие от него на равных расстояниях, равны и имеют с ним общие полюсы. Два больших круга делятся взаимно пополам. Если один из них перпендикулярен к другому, то он проходит через оба его полюса; если же он наклонен к нему, то соприкасается с двумя параллельными ему кругами, отстоящими от центра шара на равных расстояниях. Хотя все теоремы сформулированы и доказаны чисто геометрически, без упоминания реальных астрономических объектов, *Сфера* имела служебную роль в астрономии. Учёными Древней Греции *Сфера* Феодосия была включена в цикл обязательно изучения после *Элементов* Евклида и до *Алмагеста* Птолемея. В после-античный период *Сфера* многократно переводилась на арабский (X в.), с арабского на латынь в XII, напечатана в 1518 г. в Венеции; исправленная латинская версия с дополнениями арабских комментаторов была опубликована в переводе Фогелина (J. Voegelinus, Вена, 1529). Другие латинские переводы опубликовал Ф. Мавролик (F. Maurolycus, Мессина, 1558); X. Клавиус (C. Clavius, Рим, 1586); Барроу под названием, *Theodosii Sphaerica, Methodo Nova Illustrata et Succincte Demonstrata* (Лондон, 1675). Греческий текст с параллельным латинским был впервые опубликован в переводе Ж. Пена (J. Pena, Париж, 1558); последующее издание Дж. Хант (Joseph Hunt, Оксфорд, 1707 г.) основано на издании J. Peta. Вероятно, этим изданием пользовался И. А. Эйлер.

<sup>54</sup>Грегуар де Сен-Венсан (Grégoire de Saint-Vincent, 1584–1667), фламандский иезуит и математик. Учился у иезуитов, получил сан священника, занимался преподаванием математики и богословия. В Риме изучал труды Галилея и Клавиуса. Был профессором в Антверпене (1617–1620) и Лёвене (1621–1625). В 1625 г. Сен-Венсан был послан в Прагу занять кафедру математики в Пражском университете, переданном после изгнания протестантских профессоров в руки иезуитов. В ходе Тридцатилетней войны при сожжении Праги (1631) значительная часть рукописей Сен-Венсана погибла в огне (статика и обширное собрание геометрических задач). Остальная часть рукописей была отправлена в Вену, куда удалился и автор вместе с другими членами своего ордена. Затем он поселился в Генте, где жил в сообществе иезуитов и преподавал математику. В числе его известных учеников – Андре Таке. Главное сочинение де Сен-Венсана: “Геометрический труд о квадратуре круга и конических сечений, содержащийся в десяти книгах” (1629, *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum conii decem libris comprehensum*, опубл. в 1647 г.). В VI книге излагается квадратура гиперболы между асимптотами в виде предложения, что абсцисса возрастает в геометрической прогрессии, если площадь кривой увеличивается в арифметической. Создал полярную систему координат



(независимо от Кавальери), предложил общепринятый теперь термин “метод исчерпывания”. Сен-Венсан дал ясное изложение процессу суммирования рядов. Разрешил парадокс Зенона, показав, что задействованные временные интервалы образуют геометрическую прогрессию и, таким образом, имеют конечную сумму. В трактате *Ductus plani in planum* развивал метод Архимеда, равно как и методы неделимых Кавальери и Роберваля, сделав их более строгими и лёгкими в употреблении. Его труды оказали существенное влияние на Паскаля, Джеймса Грегори и других математиков. Гюйгенс и Лейбниц высоко ценили де Сен-Венсана. Помимо названного выше, написал трактаты *Cometis* (1616), *Theoremata mathematicae. Scientiae staticae* (1624), *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum conii decem libris comprehensum* (1647), *Opus geometricum ad mesolabum per rationum, proportionalitatumque novas proprietates* (1668).

<sup>55</sup>Винченцо Вивиани (Vincenzo Viviani; 1622–1703), итальянский физик и математик, ученик Галилея и Торричелли, составитель первой биографии Галилея и редактор первого издания его трудов. Учился в иезуитской школе. Познакомившись с Торричелли, учеником Галилея, стал совместно с ним проводить физические опыты, а позже стал учеником и самого Галилея (1639), который под надзором инквизиции проживал в Арчетри, недалеко от Флоренции. Вивиани стал неоценимым помощником слепого учёного. После смерти Галилея (1639) и Торричелли (1642) Вивиани продолжил их исследования под покровительством герцога Фердинанда II Медичи, придворным астрономом которого стал Вивиани, заняв после смерти Галилея, а затем Торричелли место первого придворного математика. Растущая репутация математика привела к тому, что Парижская академия наук и Лондонское королевское общество избрали его своим членом. Вивиани опубликовал книгу по механике, *Discorso intorno al difendersi da' riempimenti e dalle corrosione de' fiumi* (1687). Вивиани и Торричелли (1644) поставили классический опыт по измерению атмосферного давления. Вивиани совместно с Борелли (1660) провели довольно точное измерение скорости звука. Имя Вивиани носит изученная им кривая, образованная пересечением сферы с круговым цилиндром вдвое меньшего радиуса, чья боковая поверхность содержит центр сферы. Изучал циклоиду и показал, как строить касательную к ней. Предложил свою реконструкцию утерянной V книги “Конических сечений” Аполлония (по сохранившимся комментариям к ней). Показал, что трисекция угла может быть выполнена с помощью равноугольной гиперболы. Другие работы касались инженерного дела, оптики, акустики. Посвятил много усилий изучению геометрии Античности, восстанавливал работы Аристия Старшего и Аполлония. После смерти Вивиани осталась почти законченная рукопись по сопротивлению материалов, изданная посмертно.

<sup>56</sup>Филипп де ла Гир (Phillippe de La Hire, Lahire, La Hire, Phillipe de La Hire, 1640–1718), французский художник, математик, астроном и архитектор. Согласно Фонтенелю, он был ‘академией для себя’. Родился в Париже в семье художника, изучал живопись в Венеции. По возвращении в Париж изучал геометрическую перспективу у Жерара Дезарга. Изучал математику, физику и риторику у теолога-иезуита Оноре Фабри, стал членом его научного кружка, в который входили Джованни Доменико Кассини, Христиан и Константин Гюйгенсы, Готфрид Лейбниц, Рене Декарт и Марин Мерсенн. Стал членом Парижской академии наук (1678). Как астроном, рассчитывал таблицы движений Солнца, Луны и планет и создавая приспособления для наведения воздушных телескопов. Провёл несколько наблюдений и измерений французской береговой линии, а в 1683 году участвовал в составлении карты Франции. В 1683 году Ла Гир занял кафедру математики в Королевском колледже. С 1687 г. преподавал в Академии архитектуры. Написал несколько трактатов по коническим сечениям (1673, 1679, 1685), гномонике (1682), *Таблицы Солнца и Луны* (1687), геодезии (1689), механике (1695), *Астрономические таблицы* (1702), *Небесная планисфера* (1705), *О Конхоидах в целом* (1708), а также сочинения по зоологии, физиологии дыхания и физиологической оптике.

Один из его сыновей, Gabriel-Phillippe de La Hire (1677–1719), также стал математиком. Габриэль Филипп де ля Гир помогал отцу в измерениях. Ассоциированный астроном (1699), астроном (1718) Парижской академии наук, член Королевской академии архитектуры (1706).

В 1718 году он сменил своего отца на посту королевского профессора в Академии архитектуры. В 1701–1703 гг. издавал журнал наблюдений, в 1702 г. издал трактат о плотницком искусстве и необходимых для этого плотницких инструментах.

*29-й тезис*

<sup>57</sup>Ален Манессон Малле (Allain Manesson Mallet, 1630–1706), французский картограф и инженер. Начал свою карьеру солдатом в армии Людовика XIV, стал сержант-майором артиллерии и инспектором укреплений. Служил также при короле Португалии, затем был приближен ко двору Людовика XIV. Его военно-инженерное и математическое образование позволило ему преподавать математику при королевском дворе. Автор *Description de L'Univers* (Описание Вселенной, 1683) в 5 томах. Его “Описание Вселенной” содержит широкий спектр информации, включая звездные карты, карты древнего и современного мира, а также сведения об обычаях, религии и формах правления многих народов. Сам Малле являлся иллюстратором своих книг. Другим известным его трудом был *Les Travaux de Mars ou l'Art de la Guerre* (Труд Марса или искусство войны, 1684) в 3 томах. Издана в России в июле 1713 года (СПб., перевод со 2-го издания книги “Les travaux de Mars ou l'Art de la guerre divisé en 3 parties”. Paris, 1684–1685. Переводчик – Иван Зотов. Переведен первый том, книги первая и вторая); известна в России как “Книга Марсова” А.-М. Малэ или А.М. Малле. Также Малле написал “Практическую геометрию” (*La géométrie pratique*, 1702) в 4 томах.

<sup>58</sup>Клермон (Sieur de Clermont, XVI в.), французский математик и военный инженер, служил во французской армии комиссаром артиллерии. Его книга по практической геометрии *Geometrie pratique de l'ingenieur, ou L'art de mesure* (Практическая геометрия для инженеров, или искусство измерения, 1693) была справочником, переиздаваемым в течение 60 лет.

<sup>59</sup>Жак Озанам (Jacques Ozanam, 1640–1718), французский математик, профессор Сорбонны, адъюнкт Парижской академии наук с 1701 года. Учитель Абрахама Муавра. Опубликовал несколько трудов по алгебре, геометрии и тригонометрии, сыгравших важную роль в развитии математики, а также “Математический словарь” (1690, переведен на английский Дж. Рафсоном в 1702). Самая популярная из его книг “Математические и физические развлечения в двух томах” (*Récréations mathématiques et physiques*, 1694) выдержала множество изданий. Переработанная и дополненная редакция (в четырёх томах) была впоследствии опубликована Ж. Э. Монтюкла в 1778 году. Был редактором перевода “Элементов” Дешаля (1746, 1753, 1778). Написал также “Метод съёмки планов и карт суши и моря: содержащий практику геометрии как на бумаге, так и в поле, прямолинейную тригонометрию и манеру съёмки, рисования и представления в перспективе всех видов плоскостей и возвышенностей” (1693); “Практическая геометрия” (1684, ); “Курс математики в пяти томах” (1693); “Новая тригонометрия” (1698, ); “Новые начала алгебры” (1702); “Перспектива, теория и практика” (1711).

<sup>60</sup>Луи-Пьер Додэ (le chevalier Louis-Pierre Daudet, 1692–?), французский картограф. Родился в Ниме в семье гравёра, стал придворным картографом и гравёром, в его обязанности также входило украшение триумфальных арок и создание эмблем для придворных торжеств [22]. Пользовался покровительством королевы Франции Марии Лещинской, был посвящён в рыцари Ордена Святого Михаила (1726). Сопровождал двор Людовика XV в его перемещениях по Франции, создал около 20 карт (рукописных, раскрашенных, гравированных) городов и провинций и дорог Франции, а также хранящейся в Национальном архиве Франции цветной гравированной карты Европы, озаглавленной “Историко-географический и хронологический театр времен правления Людовика XV, известного как Возлюбленный, посвященная и преподнесённая королю его очень скромным, очень покорным и очень верным слугой и подданным 15 мая 1749 г.”. В соответствии с печатью на карте, она предназначена студентам колледжа Людовика Великого.

Луи-Пьер Додэ предположительно является автором проектов каналов (canal de Bourbon, 1726 ; canal de l'Oise à la Seine ; de l'Isle-Adam à Paris, dit canal de Conti, 1733 ; canal de la Saône à la Loire, 1736).

Издан несколько журналов с описаниями путешествий короля (1725, 1728, 1729). Ему принадлежат следующие труды. “Новый путеводитель по дорогам Королевства Франции, содержащий все дороги, как общие, так и частные, посвященный королю, написанный господином Доде” (*Nouveau guide des chemins du Royaume de France, contenant toutes les routes, tant générales que particulières dédié au Roy, par le sieur Daudet*, 1724). “Новое введение в практическую геометрию, составленное лучшими авторами, разделенное на две части ... для инструктирования военных кадетов, посвященное монсеньеру д’Анжевиллье ... Инженер и ординарный королевский географ шевалье Доде” (*Nouvelle introduction a la geometrie pratique, tiree des meilleurs auteurs divisée en deux parties... dédiée a Monseigneur d’Angevilliers... par le chevalier Daudet*, 1730).

<sup>61</sup>Даниэль Швентер (Daniel Schwenter, Schwender, 1585–1636), немецкий востоковед, математик, изобретатель, поэт и библиотекарь. Был профессором восточных языков и математики в Альтдорфском университете. Написал *Delicia Physico-Mathematicae*’ (Физико-математические забавы, 1636) и *Geometriae Practicae novae et auctae tractatus I-IV* (Практическая геометрия в новой улучшенной редакции, трактаты I-IV, посмерт. изд. 1641), включающее т.н. бакулometriю – измерение расстояний до недоступных предметов с помощью посохов (Посох Иакова, *baculus Jacobi*, – один из первых инструментов для астрономических наблюдений, служащий для измерения углов. Используется в астрономии, навигации и геодезии. В навигации инструмент называется поперечным жезлом, в астрономии – *radius astronomicus*, “астрономический радиус”). Швентер знал древние языки, был авторитетным специалистом по Евклиду. Является автором некоторых усовершенствований микроскопа и перьевой ручки.

<sup>62</sup>Иоганн Генрих Ламберт (Johann Heinrich Lambert, 1728–1777), немецкий физик, философ, математик и астроном; академик в Мюнхене и Берлине. Ламберт впервые доказал иррациональность чисел  $\pi$  (с использованием обобщенной цепной дроби для функции  $\operatorname{tg} x$ , 1761) и  $e$  (1766). Усилить данное утверждение и доказать трансцендентность этих чисел удалось только спустя сто лет. Первым ввел в тригонометрию гиперболические функции. Высказывал предположения о неевклидовом пространстве. Ламберт разработал формулу отношения между углами и площадью гиперболических треугольников (т.е. треугольников, нарисованных на вогнутой поверхности, как на седле). Ламберт показал, что сумма углов меньше  $180^\circ$ . Составил таблицу простых чисел до 102000 (1770), значительно обогатил тригонометрию, теорию конических сечений и гиперболических функций. Усовершенствовал некоторые геодезические методы, провёл исследование двигателей и трения, внёс значительный вклад в метеорологию. Ламберт был первым математиком, который обратился к общим свойствам картографических проекций (сферической Земли). В частности, он был первым, кто обсудил свойства конформности и сохранения равной площади и указал, что они исключают друг друга.

### 30-й тезис

<sup>63</sup>Эразм Рейнхольд Младший (Erasm Reinhold, 1538–1592), сын известного и влиятельного астронома и математика, профессора Эразма Рейнхольда (1511–1553). Друг семьи Филипп Меланхтон покровительствовал талантливому мальчику и помог ему получить образование. Рейнхольд-мл. начал изучать математику, но затем стал изучать медицину, по которой получил учёную степень доктора. Работал окружным врачом, продолжая заниматься астрономией. Опубликовал так называемые “Практики” или “Альманахи”, календари, в которых использовал последние открытия в области астрономии и астрологии. Тихо Браге, в то время самый известный датский астроном, обратил на него внимание, когда Эразм описал новую звезду, так называемую сверхновую, в своем календаре 1574 года. Он посетил Рейнхольда в Заальфельде. После того, как в середине 1570-х годов Рейнхольд закончил свою работу врачом, он заинтересовался научными исследованиями в области местной добычи полезных ископаемых. Своими трактатами о геодезии и подземной съемке, появившимися в Эрфурте в 1574 году, он приобрел репутацию выдающегося специалиста в области горного дела, так что он был назначен руководителем горного дела в горнодобывающей промышленности и металлургическом

машиностроении в Заальфельде. Участвовал в разработке Закона о Заальфельдских рудниках, в 1585 году изобрел новую технологию плавки для добычи серебра [27]. Рейнхольд-мл. опубликовал *Gruendlicher und warer Bericht vom Feldmessen* (Тщательный отчет о полевых измерениях, как следует измерять и исследовать всякие поля, луга, леса и другие места по истинному геометрическому основанию. Также и о горнопроходческом искусстве, прохождении водных путей, и другие отчёты о полезных изобретениях), Erfurd, 1574, переизд. в 1615. Имеется его рукопись “Подземная геометрия, подземное пространство, или так называемое искусство маркшейдеров” [19]. Рейнхольд был первым, опубликовавшим учебник маркшейдерского искусства, так как ранее это знание было закрытым для непосвящённых.

<sup>64</sup>Николаус Фойгтель (Nicolaus Voigtel, 1658–1713), немецкий геометр, горный чиновник и писатель. Известны его математически обоснованные учебники по маркшейдерскому делу, в которые впервые была введена тригонометрия. И. А. Эйлер имеет в виду издание 1688 г. его трактата “Подземная геометрия, или маркшейдерское искусство” [23]. Позже Фойгтель издал ещё несколько расширенных и усовершенствованных версий этой книги.

<sup>65</sup>Иоганн Фридрих Вайдлер (Johann Friedrich Weidler, 1691–1755), немецкий математик и юрист. После окончания Виттенбергского университета (1712) стал его профессором. Совершил поездку в Голландию, Англию, Францию и Швейцарию, где в Базеле в 1727 г. получил степень доктора права (Тема диссертации – “Законы математики”, *De juribus mathematicorum*). После этого вернулся в Виттенберг, где стал профессором юридического факультета, не оставляя преподавания математики. Из сборников, которые он написал в качестве основы для своих лекций, назовём учебник “Математические институты” (*Institutiones mathematicae*, 1718). Эти сборники включали астрономию и публиковались пять раз при жизни Вейдлера, а также после его смерти. Также издал труд “Институты подземной геометрии” (*Institutiones Geometriae subterraneae*, 1726) – учебник высокого уровня по маркшейдерскому искусству (это издание имеется в РГБ), и “История астрономии” (*Historia Astronomiae*, 1741). Описал прохождения Меркурия через Солнце в 1736 и 1747 годах и расчет широты и долготы города Виттенберг.

### 31-й тезис

<sup>66</sup>Йост Бюрги (Jost Bürgi, 1552–1632), швейцарский и немецкий математик, астроном, часовщик и мастер астрономических инструментов. Один из первых изобретателей часов с маятником и с секундной стрелкой (1585), известен также как автор таблиц антилогарифмов (1620), которые разработал практически одновременно с Непером. Придворный астроном ландграфа Гессен-Касселя Вильгельма IV (1579–1604), затем состоял на службе у императора Рудольфа II в Праге (1604–1630), где познакомился с Кеплером. Многие астрономические приборы Бюрги делал для Кеплера: создал несколько автоматических небесных глобусов; составил каталог 121 звезды; изготовил секстанты для Кеплера; механическую модель неоднородностей движения Луны вокруг Земли; механизированную армиллярную сферу. Создал несколько итерационных вычислительных алгоритмов. Упоминается у Н.Г. Курганова в “Числовнике” (ч. 2, с. 208).

*Пропорциональный циркуль* (делительный циркуль, редуционный компас, компас уменьшения, пропорциональный компас, военный компас, сектор) – чертёжный прибор, позволяющий строить отрезок, пропорциональный к данному отрезку в данной пропорции. Ускоряет работу, давая возможность брать размеры по чертежу и непосредственно без подсчётов получать увеличенные или уменьшенные в нужном масштабе. Позволяет решать задачи измерения длины окружности, площадей и углов на круге. Редуционные круги были известны еще в древности. Среди бронзовых находок из Помпеи сохранилась примитивная форма с фиксированным углом, допускающим переводы в соотношении 1: 2. Редуционный круг был развит в пропорциональный круг итальянским математиком Фабрицио Морденте (Fabrizio Mordente, 1532–1608). В 1567 г. Морденте опубликовал в Венеции одностраничный трактат “Способ поиска с помощью астрольбии, или квадранта, или другого момента, по градусам, целым, минутам и секундам, и любой другой частиц”, *Modo di trovare con l'astrolabio, o quadrante,*

*o altro instromento, oltre gradi, intieri, i minuti, et secondi, et ognaltra particella*, Venezia 1567. Трактат содержал иллюстрации “пропорционального компаса с восемью точками”, оборудованного на двух плечах курсорами, предназначенными для решения задачи измерения длины окружности, площади круга и угол дробей. В 1572 году Морденте был в Вене при дворе императора Максимилиана II, а с 1578 года в Праге на службе у Рудольфа II. Весьма вероятно, что Морденте был знаком с Йостом Бюрги. Создание пропорционального циркуля приписывают также Галилео Галилею (улучшил конструкцию сектора), английскому математику Томасу Худу (Thomas Hood, 1556–1620) и Йосту Бюрги (изготавливал и совершенствовал пропорциональные компасы). Сохранилось немало этих инструментов, выполненных Йостом Бюрги. С конца XVI в. использовался также для умножения и деления, решения задач геометрии и тригонометрии, а также для численного выполнения различных алгебраических и тригонометрических операций. Сектор использовался до конца 19 века, пропорциональные компасы использовались до второй половины 20 века, отчасти даже до наших дней. Два этих математических инструмента были распространены весьма широко.

<sup>67</sup>Левин Хулсиус (Levinus Hulsius, Levin Hulsius, Levino Hulsiö, van Hülßen, 1546–1606), родом из восточной Фландрии, был нотариусом, автором и издателем. Как кальвинист, бежал из испанских Нидерландов от религиозных преследований (1583) в Баварию, где основал французскую школу, затем переселился в Нюрнберг, где работал учителем языка, нотариусом, писателем, издателем и торговцем математическим и астрономическим оборудованием, таких как астролябия, квадранты, солнечные часы, а также земные и небесные глобусы. Издавал двуязычные (французско-немецкий, немецко-французский, немецко-итальянский и итальяно-немецкий), трёхязычные и четырёх-язычные словари с грамматикой, в т.ч. немецко-французско-итальяно-латинский (*Dittionario italiano, francese, tedesco, latino... con un brieve insegnamento de sudetti quattro linguaggi: prima stampato in due diverse parti, per defunto Levino Hulsiö: or in questa sesta stampa messo in un libro e diviso in quattro parti*). Приобрёл у наследников Тихо Браге (1546–1601) печатные формы *Astronomiae instauratae Mechanica* для второго издания (1602). Написал *Первый, Второй и Третий Трактаты* о механических инструментах (“*Tractatus instrumentorum mechanicorum*”, 1605. В Третьем трактате даётся описание нового оборудования. “Третье геометрическое око механических инструментов Leuini Hulsiö. Описание пропорционального компаса Йоста Бюрги, с помощью которого можно рисовать прямые линии, круги на поверхности и географической карте” *Tractatus primus tertius instrumentorum mechanicorum Leuini Hulsiö. Ocularis demonstratio noui geometrici instrumenti . . . Tractatus tertius instrumentorum mechanicorum Leuini Hulsiö. Quo traditur descriptio atque usus circini proportionalis Iusti Burgi, cuius beneficio linea recta, circularis, omnis superficies, charta geographic*). В этом трактате Хулсиус утверждает, что изобретателем пропорционального (редукционного) круга был мастер инструментов Йост Бюрги, а другие мастера лишь копировали конструкцию его инструмента.

<sup>68</sup>Гольдман, Николаус (Goldmann, Nicolaus, 1611–1665), *Breslauer Schlesier* – “бреславский силезец”, как он сам называл себя, немецкий писатель, юрист, математик, военный архитектор и теоретик архитектуры. Преподавал математику и архитектуру в Лейденском университете. Написал около 40 работ по теории архитектуры. Гольдман писал необычайно хорошо, и, изучая его работы, можно усвоить почти все архитектурные знания середины XVII века в Нидерландах и Германии. Его теория основана на методологических принципах математики. При жизни Гольдманн опубликовал пять книг. Его основная работа “*Vollständige Anweisung zu der Civil Bau-Kunst*” (Полные инструкции для гражданского строительного искусства) была опубликована в 1699 году. В 1643 году его “*Krieges Bau-Kunst*” (Искусство военного строительства) было напечатано на латыни. Его книга *Tractatus De Usu Proportionatorii Sive Circini Proportionalis (Eine Ahnleitung Vom Gebrauch des Ebenpassers, Oder Proportionalcircels*, Трактат по использованию пропорциональности или пропорционального циркуля) была опубликована в 1656 году на латинском и немецком языках в Лейдене. Его теоретические и практиче-

ские строительные учебники по архитектуре оказали влияние на немецкую архитектуру 17 и 18 веков. Вплоть до середины XVIII в. расчёт балок в строительстве производился согласно инструкциям Гольдмана.

<sup>69</sup>Шеффельт, Михаэль (Scheffelt, Michael, 1652–1720), немецкий математик. С 1716 года читал лекции по арифметике и геометрии в Ульме, в 1717 году он был назначен там лектором арифметики. Михаэль Шеффельт был первым крупным изобретателем и изготовителем логарифмических и других научных инструментов в Германии. В основном он писал о изобретенной им мерной линейке, позволяющей при измерении отрезков, дуг и углов считать значения различных функций от них (соответствующих площадей и объёмов; логарифмы и тригонометрические функции). Многократно переиздавалась его первая книга о пропорциональном циркуле “Пропорциональный инструмент Михаэля Шеффельта, или учение о пропорциональном циркуле, с помощью которого могут быть решены как математические, так и механические задачи, связанные с пропорцией ... изложенный заново, вместе с соответствующими фигурами ... и прочими полезными дополнениями” (*Michael Scheffelts Instrumentum proportionum, oder Unterricht vom proportional-circul, durch welchen sowohl mathematische als mechanische, unter die proportion gehörige fragen ... aufzulösen seyn; aufs neue übersehen, nebst den gehörigen figuren ... und andern nützlichen zugaben*). Известен его портрет 1691 г. с пропорциональным циркулем и другими математическими инструментами. В своей второй книге “Механический измеритель” (*Pes mechanicus, Механическая ланка, 1699*) он подробно описал квадратную линейку с множеством шкал, включая логарифмические шкалы чисел, синусы и касательные для использования с парой разделителей. В небольшом сочинении 1702 г. и позже (1718 г.) в своем втором *Pes mechanicus* Шеффельт представил первые скользящие стержни и затем очень сложные двусторонние направляющие скольжения в различных формах. Огромное разнообразие различных научных инструментов его мастерской задокументировано в двух сочинениях-каталогах *Museum mathematicum* (1708, 1720).

## СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ван дер Варден Б. Л., Пробуждающаяся наука // Москва, ГИФМЛ. 1959.
2. [Лаланд Ж. Ж. Ле Франсе де] Сокращение астрономии или звездозакония г. де Лаланда, королевского чтеца в математике, члена академий наук, Королевской Парижской, Лондонской, Санктпетербургской, Стокгольмской, Бологнской и проч. и королевского цензора. С французского на русский язык переложил Михайло Головин, надворный советник, Академии наук член и учительской семинарии профессор. - В Санктпетербурге: при Императорской Академии наук, 1789.
3. Мументалер Р. Швейцарские учёные в Санкт-Петербургской академии наук. XVIII век // Санкт-Петербург, Нестор-История, 2009.
4. Синкевич Г. И. Ранний этап развития *historia matheseos*. Историография истории математики // История науки и техники, 2017 г. №1. С. 3–17.
5. Эйлер Л. Письма к учёным // Москва–Ленинград. АН СССР, 1963. С. 74–76.
6. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона // Санкт-Петербург. Общество Брокгауз и Ефрон. 1890–1907. Статьи В. В. Бобынина.
7. Ямвлих. О Пифагоровой жизни / пер. с древнегреческого И. Ю. Мельниковой // Москва, Алетейа, 2002.
8. Blancanus J. De mathematicarum Natura dissertatio. Una cum Clarorum mathematicorum chronologia. Bologna: apud Bartholomaeum Cochium. 1615.

9. Deslandes A. F. Histoire Critique de la Philosophie. T. 2. Amsterdam: ches F. Changuion. 1737.
10. Déchalles R.P. Les Elémens d'Euclide, du R.P. Déchalles, et de M. Ozanam, De l'Académie Royale des Sciences. Démontrés d'une maniere nouvelle & facile ; & augmentés d'un grand nombre de nouvelles Propositions & de nouveaux Usages ; & d'un Traité complet des Proportions arithmétiques & des Proportions géométriques, par M. Audierne. Nouvelle Edition, revue, corrigé & considérablement augmentée par l'Auteur. A Paris, rue Dauphine, Chez Cl. Ant. Jomber, fils aîné ; Libraire du Roi pour le Génie & l'Artillerie.M.DCC.LXXVIII
11. Euclidis Elementorum libri priores sex, item undecimus et duodecimus : ex versione latina Federici Commandini; sublatis iis quibus olim libri hi a Theone, aliisve, vitiatii sunt, et quibusdam Euclidis demonstrationibus restitutes. 1756, Pisauri: Iacobus Chrieger German: apud Camillum Francischinum. Glasguae. In aedibus Academicis excudebant R. et. A. Foulis. Academiae Typographi. 1756 <https://archive.org/details/euclidiselemento00eucl>
12. Euclidis Megarensis Mathematici. Elementa libris XV. ad Germanam geometriae intelligentiam e diversis lapsibus temporis injuria contractis restituta... Accessit decimussextus liber, de solidorum regularium sibi invicem inceptorum collationibus. Novissime collati sunt decimusseptimus et decimusoctavus, priori editione quodammodo polliciti, de componendorum, inscribendorum, et conferendorum compositorum solidorum inventis... Authore Francisco Flussate Candalla. Lutetiae [Paris] : apud Iacobum Du Puys. Издания 1566 и 1578.
13. [Euclid] The elements of geometrie of the most auncient philosopher Evclide of Megara. Imprinted at London : By Iohn Daye (предисловие), 1570. (Billingsley, Henry, Sir, ed. 1606).
14. [Euler, L.] Die Berliner und die Petersburger Akademie der Wissenschaften im Brifwechsel Leonard Eulers. Teil 3. Hrsg. u. eingel. v. A. P. Juschkewic u. E. Winter, zum Druck vorb. v. P. Hoffmann, T. N. Klado, J. Ch. Kopelevic. Berlin, 1976.
15. Euler L. 1772. Твердые тела, поверхность которых может быть развернута на плоскость. (De solidis quorum superficiem in planum explicare licet, Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, 1772, Volume 16, pp. 3–34. E419.
16. Euler L. Leonhardi Euleri Opera postuma mathematica et physica: anno MDCCCXLIV detecta by Leonhard Euler , Academiae Scientiarum Petropolitanae. Publication date 1862. Volume 1. <https://archive.org/details/leonhardieuleri00petrgoog>
17. Leibniz G. W. De vera proportione circuli ad quadratum circumscriptum in numeris rationalibus expressa. Acta Eruditorum, Februar 1682. P. 41–46.
18. Poggendorff, J. C. Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften. Leipzig : J. A. Barth. 1863. Columns 704–705.
19. Reinhold E. Geometria Subterranea Unter-irdische Erdmääßung ; oder so genannte Marck-Scheide-Kunst. Was nehmlich Selbige sey. Und Worinne die eigentlich bestehe. Nebst aufrichtigen Unterricht wie ein Geometra Subterraneus oder Markscheider bey allm fürkommende Fällen richtig agieren und seinem ambte Gänge thun soll. Manuscript 16 c. 3 versions: Freiberg WA XVII 11, Freiberg WA XVII 677, Nachlass Scheidhauer 300m.
20. Savile H. Praelectiones tresdecim in principium elementorum Euclidis. Oxford: Iohannes Lichfield & Iacobus Short, 1621.
21. Smith D.E. History of Mathematics. Vol. 1. New York: Dover Publications Inc., 1951.

22. Souchon C. Les cartes du Chevalier Lois-Pierre Daudet aux Archives nationales un itinéraire royal Reims-Soissons-Paris, 1722-1728 (?). CFS No 175. Mars 2003. P. 30-35. <https://www.lecf.fr/new/articles/175-article-5.pdf>
23. Voigtel N. Geometria Subterranea oder Marckscheide-Kunst: darinnen gelehret wird Wie auff Bergwercken alle Klüffte und Gänge in Grund und am Tag gebracht/ auch solche voneinander unterschieden werden sollen; so wohl Was bey Durchschlägen in Ersparung Kosten/ Bringung Wetters und Benehmung Wassers denen Zechen oder Gebäuden/ mit zubeoachten; Item/ Wie Streitigkeiten/ so sich unter miteinander schnürenden Gewercken offters zuereignen pflegen/ dem Maaße nach aus einander zusetzen; Sambt noch andern in nechstfolgendem Indice enthaltenen und zu dieser Kunst dienlichen Sachen; Allen Bergwercks-Liebenden zum Unterricht und versicherlichen Nutzen, Dietzel, Eisleben 1686 (Nachauflagen u. a. 1688, 1693).
24. Vossius G. J. De universae matheseos natura et constitutione liber; cui subjungitur chronologia mathematicorum. Amsterdam: ex typogr. J. Blaeu, 1650.
25. Vossius G. J. De quatuor artibus popularibus, de philologia, et scientiis mathematicis. Cui operi subjungitur Chronologia Mathematicorum. Libri tres. Amsterdam: ex typographeio Ioannis Blaeu, 1660.
26. [Vossius] Gerardi Ioannis Vossii De quatuor artibus popularibus, de philologia, et scientiis mathematicis, cui operi subjungitur, chronologia mathematicorum, libri tres. 1650. ex typographeio Ioannis Blaeu. Глава 15. Евклид и его геометрия. С. 52–53 (Раздельная пагинация).
27. Walther H. Erasmus Reinhold. 2021. <https://erasmus-reinhold-gymnasium.de/erasmus-reinhold-2/>
28. Ball W. W. R. History of the Study of Mathematics at Cambridge. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1889. P. 29.

## REFERENCES

1. van der Waerden, B. L. 1959, Science Awakening // Moscow, GIFML.
2. Lalande J. J. 1789, Sokrashchenie astronomii ili zvezdozakoniya g. de La Landa, korolevskago chteca v mafematike, chlena akademij nauk, Korolevskoj Parizhskoj, Londonskoj, Sanktpeterburgskoj, Stokgol'mskoj, Bolognskoj i proch. i korolevskago censora. S francuzskago na rossijskoj yazyk prelozhil Mihajlo Golovin, nadvornyj sovetnik, Akademii nauk chlen i uchitel'skoj seminarii professor. – V Sanktpeterburge: pri Imperatorskoj Akademii nauk.
3. Mumenthaler, R. 2009. Shvejcarskie uchyonnye v Sankt-Peterburgskoj akademii nauk. XVIII vek. Sankt-Peterburg, Nestor–Istoriya.
4. Sinkevich, G. I. 2017. Rannij etap razvitiya historia matheseos. Istoriografiya istorii matematiki // Istoriya nauki i tekhniki. 1: 3–17.
5. Euler, L. 1963. Pis'ma k uchyonym. Moscow–Leningrad. AN SSSR. S. 74–76.
6. Brockhaus and Efron Encyclopedic Dictionary. 1890–1907. Saint-Petersburg. Ctat'i V. V. Bobynina.
7. Iamblichus. 2002. O Pifagorovoj zhizni / per. s drevnegrecheskogo I. YU. Mel'nikovoj // Moskva, Aleteja.



8. Blancanus, J. 1615. De mathematicarum Natura dissertatio. Una cum Clarorum mathematicorum chronologia. Bologna: apud Bartholomaeum Cochium.
9. Deslandes A. F. 1737. Histoire Critique de la Philosophie. T. 2. Amsterdam: ches F. Changuion.
10. Déchalles R.P. 1778. Les Elémens d'Euclide, du R.P. Déchalles, et de M. Ozanam, De l'Académie Royale des Sciences. Démontrés d'une maniere nouvelle & facile ; & augmentés d'un grand nombre de nouvelles Propositions & de nouveaux Usages ; & d'un Traité complet des Proportions arithmétiques & des Proportions géométriques, par M. Audierne. Nouvelle Edition, revue, corrigé & considérablement augmentée par l'Auteur. A Paris, rue Dauphine, Chez Cl. Ant. Jomber, fils aîné ; Libraire du Roi pour le Génie & l'Artillerie.
11. Euclidis Elementorum libri priores sex, item undecimus et duodecimus : ex versione latina Federici Commandini; sublatis iis quibus olim libri hi a Theone, aliisve, vitati sunt, et quibusdam Euclidis demonstrationibus restitutes. 1756. Pisauri: Iacobus Chriegher German: apud Camillum Francischinum. Glasguae. In aedibus Academicis excudebant R. et. A. Foulis. Academiae Typographi. 1756 <https://archive.org/details/euclidiselemento00eucl>
12. Euclidis Megarensis Mathematici. Elementa libris XV. ad Germanam geometriae intelligentiam e diversis lapsibus temporis injuria contractis restituta... Accessit decimussextus liber, de solidorum regularium sibi invicem inscriptorum collationibus. Novissime collati sunt decimusseptimus et decimusoctavus, priori editione quodammodo polliciti, de componendorum, inscribendorum, et conferendorum compositorum solidorum inventis... ed. 1566, 1578. Authore Francisco Flussate Candalla. Lutetiae [Paris] : apud Iacobum Du Puys.
13. [Euclid] 1570, 1606. The elements of geometrie of the most auncient philosopher Evclide of Megara. Imprinted at London : By Iohn Daye (foreword), Billingsley, Henry, Sir, ed.
14. [Euler, L] 1976. Die Berliner und die Petersburger Akademie der Wissenschaften im Brifwechsel Leonard Eulers. Teil 3. Hrsg. u. eingl. v. A. P. Juschkewic u. E. Winter, zum Druck vorb. v. P. Hoffmann, T. N. Klado, J. Ch. Kopelevic. Berlin.
15. Euler, L. 1772. De solidis quorum superficiem in planum explicare licet, Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae. Volume 16. Pp. 3-34. E419.
16. Euler, L. 1862. Leonhardi Euleri Opera postuma mathematica et physica: anno MDCCCXLIV detecta by Leonhard Euler, Academiae Scientiarum Petropolitanae. Publication date 1862. Volume 1. <https://archive.org/details/leonhardieuleri00petrgoog>
17. Leibniz, G. W. 1682. De vera proportione circuli ad quadratum circumscriptum in numeris rationalibus expressa. Acta Eruditorum, Februar 1682, P. 41-46.
18. Poggendorff, J. C. 1863. Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften. Leipzig : J. A. Barth. Columns 704-705.
19. Reinhold, E. Manuscript 16 c. Geometria Subterranea Unter-irdische Erdmääßung ; oder so genannte Marck-Scheide-Kunst. Was nehmlich Selbige sey. Und Worinne die eigentlich bestehe. Nebst aufrichtigen Unterricht wie ein Geometra Subterraneus oder Markscheider bey allm fürkommende Fällen richtig agieren und seinem ampte Gänge thun soll. 3 versions: Freiberg WA XVII 11, Freiberg WA XVII 677, Nachlass Scheidhauer 300m
20. Savile H. 1621. Praelectiones tresdecim in principium elementorum Euclidis. Oxford: Iohannes Lichfield & Iacobus Short.

21. Smith, D.E. 1951. History of Mathematics. Vol. 1. New York: Dover Publications Inc.
22. Souchon, C. 2003. Les cartes du Chevalier Lois-Pierre Daudet aux Archives nationales un itinéraire royal Reims-Soissons-Paris, 1722-1728 (?). CFS No 175. Mars 2003. P. 30-35. <https://www.lecfc.fr/new/articles/175-article-5.pdf>
23. Voigtel N. 1686 (Nachauflagen u. a. 1688, 1693). Geometria Subterranea oder Marckscheide-Kunst: darinnen gelehret wird Wie auff Bergwercken alle Klüffte und Gänge in Grund und am Tag gebracht/ auch solche voneinander unterschieden werden sollen; so wohl Was bey Durchschlägen in Ersparung Kosten/ Bringung Wetters und Benehmung Wassers denen Zechen oder Gebäuden/ mit zubeoachten; Item/ Wie Streitigkeiten/ so sich unter miteinander schnürenden Gewercken offers zuereignen pflegen/ dem Maaße nach aus einander zusetzen; Sambt noch andern in nechstfolgendem Indice enthaltenen und zu dieser Kunst dienlichen Sachen; Allen Bergwercks-Liebenden zum Unterricht und versicherlichen Nutzen, Dietzel, Eisleben.
24. Vossius, G.J. 1650. De universae matheseos natura et constitutione liber; cui subjungitur chronologia mathematicorum. Amsterdam: ex typogr. J. Blaeu.
25. Vossius, G.J. 1660. De quatuor artibus popularibus, de philologia, et scientiis mathematicis. Cui operi subjungitur Chronologia Mathematicorum. Libri tres. Amsterdam: ex typographeio Ioannis Blaeu.
26. [Vossius] 1650. Gerardi Ioannis Vossii De quatuor artibus popularibus, de philologia, et scientiis mathematicis, cui operi subjungitur, chronologia mathematicorum, libri tres. 1650. ex typographeio Ioannis Blaeu. Caput 15. Euclidis. P. 52–53 (Separate pagination).
27. Walther H. Erasmus Reinhold. 2021 <https://erasmus-reinhold-gymnasium.de/erasmus-reinhold-2/>
28. Ball, W. W. R. 1889. History of the Study of Mathematics at Cambridge. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1889. P. 29.

Получено 16.06.2021 г.

Принято в печать 27.02.2022 г.